

颗粒相干发射源的 2π 和 3π 玻色-爱因斯坦关联*

杨志韬¹ 吉日木图¹ 霍雷¹ 张景波¹ 张卫宁^{1,2,3;1)}

1 (哈尔滨工业大学物理系 哈尔滨 150001)

2 (大连理工大学物理系 大连 116024)

3 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

摘要 在假设由同一颗粒发射的 π 介子为相干发射的条件下,给出了颗粒发射源模型的 2π 及 3π 关联函数,发射源的混沌性随颗粒数目的增加而增大.此外,对颗粒相干发射源及部分相干高斯源的归一化纯 3π 关联进行比较,发现当 2π 关联的混沌性参量小于0.8时,两种发射源的归一化纯 3π 关联值在小 Q_3 区域有明显差别.

关键词 颗粒相干发射源 2π 关联 归一化纯 3π 关联

1 引言

人们在对RHIC实验的干涉学测量中发现 $R_{\text{out}}/R_{\text{side}} \approx 1^{[1-4]}$,小于流体动力学等模型理论的预言^[5-8],称为HBT之谜.为解释RHIC实验中的HBT之谜,文献[9]提出了QGP颗粒发射源模型.最近,文献[10]进一步分析了非各向同性膨胀QGP颗粒源的椭圆流和HBT半径随横向动量的变化,并指出虽然源的颗粒性结构早先作为QCD一级相变的信号提出来的^[11],但源颗粒性结构的出现并不局限于QCD一级相变,在RHIC能量重离子碰撞的早期系统演化过程中,大的初始横向能量密度涨落,表面张力以及纵向膨胀可能导致系统的碎裂,形成QGP颗粒源.在HBT研究中,对发射源相干性程度的研究有重要的意义.之前人们对颗粒源模型的讨论,均假设发射源是完全混沌的^[9, 10, 12-16].这种完全混沌的颗粒源模型虽然能很好地解释 $R_{\text{out}}/R_{\text{side}} \approx 1^{[9, 10]}$,但它不能完全解释RHIC的HBT实验结果中较小的 λ (混沌性参量).为了研究造成RHIC的HBT实验结果中较小 λ 的可能原因,本文在混沌的颗粒源模型基础上,提出一种颗粒相干发射源模型,假设颗粒源中由同一颗粒发射的 π 介子位相相关,为相干发射,而来自不同颗粒的 π 介子为非相干发射,并对此颗粒相干发射源的 2π 及 3π 关联进行计算.

由于实验上得到的 2π 关联会受到很多因素的影响,使得即使对于完全混沌的发射源,在两粒子动量差 $q=0$ 时,其 2π 关联函数值 $C_2(q=0)$ 仍可能小于理论值 $2^{[17-21]}$.而归一化纯 3π 关联 $r_3(Q_3 \approx 0)/2$ 能够有效地去除例如长寿命共振态衰变等因素的影响,因而可以用于研究发射源的混沌性^[22-24].本文在不考虑动力学和其他因素影响的简单情况下,对静态颗粒相干发射源及静态部分相干高斯源的归一化纯 3π 关联 $r_3(Q_3 \approx 0)/2$ 进行分析,发现当 2π 关联的混沌性参量小于0.8时,两种发射源的归一化纯 3π 关联值在小 Q_3 区域有明显差别.

2 颗粒相干发射源 2π 和 3π 关联函数

对于静态混沌颗粒源可以用3个特征参量来描述其空间结构:即整个发射源的半径 R_0 ,颗粒的半径 a 和源中颗粒的数目 $n \sim (R_0/d)^3$ (d 为颗粒间平均距离)^[12, 13].若假设颗粒中心在发射源中的分布与粒子发射点在颗粒中的分布均为高斯分布,则静态混沌颗粒源的 2π 及 3π 关联函数为^[12, 13]

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{1}{2}q_{12}^2 a^2\right) + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \exp\left[-\frac{1}{2}q_{12}^2 (a^2 + R_0^2)\right], \quad (1)$$

2006-07-31 收稿

* 国家自然科学基金(10275015, 10575024)资助

1) E-mail: weiningzh@hotmail.com

$$\begin{aligned}
C_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) = & 1 + \frac{1}{n} \left\{ \exp\left(-\frac{1}{2}q_{12}^2 a^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}q_{23}^2 a^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}q_{13}^2 a^2\right) \right\} + \\
& \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}q_{12}^2(a^2 + R_0^2)\right] + \exp\left[-\frac{1}{2}q_{23}^2(a^2 + R_0^2)\right] + \exp\left[-\frac{1}{2}q_{13}^2(a^2 + R_0^2)\right] \right\} + \\
& \left\{ \frac{2}{n^2} \exp\left(-\frac{1}{4}q_3^2 a^2\right) \right\} + \left\{ \frac{2(n-1)}{n^2} (n-2) \exp\left[-\frac{1}{4}q_3^2(a^2 + R_0^2)\right] \right\} + \\
& \left\{ \frac{2(n-1)}{n^2} \left[\exp\left(-\frac{1}{4}q_3^2 a^2 - \frac{1}{2}q_{12}^2 R_0^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{4}q_3^2 a^2 - \frac{1}{2}q_{23}^2 R_0^2\right) + \right. \right. \\
& \left. \left. \exp\left(-\frac{1}{4}q_3^2 a^2 - \frac{1}{2}q_{31}^2 R_0^2\right) \right] \right\}, \quad (2)
\end{aligned}$$

其中 \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 和 \mathbf{p}_3 是3个 π 介子的动量, $q_{ij} = |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|$, $q_3^2 = q_{12}^2 + q_{23}^2 + q_{31}^2$. 在(1)式中, 等号右边第2项表示来自于同一颗粒的两粒子关联, 第3项表示来自于不同颗粒的两粒子关联. (2)式中, 等号右边第2项和第3项分别表示来自同一颗粒和不同颗粒的两粒子关联, 后面的3项表示纯3粒子关联, 分别代表3个粒子来自相同的颗粒, 3个粒子来自不同颗粒, 以及3个粒子中有两个来自同一颗粒而第3个来自其他颗粒. 在(1)和(2)式中如果令 $n=1$, $a=R_G$ 就得到半径为 R_G 的混沌高斯源的 2π 和 3π 关联函数.

对静态颗粒相干发射源, 来自于同一颗粒的两个粒子没有关联, 由(1)式和(2)式可以得到其 2π 和 3π 关联函数为

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \lambda^{\text{Gra}} \exp\left[-\frac{1}{2}q_{12}^2(a^2 + R_0^2)\right], \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
C_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_1) = & 1 + \lambda^{\text{Gra}} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}q_{12}^2(a^2 + R_0^2)\right] + \right. \\
& \exp\left[-\frac{1}{2}q_{23}^2(a^2 + R_0^2)\right] + \\
& \left. \exp\left[-\frac{1}{2}q_{13}^2(a^2 + R_0^2)\right] \right\} + \\
& 2\xi^{\text{Gra}} \exp\left[-\frac{1}{4}q_3^2(a^2 + R_0^2)\right], \quad (4)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
\lambda^{\text{Gra}} = & 1 - \frac{1}{n}, \\
\xi^{\text{Gra}} = & \frac{(n-1)(n-2)}{n^2}, \quad (5)
\end{aligned}$$

是颗粒相干发射源的 2π 和 3π 关联混沌性参量, 可以看出它们是源内颗粒数目 n 的函数, 源的混沌性随着 n 的增加而增加. 静态部分相干高斯源的 2π 和 3π 关联函数为^[25, 26]

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \lambda^{\text{Gau}} \exp\left(-\frac{1}{2}q_{12}^2 R_G^2\right), \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
C_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) = & 1 + \lambda^{\text{Gau}} \left\{ \exp\left(-\frac{1}{2}q_{12}^2 R_G^2\right) + \right. \\
& \exp\left(-\frac{1}{2}q_{23}^2 R_G^2\right) + \\
& \left. \exp\left(-\frac{1}{2}q_{13}^2 R_G^2\right) \right\} + \\
& 2\xi^{\text{Gau}} \exp\left(-\frac{1}{4}q_3^2 R_G^2\right), \quad (7)
\end{aligned}$$

其中,

$$\lambda^{\text{Gau}} = \frac{1+2\gamma}{(1+\gamma)^2}, \quad \xi^{\text{Gau}} = \frac{1+3\gamma}{(1+\gamma)^3}, \quad \gamma = \frac{\langle n_c \rangle}{\langle n_i \rangle}, \quad (8)$$

$\langle n_c \rangle$ 和 $\langle n_i \rangle$ 分别为由源内相干和非相干部分发射的平均 π 介子数. 由(3), (4), (6)和(7)式可以看出, 静态颗粒相干发射源和静态部分相干高斯源的 2π 和 3π 关联函数在形式上没有差别, 当 $\sqrt{a^2 + R_0^2} = R_G$ 和 $\lambda^{\text{Gra}} = 1 - \frac{1}{n} = \lambda^{\text{Gau}}$ 时, 静态颗粒相干发射源和静态部分相干高斯源的 2π 关联函数完全一致. 因此, 在这种情况下要想区分这两种不同的粒子发射源, 需要考察它们纯 3π 关联的差别.

在多 π 关联分析中, 人们经常用四维协变动量差 Q_n 为变量^[27-30], 其定义为

$$Q_n = \sqrt{\sum_{i < j \leq n} -(p_i - p_j)^2}, \quad n \geq 2, \quad (9)$$

2π 和多 π 关联函数可表示为^[14, 23, 31]

$$\begin{aligned}
C_n(Q_n) = & \left[\int \delta\left(Q_n - \sqrt{\sum_{i < j \leq n} -(p_i - p_j)^2}\right) \prod_{i=k}^n d\mathbf{p}_k \right]^{-1} \times \\
& \int C_n(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n) \delta\left(Q_n - \sqrt{\sum_{i < j \leq n} -(p_i - p_j)^2}\right) \prod_{k=1}^n d\mathbf{p}_k. \quad (10)
\end{aligned}$$

图1(a)和(b)分别给出用蒙特卡罗方法计算的静态颗粒相干发射源的 2π 和 3π 关联函数随 Q_2 和 Q_3 的变化, 其中 $R_0 = 5.0\text{fm}$, $a = 1.5\text{fm}$. 由图1可以看出, 随颗粒

数 n 的增大, 颗粒相干发射源的 2π 和 3π 关联函数表现的混沌性程度都有所增大.

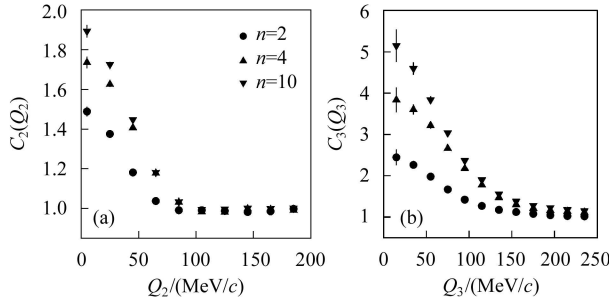


图 1 颗粒相干发射源的 2π 和 3π 关联函数

3 归一化纯 3π 关联

归一化纯 3π 关联定义为^[22, 29–31]

$$\frac{1}{2}r_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) = \frac{R_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)}{\sqrt{R_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)R_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)R_2(\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_1)}}, \quad (11)$$

其中 $R_2(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j) = C_2(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j) - 1$, $R_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) = C_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) - R_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) - R_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) - R_2(\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_1) - 1$. 对于完全混沌发射源, 当 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3$ 时, $r_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)/2$ 值为 1. 以 Q_3 为变量, 归一化纯 3π 关联 $r_3(Q_3)/2$ 为

$$\frac{1}{2}r_3(Q_3) = \left[\int \delta\left(Q_3 - \sqrt{\sum_{i<j\leq 3} -(p_i - p_j)^2}\right) \prod_{i=k}^3 d\mathbf{p}_k \right]^{-1} \times \int \frac{1}{2}r_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) \delta\left(Q_3 - \sqrt{\sum_{i<j\leq 3} -(p_i - p_j)^2}\right) \prod_{k=1}^3 d\mathbf{p}_k. \quad (12)$$

根据文献[22]的分析, 源半径对 $r_3(Q_3)/2$ 的影响在 q_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 的 3 次及更高次项, 在 Q_3 不是很大的范围内, $r_3(Q_3)/2$ 对 1 的偏离主要是由于发射源的相干性引起的, 因而利用 $r_3(Q_3 \approx 0)/2$ 能够有效地研究粒子发射源的相干性程度^[22–24].

对颗粒相干发射源和部分相干高斯源, 有

$$\frac{1}{2}r_3^{\text{Gra}}(Q_3 = 0) = \frac{n-2}{\sqrt{n(n-1)}}, \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}r_3^{\text{Gau}}(Q_3 = 0) = \frac{1+3\gamma}{(1+2\gamma)^{3/2}}. \quad (14)$$

由(5)式和(8)式, 可以得到当 λ^{Gau} 与 λ^{Gra} 相等时 γ 值与 n 的关系. 再由(13)式和(14)式, 就可以得到对应这两种源, 在它们 2π 关联混沌性参量 λ 相等情况下, 它们的 $r_3(Q_3 = 0)/2$ 值随 λ 的变化. 表 1 给出当 λ 分别

取 0.67, 0.80, 0.90 和 0.95 时这两种源的 $r_3(Q_3 = 0)/2$ 值. 可以看出, 对于相同的 λ , 颗粒相干发射源的 $r_3(Q_3 = 0)/2$ 值小于部分相干高斯源的结果, 当 2π 关联混沌性参量 λ 值不是很大时, 两种源的 $r_3(Q_3 = 0)/2$ 值相差较大. 这种差别随着源混沌性程度的增加(颗粒相干发射源颗粒数目增加)而趋于零.

表 1 两种发射源的 $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0)$ 值

颗粒相干发射源		部分相干高斯源
$\lambda = 0.67$	$n = 3$ $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0) = 0.41$	$\gamma = 1.37$ $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0) = 0.71$
$\lambda = 0.80$	$n = 5$ $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0) = 0.67$	$\gamma = 0.81$ $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0) = 0.81$
$\lambda = 0.90$	$n = 10$ $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0) = 0.84$	$\gamma = 0.46$ $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0) = 0.89$
$\lambda = 0.95$	$n = 20$ $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0) = 0.92$	$\gamma = 0.24$ $\frac{1}{2}r_3(Q_3 = 0) = 0.96$

图 2 给出了对 2×10^6 事件蒙特卡罗模拟计算的静态颗粒相干发射源和部分相干高斯源 $r_3(Q_3)/2$ 的比较, 其中源的半径取为 $R_0 = R_G = 5.0\text{fm}$, 颗粒半径为 $a = 1.5\text{fm}$. 图中实心和空心圆符号分别代表颗粒相干发射源和部分相干高斯源当 $\lambda^{\text{Gra}} = \lambda^{\text{Gau}} = 0.80$ 时的结果, 而实心和空心三角符号分别代表颗粒相干发射源和部分相干高斯源当 $\lambda^{\text{Gra}} = \lambda^{\text{Gau}} = 0.90$ 时的结果. 由图 2 可以看出, 当 $\lambda^{\text{Gra}} = \lambda^{\text{Gau}} = 0.8$ 时, 在小 Q_3 区域 ($Q_3 < 70\text{MeV}$), 颗粒相干发射源的归一化纯 3π 关联明显小于部分相干高斯源的结果.

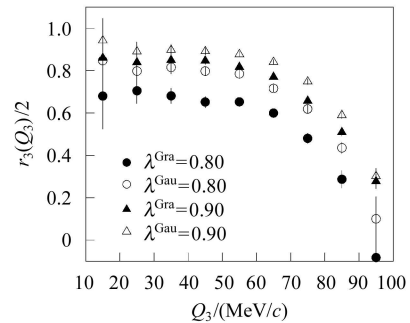


图 2 颗粒相干发射源与部分相干高斯源 $r_3(Q_3)/2$ 的比较

4 结论

本文假设同一颗粒发射的 π 介子为相干发射, 在不考虑动力学演化的简单情况下, 对静态颗粒相干发射源模型的 2π 及 3π 关联进行了分析, 并与部分相干高斯源模型的 2π 及 3π 关联进行了比较. 研究表明, 颗粒相干发射源具有与部分相干高斯源相似的 2π 和 3π

关联函数形式, 当这两种源的 2π 关联混沌参量相等, 且半径满足 $\sqrt{R_0^2 + a^2} = R_G$ 时, 它们的 2π 关联函数相同. 但当源的 2π 关联混沌参量不很大(小于0.8)时, 它

们的归一化纯 3π 关联 $r_3(Q_3)/2$ 在小 Q_3 区域有明显的差别, 这有可能为人们利用 π 干涉学手段, 分析部分相干源的颗粒性提供新的方法.

参考文献(References)

- 1 Adler C et al(STAR Collaboration). Phys. Rev. Lett., 2001, **87**: 082301
- 2 Adcox K et al(PHENIX Collaboration). Phys. Rev. Lett., 2002, **88**: 192302
- 3 Adler S S et al(PHENIX Collaboration). Phys. Rev. Lett., 2004, **93**: 152302
- 4 Adams J et al(STAR Collaboration). Phys. Rev., 2005, **C71**: 044906
- 5 Wiedemann U A, Heinz U. Phys. Rept., 1999, **327**: 249
- 6 Solf S, Bass S A, Dumitru A. Phys. Rev. Lett., 2001, **86**: 3981
- 7 Weiner R M. Phys. Rept., 2002, **327**: 249
- 8 Pratt S. Nucl. Phys., 2003, **A715**: 389c
- 9 ZHANG W N, Efaaf M J, WONG C Y. Phys. Rev., 2004, **C70**: 024903
- 10 ZHANG W N, REN Y Y, WONG C Y. Phys. Rev., 2006, **C74**: 024908
- 11 Witten E. Phys. Rev., 1984, **D30**: 272
- 12 Pratt S, Siemens P J, Vischer A P. Phys. Rev. Lett., 1992, **68**: 1109
- 13 ZHANG W N, LIU Y M, HUO L et al. Phys. Rev., 1995, **C51**: 922
- 14 ZHANG W N, TANG G X, CHEN X J et al. Phys. Rev., 2000, **C62**: 044903
- 15 WONG C Y, ZHANG W N. Phys. Rev., 2004, **C70**: 064904
- 16 ZHANG W N, LI S X, WONG C Y et al. Phys. Rev., 2005, **C71**: 064908
- 17 Gyulassy M, Padula S S. Phys. Lett., 1988, **B217**: 181
- 18 ZHANG W N, LIU Y M, WANG S et al. Phys. Rev., 1993, **C47**: 795
- 19 Csörgő T, Lörstad B, Zimányi J. Z. Phys., 1996, **C71**: 491
- 20 Heiselberg H. Phys. Lett., 1996, **B379**: 27
- 21 Wiedemann U A, Heinz U. Phys. Rev., 1997, **C56**: 3265
- 22 Heinz U, ZHANG Q H. Phys. Rev., 1997, **C56**: 426
- 23 Heiselberg H, Vischer A P. Phys. Rev., 1997, **C55**: 874
- 24 Nakamura H, Seki R. Phys. Rev., 1999, **C60**: 064904
- 25 LIU Y M, Beavis D, CHU S Y et al. Phys. Rev., 1986, **C34**: 1667
- 26 ZHANG W N, LIU Y M, HUO L et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1996, **20**: 269
- 27 Humanic T J. Phys. Rev., 1999, **C60**: 014901
- 28 Bøggild H, Boissevain J, Dodd J et al(NA44 Collaboration). Phys. Lett., 1999, **B455**: 77; Bearden I G, Bøggild H, Boissevain J et al(NA44 Collaboration). Phys. Lett., 2001, **B517**: 25
- 29 Aggarwal M M, Agnihotri A, Ahammed Z et al(WA98 Collaboration). Phys. Rev. Lett., 2000, **85**: 2895
- 30 Adams J, Adler C, Ahammed Z et al(STAR Collaboration). Phys. Rev. Lett., 2003, **91**: 262301
- 31 Heinz U, Sugarbaker A. Phys. Rev., 2004, **C70**: 054908

Two- and Three-Pion Bose-Einstein Correlations for Granular Source of Coherent Droplets*

YANG Zhi-Tao¹ JIRIMUTU¹ HUO Lei¹ ZHANG Jing-Bo¹ ZHANG Wei-Ning^{1,2,3;1)}

¹ (Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

² (Department of Physics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

³ (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China)

Abstract We examine the two-pion and three-pion correlation functions for a granular source model of coherent droplets under the assumption that the pions emitted from the same droplet are coherent. The chaoticity of the source increases with the number of droplets in the granular source. By comparing the normalized pure three-pion correlations of the granular source and a partially coherent Gaussian source, we find that the difference of the normalized pure three-pion correlations between the two sources is distinct in small Q_3 regime, when the chaoticity parameter of two-pion correlation is smaller than 0.8.

Key words granular source of coherent droplets, two-pion correlation, normalized pure three-pion correlation

Received 31 July 2006

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10275015,10575024)

1) E-mail: weiningzh@hotmail.com