

Ξ超子-核子有效相互作用 Skyrme 力 参数的初步研究*

尧江明 钟显辉 李磊 宁平治¹⁾

(南开大学物理科学学院 天津 300071)

摘要 在 Skyrme-Hartree-Fock 理论框架下,根据已有实验数据首次对 ΞN 有效相互作用进行了研究,初步确定了 ΞN 的 Skyrme 有效力参数,并由此计算了几种 Ξ 超核的势阱深度和相应的 Ξ 超子单粒子能级,以及 Ξ 超子在核中的均方根半径和相应超核的电荷分布半径,在较大的范围内得到了合理的结果.

关键词 Skyrme-Hartree-Fock 理论 Ξ^- 超核 ΞN 有效 Skyrme 力

1 引言

近年来,奇异性核物理的研究越来越受人们的关注^[1].有关超核的研究更是如此.目前对 Λ 超核已经了解得较透彻,而对于双 Λ 超核以及 Ξ 超核尚处于起步阶段,相关实验数据尚少.

超核内部不仅存在 NN 作用,还包含 YN , YY 相互作用.Nijmegen 组^[2-6]以及 Jülich 组^[7]等采用介子交换模型来描述自由二体相互作用.而核物质中二体相互作用用有效作用代替自由二体相互作用.因此理论上对超核的研究常采用唯象的方法,如相对论平均场(RMF)^[8,9],以及 Skyrme-Hartree-Fock(SHF)^[10-12]等模型.SHF 方法已经被广泛运用于普通核以及 Λ 超核的计算并取得很好的效果.由于到目前为止有关 Ξ 超核的实验数据非常少,难以精确确定 $\Xi-N$ 有效 Skyrme 力参数,因此理论上用 SHF 方法对 Ξ 超核的研究还未进行过,用 RMF 模型对 Ξ 超核也只做过简单的估算和讨论.本文的目的是将 SHF 方法推广到 Ξ 超核的研究,尝试提取 $\Xi-N$ 有效相互作用的 Skyrme 力参数.根据已有的几个实验数据,特别是 $^{12}_{\Xi}\text{Be}$ 的最新实验结果,对 $\Xi-N$ 的 Skyrme

力参数作了初步的讨论,给出了几套参数的大致取值.然后用给出的参数对 Ξ 超核的性质做了若干研究和分析.

2 理论框架

描述 $\Xi-N$ 有效相互作用采用通常的 Skyrme 力,其中两体有效相互作用 $\Xi-N$ 的 Skyrme 力标准形式为^[13]

$$\begin{aligned} v_{\Xi N}(\mathbf{r}_\Xi - \mathbf{r}_N) = & t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_\Xi - \mathbf{r}_N) + \\ & \frac{1}{2} t_1 [k'^2 \delta(\mathbf{r}_\Xi - \mathbf{r}_N) + \delta(\mathbf{r}_\Xi - \mathbf{r}_N) k^2] + \\ & t_2 \mathbf{k}' \delta(\mathbf{r}_\Xi - \mathbf{r}_N) \cdot \mathbf{k} + \\ & i W_0 \mathbf{k}' \delta(\mathbf{r}_\Xi - \mathbf{r}_N) \cdot (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}), \end{aligned} \quad (1)$$

SHF 方法中还包括三体部分为

$$v_{\Xi NN}(\mathbf{r}_\Xi, \mathbf{r}_{N1}, \mathbf{r}_{N2}) = t_3 \delta(\mathbf{r}_\Xi - \mathbf{r}_{N1}) \delta(\mathbf{r}_\Xi - \mathbf{r}_{N2}), \quad (2)$$

式中 $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar = (\nabla_\Xi - \nabla_N)/(2i)$ 是向右作用的动量算符,而 $\mathbf{k}' = \mathbf{p}'/\hbar = (\nabla_N - \nabla_\Xi)/(2i)$ 向左作用;
 $P_\sigma = (1 + \boldsymbol{\sigma}_\Xi \cdot \boldsymbol{\sigma}_N)/2$ 为自旋交换算符.根据文献[13]的建议,式(2)采用更一般的密度相关 $\Xi-N$ 力代替三体 ΞNN 力:

2004-08-23 收稿

* 国家自然科学基金(10275037),国家教育部博士点专项基金(20010055012)资助

1) E-mail: pning@nankai.edu.cn

$$v_{\Xi N}(\mathbf{r}_{\Xi}, \mathbf{r}_N, \rho) = \frac{3}{8} t_3 (1 + x_3 P_\sigma) \times \\ \delta(\mathbf{r}_{\Xi} - \mathbf{r}_N) \rho^\gamma \left(\frac{\mathbf{r}_{\Xi} + \mathbf{r}_N}{2} \right), \quad (3)$$

可以看到,如果 $x_3 = 0, \gamma = 1$,式(3)与式(2)具有近似相同的形式(并不严格相同)^[14].上式定义的 Skyrme 力共包含 8 个唯象的可调节参数: $t_0, t_1, t_2, t_3, W_0, x_0, x_3$ 和 γ .考虑了 Ξ^- 的库仑作用,总的库仑势可通过求解泊松方程得到

$$-\Delta U_{\text{Coul, dir}} = 4\pi e^2 \rho_e, \quad (4)$$

$$\text{其中 } \rho_e = \rho_p - \rho_{\Xi^-}, \quad (5)$$

式中 ρ_e 为电荷分布密度, ρ_p 为核子电荷分布, ρ_{Ξ^-} 为 Ξ^- 电荷分布.

3 ΞN 有效相互作用 Skyrme 力参数的确定

有关 Ξ 超核的实验数据很少. Dover 和 Gal^[15]根据旧的 K^- 束与乳胶核的几个实验数据^[16]用 Woods-Saxon 势拟合得到 Ξ 与核相互作用的势阱深度 $V_0^{\Xi} \approx -21$ — (-24) MeV, Fukuda 等人^[17]通过分析,估计 V_0^{Ξ} 的值在 (-16) — (-20) MeV 之间.而根据最近 AGS 的实验 E885^[18],势阱深度 $V_0^{\Xi} \approx 14$ MeV 或者更小.现在通过拟合最新的实验 E885 给出的 $^{12}\Xi$ Be 的势阱深度 ($V_0^{\Xi} \approx -14$ MeV) 以及基态单粒子束缚能 ($E_{\Xi} \approx -5.0$ MeV) 来确定 Skyrme 力 8 个唯象的可调节参数: $t_0, t_1, t_2, t_3, W_0, x_0, x_3$ 和 γ .

像文献[12]一样,首先取 $\gamma = 1/3$.由于自旋轨道耦合对能量的贡献一般不大,为了问题的简单往往可以忽略,因此取 $W_0 = 0$.这样只要确定 t_0, t_1, t_2, t_3, x_0 和 x_3 这 6 个参数.从有效二体 Skyrme 力的形式可以看出 x_0 和 x_3 对 Skyrme 力的影响非常小,暂时让 $x_0 = x_3 = 0$.在 SHF 理论框架下,人们对 Λ 超

核进行了研究并定出了 Skyrme 力唯象的可调节参数^[12].而我们研究的 Ξ 超核其势阱深度大约为 Λ 势阱深度的一半,因此暂先考虑将参数 t_0, t_1, t_2, t_3 近似定为 Λ -N Skyrme 力参数值的一半.然后依次将其中一个参数当成可调参数,其他不变,给出 $^{12}\Xi$ Be 的单粒子能级和势阱深度随各个参数的变化曲线,找到合理的参数.由于 t_1, t_2 参数对势阱深度影响很小,所以先调节参数 t_0, t_3 使得 $^{12}\Xi$ Be 的势阱深度约为 -14 MeV,再调节参数 x_0, x_3 使得单粒子束缚能约为 -5.0 MeV.然后协调的调整这 4 个参数,使得势阱深度 $V_0^{\Xi} \approx -14$ MeV 以及基态单粒子能量 $E_{\Xi} \approx -5.0$ MeV.这样得到 4 组 Ξ -N 有效二体相互作用的 Skyrme 参数(如表 1),分别记为 SA, SB, SC, SD.为了比较,用这 4 组参数分别对旧的 K^- 束与乳胶核的实验中得到的 7 个 Ξ^- 超核 $^{11}\Xi$ -B, $^{13}\Xi$ -C, $^{15}\Xi$ -C, $^{17}\Xi$ -O, $^{28}\Xi$ -Al 和 $^{29,30}\Xi$ -Mg 的单粒子束缚能($1s$)和势阱深度 V_0^{Ξ} 进行计算,结果列在表 2 中.

从表 2 可以看到,4 组参数给出的单粒子束缚能($1s$)略有差别,其差别最大不超过 2 MeV,绝大多数情况下小于 1 MeV.计算结果明显小于旧的实验值.对不同核的势阱深度 V_0^{Ξ} 基本上稳定在 14 MeV 左右,从表中可以看出 SB, SC 两组参数给出的不同

表 1 通过拟合最新的实验 E885 给出的 $^{12}\Xi$ Be 的势阱

深度 $V_0^{\Xi} \approx -14$ MeV 以及基态单粒子束缚能
($E_{\Xi} \approx -5.0$ MeV) 初步确定的 Skyrme 力参数

Ξ -N 参数	t_0	t_1	t_2	t_3	W_0	x_0	x_3	γ
SA	-280	200.0	40.0	1983.4	0.0	2.1	0.0679	$\frac{1}{3}$
SB	-311.4	58.0	15.0	1880.0	0.0	1.121	0.0679	$\frac{1}{3}$
SC	-210	98.0	40.0	1949.0	0.0	2.3	-0.245	$\frac{1}{3}$
SD	-280	200.0	100.0	2050.4	0.0	2.35	0.0679	$\frac{1}{3}$

表 2 单粒子束缚能和势阱深度 (单位: MeV)

超核	$^{8}\Xi$ He	$^{11}\Xi$ B	$^{13}\Xi$ C	$^{15}\Xi$ C	$^{17}\Xi$ O	$^{28}\Xi$ Al	$^{29,30}\Xi$ Mg
$-E_{\Xi}^{\text{exp}}$	5.9 ± 1.2	9.2 ± 2.2	18.1 ± 3.2	16.0 ± 4.7	16.0 ± 5.5	23.2 ± 6.8	2.4 ± 6.3
$-E_{\Xi}^{\text{SA}}$	3.57	4.27	4.77	5.60	6.24	7.28	7.45, 7.63
$-E_{\Xi}^{\text{SB}}$	4.13	4.74	5.09	5.70	6.11	6.90	7.03, 7.16
$-E_{\Xi}^{\text{SC}}$	3.36	4.07	4.53	5.23	5.72	6.66	6.81, 6.96
$-E_{\Xi}^{\text{SD}}$	4.27	5.06	5.63	6.56	7.27	8.25	8.42, 8.61
$-V_0^{\Xi \text{SA}}$	10.28	11.05	10.91	16.24	21.12	20.29	17.37, 16.74
$-V_0^{\Xi \text{SB}}$	14.67	13.32	12.59	14.67	16.40	15.37	14.50, 14.39
$-V_0^{\Xi \text{SC}}$	14.12	12.97	12.33	14.53	16.40	15.95	15.26, 15.20
$-V_0^{\Xi \text{SD}}$	13.75	11.80	10.67	14.70	18.27	18.66	17.00, 16.76

注:单粒子束缚能 E_{Ξ}^{exp} 为旧的 K^- 束与乳胶核的实验数据取自文献[16], $-E_{\Xi}^{\text{SA}}, -E_{\Xi}^{\text{SB}}, -E_{\Xi}^{\text{SC}}, -E_{\Xi}^{\text{SD}}$ 为 4 组参数 SA, SB, SC, SD 计算的单粒子束缚能. $-V_0^{\Xi \text{SA}}, -V_0^{\Xi \text{SB}}, -V_0^{\Xi \text{SC}}, -V_0^{\Xi \text{SD}}$ 为 4 组参数 SA, SB, SC, SD 计算的势阱深度

核势阱深度稳定在 14MeV 左右,其偏差不超过 2.4MeV.因此 SB, SC 两组参数比起 SA, SD 来能够更好的再现最初的取值 $V_0^{\Xi} \approx -14\text{MeV}$.另外,4 组参数给出的单粒子束缚能(1s)一致显示随重子数增加而增加的趋势.到目前为止,得到的 4 组参数只能在一定范围内给出一些初步的结果,如要精确计算,还有待于实验的发展,才能进一步确定这些可调参数.

4 Ξ -超核的 SHF 计算结果

采用其中一组参数 SA,对一些 Ξ -超核的基态性质在 SHF 框架下进行了计算,计算结果如表 3 所示.表 3 给出了 Ξ -超核的单粒子束缚能 E_{Ξ} ,不同核的势阱深度 V_0^{Ξ} , Ξ -超子在核中的方均根半径 r_{Ξ} , Ξ -超核的电荷分布方均根半径 r_{ch} 以及每核子(包括 Ξ -超子)的平均束缚能 E/A .为了比较,表中还给出了取自相对论场(RMF)计算^[19]的一些结果(同样是拟合 $V_0^{\Xi} = 14\text{MeV}$),来源于单玻色子交换模型(OBEP)^[20]计算的几个数据和没有加入 Ξ -超子时候的普通核的电荷分布方均根半径的实验数据 r_0^{ch} ^[13].

从表 3 可以看到,对于每核子的平均束缚能 E/A ,RMF 给出的结果小于在 SHF 框架下计算结果 1—2MeV 左右,RMF 给出的 Ξ -超子在核中的方均根半径 r_{Ξ} 和 Ξ -超核的电荷分布方均根半径 r_{ch} 与 SHF 框架下给出的除了 $^7_{\Xi}\text{Li}$ 和 $^{209}_{\Xi}\text{Pb}$ 差别较大之外,其余的只有很小差别;另外,从表中看到,玻色子交

换模型(OBEP)计算的 3 个 Ξ -超核 $^{13}_{\Xi}\text{C}$, $^{15}_{\Xi}\text{N}$ 和 $^{17}_{\Xi}\text{O}$ 的单粒子基态束缚能与我们的结果非常接近($\Delta E < 1\text{MeV}$);再者,根据相对论平均场的计算^[19,21],当在普通核中加入一个超子(Λ, Ξ)能够引起核的均方根半径变小,但这种变化是比较小的,并且随着核子数的增加越来越小,所以计算出来的 Ξ -超核的电荷分布方均根半径 r_{ch} 应该与正常核的非常相近,从表 3 发现除了 $^7_{\Xi}\text{Li}$ 和 $^{209}_{\Xi}\text{Pb}$ 的电荷分布方均根半径 r_{ch} 与相应的正常核的实验值相差较大外,其余的都非常接近.因此,从与 RMF 模型,玻色子交换模型(OBEP)及实验结果的比较分析可知在 SHF 框架下研究 Ξ -超核基本上是成功的,其中定出的几组有效二体 Skyrme 力参数在描述 Ξ -N 相互作用上是合理的.

根据计算的结果(表 3), Ξ -超子在核中的基态(1s)束缚能随核子数的增加而增加可知 Ξ -超子在较重的核中形成束缚态相对容易一些.比较 Ξ -超子在核中的方均根半径 r_{Ξ} 和 Ξ -超核的电荷分布方均根半径 r_{ch} ,发现在计算的这些较轻的核当中 r_{Ξ} 始终大于 r_{ch} , r_{Ξ} 和 r_{ch} 的差别随总核子数的增加而缩小,这意味着 Ξ -超子很大几率上处在核的表面,并没有深入核的内部.随着核子数的增多, Ξ -超子深入到中重核的内部,这时 Ξ 具有较大的束缚能,形成较稳定超核.因此 Ξ -超核在重核中形成的可能性较大.另外,可以看到在计算的结果中除 $^{209}_{\Xi}\text{Pb}$ 的电荷分布方均根半径 r_{ch} 反常外几乎所有超核的 r_{ch} 都小于实验上给出的相应的普通核的电荷分布

表 3 Ξ -超子的单粒子束缚能 E_{Ξ} , Ξ -超核的势阱深度 V_0^{Ξ} (MeV),
均方根半径 r_{Ξ} (fm),电荷分布半径 r_{ch} (fm)及其平均结合能 E/A (MeV)

超核	$-E_{\Xi}/\text{MeV}$		$-V_0^{\Xi}/\text{MeV}$		r_{Ξ}/fm		r_{ch}/fm		r_0^{ch}/fm		$-E/A/\text{MeV}$	
	SHF	OBEP	SHF	RMF	SHF	RMF	SHF	RMF	SHF	RMF	SHF	RMF
$^7_{\Xi}\text{Li}$	2.90		10.76		3.03	3.85	1.78	2.43	2.51		7.94	5.02
$^8_{\Xi}\text{He}$	3.57		10.28		2.95		1.65				6.28	
$^9_{\Xi}\text{Be}$	3.67		11.06		2.97	3.29	2.11	2.43			8.02	5.12
$^{11}_{\Xi}\text{B}$	4.27		11.05		2.99		2.27		2.46		8.43	
$^{12}_{\Xi}\text{Be}$	4.94		14.01		2.95		2.08				7.78	
$^{13}_{\Xi}\text{C}$	4.77	4.77	10.91		3.02	2.80	2.38	2.43	2.44		8.77	7.34
$^{15}_{\Xi}\text{C}$	5.60		16.24		3.00		2.43		2.56		8.84	
$^{15}_{\Xi}\text{N}$	5.63	5.93	17.44		2.99		2.56		2.55		9.11	
$^{17}_{\Xi}\text{O}$	6.24	7.07	21.12	14	2.99	2.89	2.66	2.68	2.71		9.23	7.98
$^{28}_{\Xi}\text{Al}$	7.28		20.29		3.28		3.04		3.02		9.20	
$^{29}_{\Xi}\text{Mg}$	7.45		17.37		3.31		3.01				9.10	
$^{30}_{\Xi}\text{Mg}$	7.63		16.74		3.31		3.03				9.01	
$^{41}_{\Xi}\text{Ca}$	8.84		13.04		3.46	2.95	3.44	3.44	3.48		9.25	8.67
$^{209}_{\Xi}\text{Pb}$	12.37		17.70		4.82	3.76	6.33	5.50	5.05		8.21	7.99

注:其中 r_0^{ch} (fm)为普通核的电荷分布半径,取自文献[13],OBEP 为单玻色子交换模型的结果取自文献[20],RMF 表示相对论平均场的结果取自文献[21]

方均根半径 r_0^{ch} . 相对论平均场计算给出的结果也有同样的规律. 这绝非偶然, 正体现了 Ξ^- 超子加入核中时的收缩效应, 即, 当普通核中掺入超子, 如 Λ , Ξ , 核的半径并没有变大, 反而变小. 这种收缩效应已经为理论所预言^[19,21]并为实验所证实^[22].

5 小结

本工作首次将 SHF 方法应用于 Ξ 超核的研究, 根据 E855 实验数据初步拟合了 4 套有效的二体 Skyrme 力参数, 从而确定了 Ξ -N 的有效二体相互作用势. 并用其中一套参数在 SHF 框架下对一些较轻的 Ξ 超核的基

态性质进行了计算, 得到了与 RMF 模型、单玻色子交换模型及实验较为一致的结果. 但对于比较重的 ^{209}Pb 超核, 我们的结果与 RMF 模型及实验结果有较大的出入. 表明我们拟合的参数用于较重的超核的计算并不理想. 计算的结果表明: 对轻核, 不太易于形成 Ξ^- 超核; 对较重的核, 较易形成 Ξ^- 超核. 另外, SHF 计算同样显示了由 Ξ^- 超子引起的收缩效应这一重要性质. 最后必须指出, 由于目前 Ξ 超核实验数据少, 本文给出的 Ξ -N 有效二体相互作用 Skyrme 力参数值只是初步的. 要精确确定 Ξ -N 有效二体相互作用 Skyrme 力参数, 有待新的 Ξ 超核实验数据. 特别是实验上能否得到较重 Ξ 超核数据是关键问题.

参考文献(References)

- 1 Nucl. Phys., 1995, **A585**; Issue 1–2; Nucl. Phys., 1998, **A639**; Issue 1–2
- 2 Nagels M M, Rijken T A, deSwart J J. Ann. Phys. (NY), 1973, **79**: 338
- 3 Nagels M M, Rijken T A, deSwart J J. Phys. Rev. Lett., 1973, **31**: 569
- 4 Nagels M M, Rijken T A, deSwart J J. Phys. Rev., 1975, **D12**: 744; 1977, **D15**: 2547
- 5 Nagels M M, Rijken T A, deSwart J J. Phys. Rev., 1979, **D20**: 1633
- 6 Nagels M M, Rijken T A, deSwart J J. Phys. Rev., 1978, **D17**: 768; 1989, **D40**: 2226
- 7 Reuber A, Holinde K, Speth J. Nucl. Phys., 1994, **A570**: 543
- 8 Mares J, Jennings B K. Phys. Rev., 1994, **C49**: 2472; Nucl. Phys., 1995, **A585**: 347c—348c
- 9 TAN Yu-Hong, NING Ping-Zhi. Euro. Phys. Lett., 2004, **67**: 355
- 10 Millener D J, Dover C B, Gal A. Phys. Rev., 1988, **C38**: 2700
- 11 Rayet M. Nucl. Phys., 1981, **A367**: 381
- 12 Lansky D E, Yamamoto Y. Phys. Rev., 1997, **C55**: 2330
- 13 NING Ping-Zhi, LI Lei, MIN De-Fen. Fundamental Nuclear Physics. Bei-jing: Higher Education Press, 2003 (in Chinese)
- (宁平治, 李磊, 闵德芬. 原子核物理基础. 北京: 高等教育出版社, 2003)
- 14 Lansky D E, Tretyakova T Yu. Yad. Fiz., 1989, **49**: 1595
- 15 Dover C B, Gal A. Ann. Phys. (NY), 1983, **146**: 309
- 16 Wilkinson D H, et al. Phys. Rev. Lett., 1959, **3**: 397; Bechdolff A et al. Phys. Lett., 1968, **B26**: 174; Catala J et al. Proceedings of the International Conference on Hypernuclear Physics. Vol. 2, Argonne, Illinois, 1969, 758; Modal A S et al. Nuovo Cimento, 1979, **A54**: 333
- 17 Fukuda T, Higashi A, Matsuyama Y et al. Phys. Rev., 1998, **C58**: 1306
- 18 Khaustov P, Alburger D E et al. Phys. Rev., 2000, **C61**: 054603
- 19 TAN Yu-Hong, ZHONG Xian-Hui, CAI Chong-Hai et al. arXiv: nucl-th/0404035 (to appear Phys. Rev. C)
- 20 Yamaguchi M, Tominaga K, Yamamoto Y et al. Pro. Theor. Phys., 2001, **105**: 627
- 21 TAN Yu-Hong, LUO Yan-An, NING Ping-Zhi et al. Chin. Phys. Lett., 2001, **18**: 1030
- 22 Tanida K, Tamura H, Abe D et al. Phys. Rev. Lett., 2001, **86**: 1982

Primary Investigation of Ξ -N Skyrme Force Parameters^{*}

YAO Jiang-Ming ZHONG Xian-Hui LI Lei NING Ping-Zhi¹⁾

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract The parameters of Ξ -N Skyrme force are firstly determined according to the experimental data. With these parameters, the Ξ^- potential depth, the single particle energy and the root mean square radius of Ξ^- hyperon(hypernucleus) are calculated in the Skyrme-Hartree-Fock framework. The results agree well with those of other models.

Key words Skyrme-Hartree-Fock theory, Ξ^- hypernucleus, Ξ -N effective Skyrme force

Received 23 August 2004

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10275037), Doctoral Fund of Ministry of Education of China (20010055012)

1) E-mail: pznning@nankai.edu.cn