

带电粒子与超晶格相互作用及其超高能粒子识别

罗诗裕 邵明珠 胡西多
(东莞理工学院 东莞 523106)

摘要 讨论了非沟道粒子与晶体的相互作用及其渡越辐射,并将渡越辐射同沟道辐射进行了比较,结果表明,渡越辐射对沟道辐射的贡献主要是在长波区域使沟道辐射的本底增强;由于超晶格是由两种不同介电性能的材料交替生长而成的多层薄膜结构,它的渡越辐射比较强.正是这个特点,可望利用超晶格的渡越辐射来识别超高能粒子.

关键词 超高能 粒子识别 渡越辐射 沟道辐射 超晶格

1 引言

带电粒子的沟道效应和沟道辐射广泛被人们关注^[1-3],而超晶格的沟道效应和沟道辐射也正在被人们深入研究^[4-6].经典物理学证明,在电磁场中作加速运动的带电粒子要辐射电磁波.1946年,苏联物理学家金斯堡(Ginsburg)和弗兰克(Frank)进一步指出,当带电粒子穿过电磁性质不同的两种介质界面时,即使加速度为零也要向外辐射能量,这种辐射称为渡越辐射.事实上,在第一介质中远离边界的地方,粒子具有一定的场,而这个场就携带了粒子和第一介质相互作用的信息;当粒子进入第二种介质时,远离边界的场也携带了粒子和第二种介质相互作用的信息.值得注意的是,即使在整个过程中粒子的加速度为零,只要两种介质的电磁性质不同,初场和终场就一定不同.因此,当带电粒子趋近并穿过界面时,场必然会自动调整.正是在这种调整过程中带电粒子将向外辐射能量.

注意到即使在沟道实验中,也只有百分之几到百分之十几的入射粒子被沟道俘获,而大部分粒子都是非沟道的.本文关注的正是这些非沟道粒子与物质(晶体)的相互作用.这种作用的最大特点是粒子将穿过两种不同介质(真空和晶体)的界面.非沟道粒子一旦穿越这样的界面就要产生渡越辐射.而这种辐射可能对沟道辐射产生一定影响,这是关注的问题之一.注意到超晶格是由两种不同介电常数的材料交替生长

而成的多层薄膜结构,因此,带电粒子同超晶格相互作用就是带电粒子同多层薄膜相互作用.粒子每穿越一层薄膜就要穿越一次界面,每穿越一次界面就要产生一次渡越辐射,这种辐射有什么应用前景,这是关注的问题之二.

本文在沟道辐射研究的基础上,进一步研究了非沟道粒子与物质的相互作用产生的渡越辐射,并同沟道辐射进行了比较.结果表明,渡越辐射对沟道辐射的影响主要是在长波区域使沟道辐射的本底增强.强调了在渡越辐射能量公式中,由于含有相对论因子 γ ,可以用它来识别超高能粒子.但是,由于公式前面含有一个很小的系数 $1/(3 \times 137)$,一次渡越辐射放出的高能粒子的几率比较小,如果能让带电粒子多次穿过边界层,可望使问题得到改善.一个典型的例子是,具有多层薄膜结构的超晶格,可望用它的渡越辐射来识别超高能粒子.

2 渡越辐射

假设一个界面把空间分成了上下两个部分,并假设有两种介质充满了这两个半无限空间(下面将看到这个要求太严,实际上只需介质的纵向尺度大于等于形成长度 D 即可).空间中任意一点的场,都是由两种介质的电极化强度 $P_{1,2}(x', t)$ 联合贡献的结果.只需分别求出它们的贡献,问题就解决.这里,用稍微不同的思路进行分析.

假设电荷为 Ze 的相对论粒子,以速度 $v = \beta c$ 沿 z

轴从真空 ($z < 0$) 垂直入射到折射率为 $n(\omega)$ 的半无限均匀介质 ($z > 0$), 带电粒子的运动电磁场将在介质中感生一个与时间相关的电极化强度 $P(x', \omega)$, 正是由于介质极化而发出辐射. 粒子运动路线附近的场来自于空间不同点的辐射场的相干叠加, 而且渗透到介质内部一定的深度 (用形成长度 D 描写), 从而引起渡越辐射.

由 x' 处体积元 d^3x' 中的极化强度为 $P(x', \omega)d^3x'$ 所产生的偶极辐射场可表示为^[7]

$$dE_r = \frac{e^{ikR}}{R} (\mathbf{k} \times \mathbf{P}) \times \mathbf{k} d^3x', \quad (1)$$

其中 $x' = (z', \rho', \phi')$ 是柱坐标中的电极化强度 $P(x', \omega)$ 离考察点的距离, \mathbf{k} 是介质中的波矢, 如图1所示. 相应的波数

$$k = \omega n(\omega)/c, \quad (2)$$

$n(\omega)$ 折射系数, c 是光速. 注意到在光学共振区以上, 折射率近似为1, 而入射粒子在介质中和真空中的场差不多相同. 则感生极化强度 $\mathbf{P}(x', \omega)$ 的傅里叶分量可近似表示为

$$\mathbf{P}(x', \omega) \approx \left[\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\pi} \right] E_i(x', \omega), \quad (3)$$

其中 $\varepsilon(\omega)$ 是介电常数, E_i 是入射粒子在真空中电场的傅里叶分量. $R \approx r - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}'$. 将式(3)代入式(1), 并注意近似

$$\varepsilon(\omega) \approx 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2, \quad (4)$$

则当 $\omega \gg \omega_p$ 时, 完成被介质充满的半无限空间的积分, 并注意到辐射场的傅里叶分量与辐射强度之间的关系, 可得渡越辐射谱分布

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{c}{32\pi^3} \left(\frac{\omega_p}{c} \right)^4 \left| \int_{z>0} [\mathbf{k} \times E_i(x, \omega) \times \mathbf{k} e^{-ik \cdot x} dx^3] \right|, \quad (5)$$

值得注意的是, 在完成上式积分时, 如何确定它的上限是一个问题. 注意到在 z 值到达形成长度 D 之前, 来自不同 z 值的贡献会彼此叠加, 使振幅不断加强; 超过形成长度 D 之后, 迅速转动的相位就阻止了振幅的进一步增加. 于是, 积分上限可近似取作 D . 如果只有一个界面, 可将式(5)化为

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{Z^2 e^2 \gamma^2}{\pi^2 c} \left[\frac{\eta}{\nu^4 (1 + 1/\nu^2 + \eta)^2 (1 + \eta)^2} \right], \quad (6)$$

其中

$$\nu = \frac{\omega}{\gamma \omega_p}, \quad \eta = (\gamma \theta)^2, \quad (7)$$

γ 是相对论因子, θ 是辐射方向与粒子运动方向之间的夹角 (图1), 同所有相对论粒子辐射一样, 大部分能量

都集中在 $\theta \approx 1/\gamma$ 范围内; ω_p 是等离子体频率. 渡越辐射的形成长度 D 由公式

$$D = \frac{\gamma c}{\omega_p} \quad (8)$$

给出. 对于密度量级为1的物质, 等离子体频率 $\omega_p \approx 3 \times 10^{16} \text{s}^{-1}$, 相应的能量 $\hbar \omega_p \approx 20 \text{eV}$, 而 $c/\omega_p \approx 10^{-6} \text{cm}$, 当 $\gamma = 10^3$ 时, 形成长度 D 大约有几十 μm .

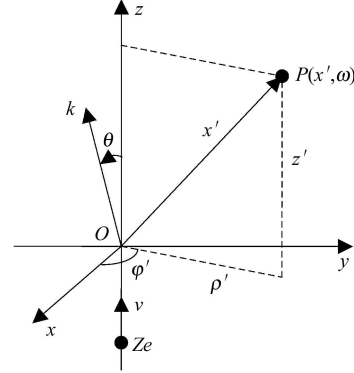


图1 带电粒子沿 z 轴正向同介质相互作用, 并示意性地给出了各物理量之间的关系

完成(6)式对立体角的积分, 可得渡越辐射谱密度分布

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{Z^2 e^2}{\pi c} \left[(1 + 2\gamma^2) \ln \left(1 + \frac{(\gamma \omega_p)^2}{\omega^2} \right) - 2 \right], \quad (9)$$

对于 ω 特大和特小两种极限情况, 有

$$\frac{dI}{d\omega} \approx \frac{Z^2 e^2}{\pi c} \begin{cases} \frac{1}{6} \left(\frac{\gamma \omega_p}{\omega} \right)^4, & \omega \gg \gamma \omega_p \\ 2 \ln \left(\frac{\gamma \omega_p}{\omega} \right), & \omega \ll \gamma \omega_p \end{cases}, \quad (10)$$

再完成对上式的积分, 可得渡越辐射在单位时间内辐射的总能量

$$I = \int \frac{dI}{d\omega} d\omega = \frac{Z^2 e^2 \gamma \omega_p}{3c} = \frac{Z^2}{3(137)} \gamma \hbar \omega_p. \quad (11)$$

进一步估计表明, 大约有一半的能量是在频率范围 $0.1\gamma \omega_p \leq \omega \leq \gamma \omega_p$ 内辐射出去的. 用量子力学语言来说, 渡越辐射有相当一部分能量是以比较高的能量辐射出去的. 比如, 对于 $\gamma = 10^3$, $\hbar \omega_p = 20 \text{eV}$, 就有差不多一半的能量是在 15keV 附近, 而这样的能量已位于 X 射线能区.

3 沟道辐射能量和谱分布

对于沟道辐射, 已经导出了单位频率和单位立体

角的辐射强度^[3-5]

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{2\pi c} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{|\dot{\beta}_{lx}|^2}{(1-\beta \cos\theta)^4} [(1-\beta \cos\theta)^2 - (1-\beta^2) \sin^2\theta \cos^2\varphi] \delta[l\Omega - \omega(1-\beta \cos\theta)], \quad (12)$$

其中 $\dot{\beta}_{lx}$ 是粒子横向加速度的 l 阶傅里叶分量. 式(12)描述了一般情况下, 带电粒子自发辐射谱分布. 原则上 l 的取值是任意的, 实际上, 由于受势阱深度等因素的限制, l 只能取少数几个值. 而且, 根据场的对称性, l 还可能只取奇数值或偶数值. 从式(12)可以看出, 在电磁场中运动的带电粒子, 只要知道了它的横向加速度, 它的 l 阶傅里叶分量就完全确定, 因而辐射谱密度的角分布(12)也就完全确定. 于是问题就归结为求解运动方程或寻找系统的 Hamiltonian 量.

完成对(12)式的立体角积分, 并注意到单位阶跃函数的性质, 可将谱密度分布表示为

$$\frac{dI}{d\omega} = \alpha h \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\omega_l |\dot{\beta}_{lx}|^2}{l^2 \Omega^2} f(\xi), \quad (13)$$

其中 $\xi = \omega/\omega_l$, $\alpha = 2\pi e^2/ch$ 是精细结构常数, 而

$$f(\xi) = \xi(1-2\xi+2\xi^2)\theta(\omega_l-\omega)/l^2 \quad (14)$$

是谱密度分布的线形因子, 与辐射强度成正比; 对于自发辐射, 这个因子总是相同的, 又称为普适因子; $\theta(\omega_l-\omega)$ 是单位阶跃函数. 而

$$\omega_l = \frac{l\Omega}{1-\beta \cdot \mathbf{n}} \quad (15)$$

是 l 次谐波的最大辐射频率, 且辐射也大都集中在 $\theta \leq 1/\gamma$ 范围内. 对线形因子(14)进行了计算, 结果如图2所示, 图中线形因子 $f(\xi)$ 用 $f(\omega)$ 代替. 图2表明, 随着谐波数 l 的增加, $f(\omega)$ 或辐射强度迅速下降, 虽然 l 的取值原则上是任意的, 实际上只有几个低次谐波分量起作用, 特别是 $l=1$ 的谐波分量.

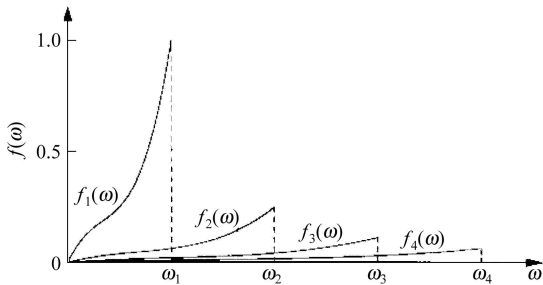


图 2 带电粒子沟道辐射线形因子

注意到, 在超相对论情况下, $\frac{1}{\gamma^2} = (1+\beta)(1-\beta) \approx$

$2(1-\beta)$, 式(15)可化为

$$\omega_l = 2l\Omega\gamma^2, \quad (16)$$

再注意到 $\Omega = \Omega_0\gamma^{-1/2}$, l 次谐波的最大辐射频率可进一步表示为

$$\omega_l = 2l\Omega_0\gamma^{3/2}, \quad (17)$$

其中 Ω_0 是惯性系中粒子横向振动频率, 由粒子-晶体相互作用势决定. 对于抛物线势, $V(x)$ 可表示为

$$V(x) = \frac{\pi^2 K \beta_1 x^2}{d_p^2}, \quad (18)$$

x 是粒子偏离平衡位置的距离, 粒子横向振动频率由公式

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi^2 K \beta_1}{m d_p^2}} \quad (19)$$

给出, 其中 $m = m_0\gamma$ 是粒子质量, β_1 是势参数, d_p 是晶面间距, 而

$$K = \pi Z_1 Z_2 e^2 N d_p^2, \quad (20)$$

Z_1 是入射粒子原子序数, Z_2 是晶体原子的原子系数, $N d_p^2$ 是晶体原子的面密度. 沟道辐射能量可表示为

$$E = \hbar\omega_l = 2\hbar l \Omega_0 \gamma^{3/2}. \quad (21)$$

4 结果和讨论

为了进一步同沟道辐射比较, 并注意到对于正负电子渡越辐射的结果相同, 以正电子在碳晶体中的沟道辐射为例, 计算一下它的辐射能量和辐射谱密度分布. 选择与晶体有关的参数为 $Z_2=6$, $N = 1.1 \times 10^{23} \text{cm}^{-3}$, $d_p = 3.56 \times 10^{-10} \text{m}$; 与相互作用势有关的参数 $\beta_1=0.2$; 与入射粒子有关的参数 $Z_1=1$, 初始值 $x_0 = 3.56 \times 10^{-10} \text{m}$, 能量 $\varepsilon=56 \text{MeV}$ ($\gamma \approx 10^2$). 在抛物线势近似下, 由式(21)可得, 正电子在碳单晶中沟道辐射(最大)的能量为 36keV . 图2左边第一个线形因子对应于 $l=1$, $\omega_1 = 36/\hbar \text{keV}$. 对于渡越辐射, 正如前面所述, 当 $\gamma = 10^3$, $\hbar\omega_p = 20 \text{eV}$, 就有差不多一半的能量是在 15keV 附近, 而当 $\gamma = 10^2$ 时, 大约有一半的能量在 keV 量级. 可见两种辐射谱分布有部分重合, 主要表现在沟道辐射的长波区域. 另一方面, 强度分析表明, 渡越辐射的强度比沟道辐射低一个量级以上. 即使两种辐射能谱彼此重合, 渡越辐射也只对沟道辐射长波区域的本底有所贡献.

但是对于超晶格的沟道辐射情况就不同了. 因为, 超晶格是由两种晶格常数不同的材料交替生长而成的

多层薄膜结构. 比如, 将材料 GaAs 和 $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ 交替生长形成的多层结构就是典型的超晶格. 由于同超晶格相互作用的带电粒子将多次穿越边界层, 每穿越一次, 渡越辐射强度就要放大一次 (如果不考虑吸收的话), 大概只需 10 层 (每层的厚度大于形成长度 D) 左右, 其强度就同沟道辐射差不多. 看来, 渡越辐射对超晶格的沟道辐射影响比较大, 在超晶格的沟道实验中应当尽量避免. 然而, 正是超晶格渡越辐射的这一

特点, 在超高能物理中可能找到它的重要应用. 事实上, 从式 (11) 可以看出, 由于它含有相对论因子 γ , 在超高能物理实验中可以用它来识别超高能粒子. 但是, 由于这个公式含有一个很小的系数 ($1/(3 \times 137)$), 一次渡越辐射放出的高能粒子的几率比较小, 不容易探测到, 如果能让带电粒子多次穿过边界层, 可望使问题得到改善. 具有多层薄膜结构的超晶格 (薄膜厚度大于形成长度 D) 就可以用来识别超高能粒子.

参考文献(References)

- 1 Korol A, Solovoyov A V, Greiner W. *J. Phys.*, 1998, **G24**: L45—50
- 2 Korol A, Solovoyov A V, Greiner W. *Int. J. Mod. Phys.*, 1999, **E8**: 49—57
- 3 LUO Shi-Yu, SHAO Ming-Zhu, HU Xi-Duo. *HEP & NP*, 2004, **28**: 96—100 (in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠, 胡西多. 高能物理与核物理, 2004, **28**: 96—100)
- 4 LUO Shi-Yu, SHAO Ming-Zhu, WEI Luo-Xia. *Acta Phys. Sin.*, 2004, **53**: 1219—1223 (in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠, 韦洛霞. 物理学报, 2004, **53**: 1219—1223)
- 5 LUO Shi-Yu, SHAO Ming-Zhu. *Acta Phys. Sin.*, 2004, **53**: 1157—1161 (in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠. 物理学报, 2004, **53**: 1157—1161)
- 6 LUO Shi-Yu, SHAO Ming-Zhu. *Acta Phys. Sin.*, 2005, **54**: 4092—4096 (in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠. 物理学报, 2005, **54**: 4092—4096)
- 7 Jackson J D. *Classical Electro-dynamics*. New York: John Wiley & Sons, 1976. 312—321

Interaction of Charged Particles with Superlattice, and Identification of Particles with Ultra-high Energy

LUO Shi-Yu SHAO Ming-Zhu HU Xi-Duo

(Dongguan University of Technology, Dongguan 523106, China)

Abstract The interaction of non-channeling particles with superlattice and the problem of transitional radiation are discussed. By comparing the transitional radiation with the channeling radiation, one finds that the background of the channeling radiation is enhanced in the long wave region by the transitional radiation, and the transitional radiation of the superlattice is strong, because the superlattice is constituted with multi-layer films which are alternately grown up with two materials with different dielectric properties. Thus, particles with ultra-high energy might be identified by using the property of the transitional radiation of superlattice.

Key words ultra-high energy, particle identification, transitional radiation, channeling radiation, superlattice