

有限核多重碎裂中的临界行为与临界指数的提取*

黄熙^{1,5;1)} 张丰收^{2,3,4} 冯兆庆^{1,5} 靳根明^{1,2}

1 (中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

2 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

3 (北京师范大学低能核物理研究所 北京 100875)

4 (中国高等科学技术中心 北京 100080)

5 (中国科学院研究生院 北京 100049)

摘要 利用非对称核物质状态方程可以得到有限核¹¹²Sn的压强-密度等温线,并对其在坐标和动量空间中的分布进行了模拟,采用了并合模型对形成的核碎片进行了构造.通过碎片的关联分析,寻找出了临界行为的信号,提取了临界指数.

关键词 非对称核物质状态方程 并合模型 临界行为 临界指数

1 引言

随着中能重离子加速器的兴建,人们可以对处在极端条件(高温高密度、高同位旋、高自旋)下的热核进行研究,并且发现了一种新的原子核退激发机制,即多重碎裂^[1].理论和实验研究表明,反应初期原子核系统压缩,在膨胀阶段反应路径会进入原子核状态方程的力学不稳定相,动力学的涨落则会激发动力学不稳定性,从而导致灾变性事件的发生,引起体系碎裂成多个核碎片.而处于激发态的热核,在低激发能条件下,核密度仍然接近于冷核物质的饱和密度 $\rho_0 = 0.16\text{fm}^{-3}$,可以认为核处在“液相”,其整体性质非常好地由标准液滴模型来描述,复合核蒸发粒子或者它的裂变是最主要的退激发方式.在高激发能的条件下,核会发生整体碎裂(全爆炸),核密度会急剧下降并远远低于饱和密度,此时可以认为核处在“气相”.而在激发能处于上述两者之间的条件下,我们认为核会处于液气混合态.可见原子核多重碎裂中存在着临界现象,这与核内液气相变^[2]过程有关,因而引起了人们广泛的注意.有关热核液气相变的一个最重要的先驱性实验测量的结果是德国GSI的ALADIN协作组在600MeV/u Au+Au反应中观测到的量热曲线的平台结构^[3],第一次在很宽的激发能范围内从实验上研

究了核物质的温度与激发能的关系,给出的结果(量热曲线)与水的量热曲线惊人地相似,上述的温度平台被视为迄今核液气相变的最有利的证据.还有热核²³⁸U碎裂中的热容量 C_V 对温度 T 曲线的峰结构^[4],当时此峰结构即被认为是液气相变的呈现.

为了寻找出核多重碎裂的临界行为信号,分析条件矩、折合矩及提取临界指数是一种行之有效的方法.本文基于这种考虑,我们采用静态模型^[5]来描述多重碎裂.利用非对称核物质状态方程得到有限核¹¹²Sn的压强-密度等温线,并对其在坐标和动量空间分布进行了模拟.采用了并合模型对形成的核碎片进行了构造.通过对形成核碎片的条件矩和折合矩分析,寻找出了临界行为的信号,并通过线性拟合提取了临界指数 τ, γ, β .

2 理论模型

非对称核物质的平均场可参数化为

$$U_q(\rho, \tau_z) = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma + C \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_0} \tau_z, \quad (1)$$

式中 ρ_0 是核物质的饱和密度; ρ_n, ρ_p 和 ρ 分别表示中子、质子密度和核子的总密度; τ_z 为同位旋第三分

2005-04-01 收稿

*国家自然科学基金(10475100)资助

1) E-mail: huangxi@impcas.ac.cn

量, 对中子和质子分别取1和-1; α , β 和 γ 为对称核物质势参量; C 为对称能强度系数. 本文中参数 α , β , γ 选用了不可压缩系数 $K = 200\text{MeV}$ 时的所谓软势参数, 即 -356MeV , 303MeV 和 $7/6$, 对称能强度系数 $C = 32\text{MeV}$. 在零温时由(1)式可得到平均每核子的总能量^[6]

$$E = \frac{3\hbar^2}{20m} \left(\frac{3\pi^2\rho}{2} \right)^{2/3} [(1+\delta)^{5/3} + (1-\delta)^{5/3}] + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \frac{\beta}{1+\gamma} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma + \frac{C}{2} \frac{\rho}{\rho_0} \delta^2. \quad (2)$$

上式给出了零温时同位旋相关的核物质状态方程, 相对中子过剩 $\delta = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho}$.

在温度 T 时, 中子($q=n$)和质子($q=p$)的密度可表示为

$$\rho_q = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty f_q(r, p) d^3p, \quad (3)$$

式中

$$f_q(r, p) = \left[\exp \left(\frac{\varepsilon_q - \mu_q}{T} \right) + 1 \right]^{-1} \quad (4)$$

是核子Fermi-Dirac分布函数, g 为简并因子, 对Fermi子取2, ε_q 是单核子能量. 在较高温下($T \geq 4\text{MeV}$), 由上式可以得出核子的化学势^[7, 8]

$$\mu_q = U_q + T \left[\ln \left(\frac{\lambda_T^3 \rho_q}{2} \right) + \sum_{n=1}^\infty \frac{n+1}{n} b_n \left(\frac{\lambda_T^3 \rho_q}{2} \right)^n \right], \quad (5)$$

式中

$$\lambda_T = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{1/2} \quad (6)$$

为核子的热波长, b_n 为维里展开系数. (5)式中 U_q 为(1)式给出的平均场.

由Gibbs-Duhem关系

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{\rho}{2} \left[(1+\delta) \frac{\partial \mu_n}{\partial \rho} + (1-\delta) \frac{\partial \mu_p}{\partial \rho} \right] \quad (7)$$

可以求出压强. 对于有限核, 在计算每核子平均总能量和压强时需考虑库仑势和表面势, 由参考文献^[7, 8]可得出有限核的能量和压强:

$$P = P_{\text{kin}} + P_0 + P_{\text{asy}} + P_{\text{Coul}} + P_{\text{surf}}, \quad (8)$$

$$P_{\text{kin}} = \frac{T\rho}{2} \left[2 + \sum_{n=1}^\infty b_n \left(\frac{\lambda_T^3 \rho}{4} \right)^n \left((1+\delta)^{n+1} + (1-\delta)^{n+1} \right) \right], \quad (9)$$

$$P_0 = \frac{1}{2} \alpha \rho_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 + \frac{\beta\gamma}{1+\gamma} \rho_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma+1}, \quad (10)$$

$$P_{\text{asy}} = \frac{C}{2} \rho_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \delta^2, \quad (11)$$

$$P_{\text{Coul}} = \left[\frac{4\pi\rho}{3A} \right]^{1/3} \frac{Z^2 e^2}{5A} \rho, \quad (12)$$

$$P_{\text{surf}} = -2\gamma(T) \left[\frac{4\pi\rho}{3A} \right]^{1/3}, \quad (13)$$

$$\gamma(T) = 1.14 \left[1 + \frac{3T}{2T_c} \right] \left[1 - \frac{T}{T_c} \right]^{3/2}. \quad (14)$$

式中 P_{kin} 是核物质中动能部分对压强的贡献, P_0 是核物质中同位旋无关的势能部分对压强的贡献, P_{asy} 是核物质中同位旋相关的势能部分对压强的贡献, P_{Coul} 是库仑势产生的压强, P_{surf} 是表面势产生的压强, $\gamma(T)$ 是温度相关的表面系数.

图1给出了基于上面式子所计算的有限核¹¹²Sn和¹²⁴Sn的压强-密度等温曲线. 图中虚线表示力学不稳定线, 点线表示化学不稳定线, 虚线下方是力学不稳定区($(\partial P/\partial \rho)_{T, \delta} < 0$, T 为核温度, δ 为相对中子过剩), 点线和虚线之间是化学不稳定区($(\partial \mu_n/\partial \delta)_{T, P} < 0$, μ_n 为中子化学势). 从图中可以看出, 化学不稳定线位于力学不稳定线的外侧, 从而使体系的不稳定性变得更宽, 但由于¹¹²Sn的相对中子过剩($\delta = \frac{62-50}{112} = 0.107$)很小, 所以化学不稳定区相对较窄, 随着相对中子过剩增大, ¹²⁴Sn的相对中子过剩为0.194, 化学不稳定区将增宽^[9](如图1(b)). 力学不稳定性和化学不稳定性将会导致热核的密度的坠落, 由“液相”向“气相”转变, 从而导致核的液气相变.

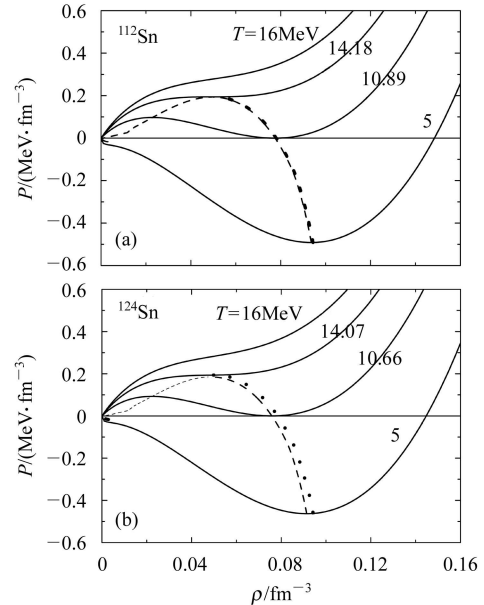


图1 有限核¹¹²Sn(a)和¹²⁴Sn(b)的压强-密度等温曲线
----- 力学不稳定线, 化学不稳定线.

真实重离子碰撞在反应末期会进入 P - ρ 相图的不同区域, 将对这些态进行模拟抽样. 对中子和质子在坐标空间和动量空间的抽样如下:

$$\rho(r) = \theta[R(T) - r]\rho, \quad (15)$$

$$f(p) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{p^2/2m - \mu}{T}\right)}, \quad (16)$$

式中 μ 为自由核子的化学势, 可由(3)式计算给出.

$$R(T) = \left(\sqrt[3]{\frac{3A}{4\pi\rho}}\right) (1 + 0.00041T^2) \quad (17)$$

是采用有限温度 Hartree-Fock 计算结果^[10].

对¹¹²Sn在整个相空间(坐标空间和动量空间)形成的碎片, 用并合模型来构造. 如果核体系在任意一对核子的相对动量小于 P_0 , 相对距离小于 R_0 , 那么认为这些核子组成一个束缚的核碎片. 其中 P_0 和 R_0 是两个参数, 这里 P_0 取为 200MeV, R_0 取为 3.0fm.

3 结果与讨论

3.1 临界行为的分析

利用 Campi 提出的核碎片的电荷条件矩和折合矩^[11, 12]进行分析来寻找临界行为的信号. 条件矩可定义为

$$M_k^{(j)} = \sum_{Z=1}^{Z_0} Z^k n^{(j)}(Z) - (Z_{\max}^{(j)})^k, \quad (18)$$

式中 $n^{(j)}(Z)$ 是事件 j 产生的电荷为 Z 的碎片的数目, Z_0 是碎裂系统总的电荷数目, 求和是对所有碎片. 高阶矩 ($k \geq 2$) 才包含了多重碎裂和临界行为^[1]. 在一般情况下, 定义折合矩为

$$S_k^{(j)} = \frac{M_k^{(j)}}{M_1^{(j)}}, \quad (19)$$

(18) 和 (19) 式实际上也反映了核碎裂的程度, 若除最大碎片以外的其他碎片的电荷数较小, 则条件矩的值也较小, 这时也可以认为核或其局部区域碎裂的程度较高.

图2给出了有限核¹¹²Sn在 $T = 5\text{MeV}$, 密度为 $0.01\text{--}0.15\text{fm}^{-3}$ 时 $\ln Z_{\max}$ 和 $\ln S_2$ 的等高图, Z_{\max} 为每个事件中最大碎片电荷, S_2 可由(19)式计算所得. 这里取事件数为 4000. 可以清楚地看到图中有两个分支, 具有重电荷的 Z_{\max} 核处于“液相”, 对应于欠临界状态; 具有轻电荷的 Z_{\max} 核处于“气相”, 对应于超临界状态. 两个分支在临界点 $\ln Z_{\max} = 3.18$ ($Z_{\max} = 24$)

相遇, 达到最大的液气共存, 表现出了明显的临界现象.

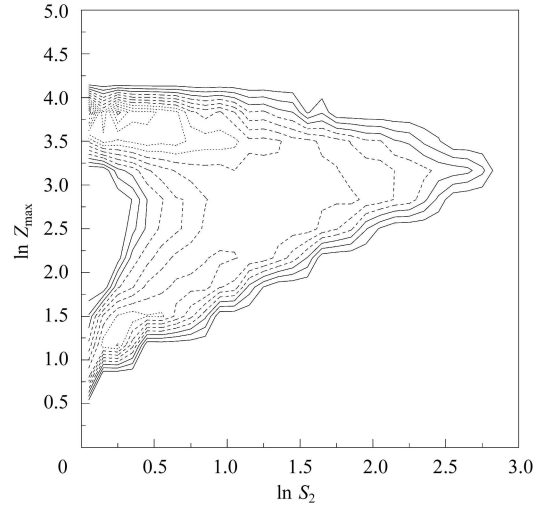


图2 有限核¹¹²Sn在 $T = 5\text{MeV}$ 密度为 $0.01\text{--}0.15\text{fm}^{-3}$ 时, $\ln Z_{\max}$ 与 $\ln S_2$ 的等高图

3.2 临界指数的提取

临界指数是反映体系的热力学量在接近临界点区域时的规律, 它是核发生临界现象的敏感物理量之一. 其中临界指数 β 描述了液气相变时的液气密度差在临界点附近的规律, γ 描述了压缩系数在临界点附近随温度的变化规律. 在 20 世纪 90 年代, 实验上尝试了很多方法, 其中之一是通过核碎片分析来提取临界指数^[13-17]. 本文采用 Campi 提出的电荷矩来提取临界指数.

3.2.1 临界指数 τ 的提取

当获得碎裂系统的碎片分布后, 可以通过幂指数分布 $M_Z \propto Z^{-\tau}$ 对碎片分布进行线性拟合, 从而提取有效幂指数 τ .

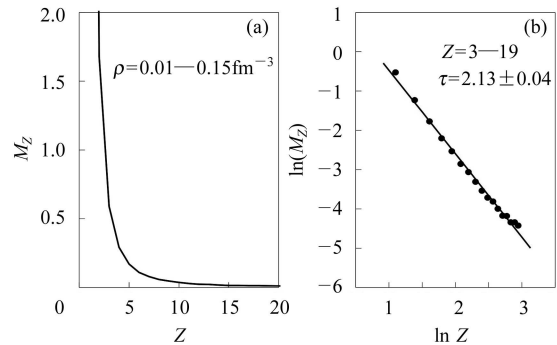


图3 有限核¹¹²Sn在 $T = 5\text{MeV}$ 密度为 $0.01\text{--}0.15\text{fm}^{-3}$ 时所有粒子的电荷分布(a)和线性拟合(b)

图3给出了有限核¹¹²Sn在 $T = 5\text{MeV}$ 密度为 $0.01\text{--}0.15\text{fm}^{-3}$ 时所有粒子的电荷分布和对应的线

性拟合. 由于我们事件数取得比较大, 为4000个, 图3(a)中曲线比较光滑, 轻的带电粒子碎片出现了峰值, 因为如果热核内部经历了液气相变, 多重碎裂的产物应包含较多的轻碎片. 碎片电荷分布很好地满足了幂律规律. 在图3(b)中选取了中等质量核碎片 ($3 \leq Z \leq 30 \times Z_{\text{source}}/79$, Z 为电荷数), 其电荷数 Z 的范围为 $3 \leq Z \leq 19$, 从中线性拟合提取到的临界指数为 $\tau = 2.13 \pm 0.04$, 根据统计物理中的fisher理论^[18]知道, 幂指数范围约为2—3, 我们提取的 τ 在该范围之内, 并与最近LBL实验室通过研究 $p+^{197}\text{Au}$ 最新实验给出的临界指数 $\tau = 2.35 \pm 0.5$ ^[19]比较接近.

3.2.2 临界指数 γ 的提取

二阶平均条件矩 M_2 满足如下幂指数率:

$$M_2(m) \propto |m - m_c|^{-\gamma}, \quad (20)$$

式中 γ 为要提取的临界指数, m 为总的带电粒子多重性, m_c 为总的带电粒子多重性的临界值. 这里 $m < m_c$ 核处于“液相”, $m > m_c$ 核处于“气相”.

在图4中, 可以定出 m_c 值. 图(b)为最大碎片电荷平均值的偏差 $\langle \Delta Z_{\text{max}} \rangle$ 和总的带电粒子多重性 m 的关联. 由图可以看到在 $m = 15$ 时, 有个峰值, $\langle Z_{\text{max}} \rangle$ 的涨落达到了最大值, 这正是核发生了临界现象的显示, 这表明 $m_c = 15$ 就是临界点. 因为核发生液气相变时, 处在临界点时, 核的液气共存达到了最大, 涨落也最大. 图中点线代表临界点 $m_c = 15$. 图(a)为最大碎片电荷的平均值 $\langle Z_{\text{max}} \rangle$ 和总的带电粒子多重性 m 的关联, 从图中明显看出大的 m , 表示系统碎裂的比较厉害, 对应着“气相”, 小的 m 对应着“液相”. 在临界点 $m_c = 15$, 对应的 $\langle Z_{\text{max}} \rangle = 24$, 正好与图2中的临界点一致.

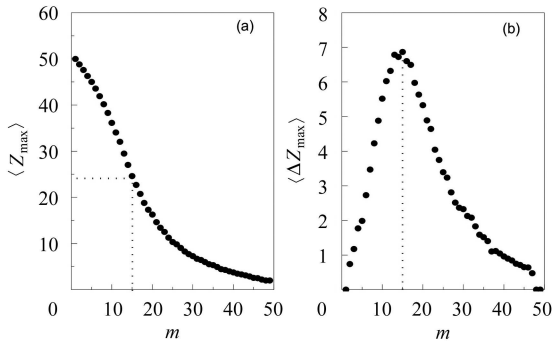


图4 有限核 ^{112}Sn 在 $T = 5\text{MeV}$ 密度为 $0.01\text{--}0.15\text{fm}^{-3}$ 时最大碎片电荷的平均值 $\langle Z_{\text{max}} \rangle$ (a)和最大碎片电荷的平均值的偏差 $\langle \Delta Z_{\text{max}} \rangle$ (b)与总的带电粒子多重性 m 的关联

定出 m_c 后, 在“气相”边($m > m_c$)选取临界点附

近的一些数据, 因为式(20)在临界点附近才满足. 对所选的数据进行 $\ln M_2$ 与 $\ln |m - m_c|$ 的线性拟合提取临界指数 $\gamma_{\text{气}}$, 同样的方法在“液相”($m < m_c$), 提取临界指数 $\gamma_{\text{液}}$, 直到 $\gamma_{\text{气}} = \gamma_{\text{液}}$.

图5是根据上述方法提取临界指数 γ . 在“气相”我们选择 $20 \leq m \leq 28$, 在“液相”选择 $4 \leq m \leq 9$, 直到 $\gamma_{\text{气}} = \gamma_{\text{液}} = \gamma = 1.13 \pm 0.16$, 在这里 $m_c = 15$. 我们可以看到不管是“气相”边, 还是“液相”边, 线性拟合得还是比较好的.

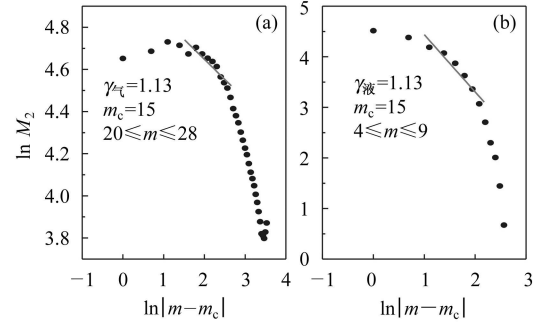


图5 在“气相”对 $20 \leq m \leq 28$ (a)和在“液相”对 $4 \leq m \leq 9$ (b)进行 $\ln M_2$ 与 $\ln |m - m_c|$ 的线性拟合

3.2.3 临界指数 β 的提取

临界指数 β 满足下式:

$$Z_{\text{max}} \propto |m - m_c|^\beta, \quad (21)$$

根据3.2.2的做法, 同样可以提取临界指数 β , 如图6所示, Z_{max} 为最大碎片电荷, 在“液相”, 选择 $4 \leq m \leq 9$, 线性拟合出 $\beta_{\text{液}} = \beta = 0.32 \pm 0.002$.

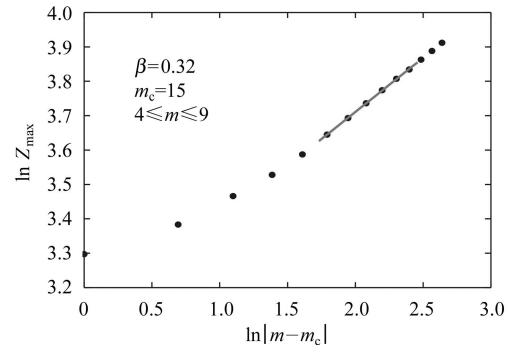


图6 在“液相”, 对 $4 \leq m \leq 9$ 进行 $\ln Z_{\text{max}}$ 与 $\ln |m - m_c|$ 的线性拟合

在误差的范围之内, 可以看到临界指数 γ , β , τ , 满足下式

$$\tau = 2 + \frac{\beta}{\beta + \gamma}. \quad (22)$$

为了比较, 表1给出了其他系统的临界指数^[20]和本文所提取的临界指数. 其中我们提取的临界指数 τ 及比

值 β/γ 与在 3D Percolation 系统、Fluid 系统、Au+C Fragmentation 系统提取的是一致的, 可见本文提取的临界指数值还是比较可靠的。

表 1 各个系统的临界指数

System	γ	β	τ	$2 + \frac{\beta}{\beta + \gamma}$
3D Percolation	1.80	0.45	2.20	2.20
Fluid	1.24	0.33	2.21	2.21
Mean Field Theory	1.0	0.5	2.33	2.33
Au+C Fragmentation	1.27	0.31	2.18	2.20
^{112}Sn (本文)	1.13 ± 0.16	0.32 ± 0.002	2.13 ± 0.04	2.22

除了临界指数这个敏感量外, 还有二级矩 M_2 、

中等质量碎片的多重性 M_{imf} 、信息熵 H 以及比热 C_v 等敏感物理量都能针对性地指导实验上寻找核物质的液气相变和临界现象, 这将是以后研究的重点。

4 总结

本文利用非对称核物质状态方程, 通过有限温度的 Hartree-Fock 抽样, 采用并合模型对形成的碎片进行了构造, 对有限核多重碎裂的临界现象进行了静态研究, 寻找出了核发生临界现象的信号, 并提取了临界指数 τ , γ , β 。通过 Z_{max} 与 S_2 在以 10 为底的对数坐标下的等高图, 也可以看出临界现象的发生。

参考文献(References)

- ZHANG F S, GE L X. Nuclear Multifragmentation. Beijing: Science Press, 1998. 27—29 (in Chinese)
(张丰收, 葛凌霄. 原子核多重碎裂. 北京: 科学出版社, 1998. 27—29)
- JIN G M. Nuclear Physics Review, 1998, **15**(4): 227 (in Chinese)
(靳根明. 原子核物理评论, 1998, **15**(4): 227)
- Pochatzlalla J et al. Phys. Rev. Lett., 1995, **75**: 1040
- SA Ban-Hao, Gross D H E. Nucl. Phys., 1985, **A437**: 643
- ZHANG F S, GE L X. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1997, **21**(4): 340 (in Chinese)
(张丰收, 葛凌霄. 高能物理与核物理, 1997, **21**(4): 340)
- Bertsch G F, Das Gupta S. Phys. Rep., 1988, **160**: 189
- LI B A, Ko C M, Bauer W. Int. J. Mod. Phys., 1998, **E7**: 147
- Jaqaman H R. Phys. Rev., 1989, **C39**: 169
- LI W F, ZHANG F S. Acta Phys. Sin., 2001, **50**(10): 1888 (in Chinese)
(李文飞, 张丰收. 物理学报, 2001, **50**(10): 1888)
- Sauer G, Chandra H, Mosel U. Nucl. Phys., 1976, **A264**: 221
- Campi X. Phys. Lett., 1988, **B208**: 351
- Campi X. J. Phys., 1986, **A19**: L917
- Gilkes M L et al. Phys. Rev. Lett., 1994, **73**: 1590
- Gilkes M L et al. Phys. Rev., 1995, **C52**: 2652
- Adamovitch M I et al. Eur. Phys. J., 1998, **A1**: 77
- Adamovitch M I et al. Eur. Phys. J., 1999, **A5**: 429—440
- MA Y G et al. Phys. Rev., 2005, **C71**: 054606
- Fisher M E. Physics(N Y), 1967, **3**: 255
- Bukernbusch M K et al. Phys. Rev. Lett., 2002, **88**: 022701
- Porile N T. Critical Exponents Associated with Multifragmentation. Harris J, Mignerey A, Bauer W ed. Advances in Nuclear Dynamics. Singapore: World Scientific, 1994. 37—46

Critical Behavior of Multifragmentation in Finite Nuclei and Extraction of Critical Exponents*

HUANG Xi^{1,5;1)} ZHANG Feng-Shou^{2,3,4} FENG Zhao-Qing^{1,5} JIN Gen-Ming^{1,2}

1 (Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

2 (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator Lanzhou, Lanzhou 730000, China)

3 (Institute of Low Energy Nuclear Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

4 (CCAST (World Laboratory), Beijing 100080, China)

5 (Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract Using a phenomenological asymmetric nuclear equation of state, we obtained pressure-density isotherms of the finite nucleus ^{112}Sn simulated in r-space and in p-space and constructed the nuclear fragments by using the coalescence model. After correlatively analysing the fragments, the signal of critical behavior has been found and critical exponents were also extracted.

Key words asymmetric nuclear equation of state, coalescence model, critical behavior, critical exponent

Received 1 April 2005

*Supported by National Natural Science Foundation of China (10475100)

1) E-mail: huangxi@impcas.ac.cn