

# 关联对的结构

卢大海<sup>1)</sup> 胡亮 邓卫真 陈晓林

(北京大学物理学院 北京 100871)

**摘要** 利用了类似于 H-F 的方法来自洽地确定 S 对(和 D 对)的结构. 此外, 为了避免因辛弱数混合而产生的伪态困难, 改进了 S 对的定义并用不成对粒子算符来构造 D 对, 以使它们相互独立.

**关键词** 关联对 原子核集体运动 对的 H-F 方法

## 1 引言

本文是“对关联”研究工作的一个阶段性的总结. 在早期工作<sup>[1]</sup>中, 为了简单起见, 在计算 S 对结构时, 在有效相互作用中只考虑了对力, 而没有计入四极对力和四极力. 实际上它们也是有效相互作用的重要组成部分. 特别是如果要计算另一种关联对(D 对)的结构时, 四极对力不仅是重要的, 而且是必须的. 因此必须也要考虑它们对 S 对结构的影响. 此外, 在该文计算公式的某些项中, 对 Pauli 不相容原理的影响估算的比较粗糙. 在文献[2]中这些问题都得到了解决. 不足之处是理论的各关键部分一直都没有给出证明(或仅作了说明). 此外, 文章在叙述上要点也不够突出, 以至使人阅读后仍会产生为什么要引入新 S 对的问题. 这些问题都在本文加以解决. 与以前的工作相比, 本文的另一改进是在迭代计算的计算方法方面的. 迭代计算的一个关键性问题是能否判断计算结果是在一个稳定的收敛过程中得到的. 但如果迭代计算精度不高, 这种判断就很困难. 由于计算方法的改进, 使得迭代计算的精度从以前的百分之一, 提高到现在的万分之一以上, 现在已经可以判断计算结果是在收敛的迭代过程中得到的. 其他相关工作发表在文献[3], 在该文中把新老 S 对进行了对比.

核子的集体运动是核结构理论的一个重要组成部分. 自唯象的相互作用玻色子模型<sup>[4]</sup>取得了巨大成功后, 核子的关联对的结构的研究就成了一个重

要的课题. 这是因为相互作用玻色子模型理论中的基本元素(唯象的)s, d 玻色子与 S, D 核子关联对相对应. 从微观的角度看, 是核子剩余相互作用中的对力和四极对力部分导致了这些关联对的生成. 为了确定核子关联对的结构, 要解决两个问题, 即 (i) S, D 对的不独立问题. (ii) 在微观上如何考虑多对效应的问题.

## 2 解决 S, D 对的不独立问题

如果直接用价核子产生算符  $c_{jm}^\dagger$  去构造 S 和 D 关联对<sup>[5]</sup>,

$$S^+ = \sum_j \varphi_j \frac{1}{\sqrt{2}} (c_j^\dagger c_j^\dagger)_0,$$

$$D_{2\mu}^+ = \sum_{j < j'} \psi_{jj'} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{jj'}}} (c_j^\dagger c_{j'}^\dagger)_{2\mu},$$

由于两者不相互对易, 即

$$[S, D_{2\mu}^+] \neq 0.$$

这不但与相互作用玻色子模型中的

$$[s, d_{2\mu}^+] = 0$$

相矛盾, 而且会由于辛弱数混合而产生伪态(参见附录 A). Arima, Iachello 等人曾形式地引入投影算符的方法来剔除 D 对中的不独立部分, 但是在多 j 的场合下始终没有找到可以实际操作的方法.

为了解决这一问题, 本文的方法是引入不成对粒子算符  $a_{jm}^\dagger$  来构造独立的 D 对. 不成对粒子算符可定义为

2002-11-28 收稿, 2003-03-21 收修改稿

1) E-mail: lschen@pku.edu.cn

$$\langle p', \nu', \Gamma' | a_{jm}^\dagger | p, \nu, \Gamma \rangle = \delta_{p', p} \delta_{\nu', \nu+1} \langle 0, \nu+1, \Gamma' | c_{jm}^\dagger | 0, \nu, \Gamma \rangle, \quad (3)$$

这里  $|p, \nu, \Gamma\rangle$  是任意给定的  $j$  壳上的准自旋态,  $p$  是态中的 0 对数,  $\nu$  是态的辛弱数,  $\Gamma$  是其他的必要量子数. 显然, 不成对粒子算符  $a_{jm}^\dagger$  不改变 S 对的数目  $p$ , 并使态的辛弱数  $\nu$  增加 1 (不成对粒子算符的其他性质以及它所满足的反对易关系式见附录 B).

但是不成对粒子算符仍然不与通常的 0 对相对易, 即  $[a_{jm}, (c_j^\dagger c_j)_0] \neq 0$ . 所以需要 0 对 (S 对) 的定义加以改进. 为此对其定义作如下修改<sup>1)</sup>

$$S_j^\dagger = \hat{S}_+(j) \frac{1}{\sqrt{\Omega_j - \hat{n}_s(j) - \hat{n}_a(j)} \left( \Omega_j = j + \frac{1}{2} \right)}, \quad (4)$$

这里  $\hat{S}_+(j) = \sqrt{\frac{\Omega_j}{2}} (c_j^\dagger c_j)_0$ , 是给定  $j$  壳上通常的 S 对算符, 而  $\hat{n}_s(j)$  和  $\hat{n}_a(j)$  分别是  $S_j$  对和不成对“a”粒子的数算符.

可以证明不成对粒子算符与这样定义的 S 对相

$$[a_{jm}, S_j^\dagger] = 0.$$

从而由两个  $a^\dagger$  构造成的 D- ( $a^\dagger a^\dagger$ ) 必然与 S 相互独立.

应该指出的是, 新定义的  $S_j$  对和通常的 S 对

( $= \sqrt{\frac{\Omega_j}{2}} (c_j^\dagger c_j)_0$ ) 在构造含 S 对的态时, 除了相差一个归一化因子之外是完全等价的, 即

$$\frac{1}{\sqrt{p!}} (S_j^\dagger)^p |0, \nu, \Gamma\rangle = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}(p, \nu) p!}} \left( \sqrt{\frac{\Omega_j}{2}} (c_j^\dagger c_j)_0 \right)^p |0, \nu, \Gamma\rangle.$$

(这里  $|0, \nu, \Gamma\rangle$  是任意给定的  $j$

态.) 实际上, 新定义的  $S_j$  对中引

正是提供了这一归一化因子

它满足玻色子类型的对易关系式 (参见附录 C).

上述不成对粒子算符  $a_{jm}^\dagger$  及  $S_j$  对由下面的算符化的 Bogoliubov 变换 (OBT) 与核子产生算符  $c_{jm}^\dagger$  相联系 (参见附录 D)  $c_{jm}^\dagger = a_{jm}^\dagger \hat{u}_j - \hat{f}_j S_j^\dagger \tilde{a}_{jm}$ , (5)

这里

$$\hat{u}_j = \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_s(j)}{\Omega_j - \hat{n}_a(j)}}, \quad \hat{f}_j = \frac{1}{\sqrt{\Omega_j - \hat{n}_a(j)}}.$$

OBT 变换的功能实际上就是把零对 (S 对) 与非零对自由度从核子自由度  $c_{jm}^\dagger$  中明显地分离开来.

### 3 利用 H-F 方法在微观上考虑多对效应

正如相互作用玻色子模型中 s, d 玻色子有着唯象的相互作用, 从微观上看原子核中各关联对也存在着 (有效) 相互作用, 也就是说每一个关联对都在其他关联对构成的背景下存在, 因此确定每一个关联对的结构是一个多体问题, 而不能简单地在只有一个关联对的情况下确定.

本文利用类似于哈特利-福克自洽场的方法, 在有多个关联核子对存在的背景下, 自洽地确定 S 和 D 对的结构. 在多  $j$  壳的普遍情况下, S, D 对可定义为  $S^+(\sigma) = \sum_j \varphi_j^{(\sigma)} S_j^\dagger$ , (6)

$$D_{2\mu}^\dagger(\tau) = \sum_{j,j'} \psi_{jj'}^{(\tau)} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{jj'}}} (a_j^\dagger a_{j'}^\dagger)_{2\mu}, \quad (7)$$

这里  $\varphi_j^{(\sigma)}$  和  $\psi_{jj'}^{(\tau)}$  就是待定的关联对的结构函数,  $j = j_1, j_2, \dots, j_l, \sigma = 1, 2, \dots, l, l$  是模型空间内的单粒子轨道 (single particle orbits) 数,  $\tau = 1, 2, \dots, f, f$  是所有可能耦合到角动量为  $2\mu$  且宇称为 + 的独立的 ( $j, j'$ ) 对数, 而  $\sigma = 1, \tau = 1$  分别表示能量最低的 S 对和 D 对. 对于低能集体运动, 可以在模型空间中只保留这样的  $\sigma = 1$  和  $\tau = 1$  的关联对. 显然

$$[S(\sigma), D_{2\mu}^\dagger(\tau)] = 0, \quad (8)$$

这正是上一章的工作所取得的成果.

首先从最简单的情况开始, 设仅有由同类价核子组成的 S 对出现 (这个方法可以很容易地推广到态中既含有 S 对又含有 D 对的普遍情况). 令

$$|p\rangle\rangle = \frac{1}{\sqrt{p!}} (S^\dagger)^p |0\rangle \quad (S^\dagger \equiv S^\dagger(\sigma = 1)), \quad (9)$$

这里  $|0\rangle$  是满壳的核心. 由于泡利原理, 上式中的  $|p\rangle\rangle$  通常不是归一化的, 一般而言有

$$\mathcal{N}_p = \langle\langle p | p \rangle\rangle < 1.$$

引入如下微小的变分来改进 S 对的结构,

$$S^\dagger = S^\dagger + \sum_{\sigma>1} \delta \eta_\sigma S^\dagger(\sigma), \quad (10)$$

这里  $S^\dagger = S^\dagger(\sigma = 1)$ , 而  $\delta \eta_\sigma$  是小变分参数. 由此可导出态的一阶变分为

$$\delta |p\rangle\rangle = \frac{p}{\sqrt{p!}} (S^\dagger)^{p-1} \sum_{\sigma>1} \delta \eta_\sigma S^\dagger(\sigma). \quad (11)$$

由变分法

1) 这样的修改可以计入 Pauli 不相容原理对 S 对所产生的堵塞效应.

$$\delta E_p = \delta \left[ \frac{\langle \langle p | H | p \rangle \rangle}{\langle \langle p | p \rangle \rangle} \right] = 0,$$

可以得到

$$\langle \sigma = 1 | [ S^{p-1} (H - E_p) (S^\dagger)^{p-1} ] | \sigma > 1 \rangle = 0, \quad (13)$$

这里  $|\sigma\rangle = S^\dagger(\sigma) |0\rangle$ . 上式表明方括号中的算符的单对部分在  $\sigma=1$  和  $\sigma>1$  的单 S 对态之间没有矩阵元. 于是可定义这个算符的单对部分为自治场的单 S 对的哈密顿量  $\hat{h}^{(0)}$ , 由此可以得到如下的自治场的单 S 对的哈密顿量  $\hat{h}^{(0)}$ ,

$$\hat{h}^{(0)} = \sum_{\sigma\sigma'} h_{\sigma\sigma'}^{(0)} S^\dagger(\sigma) S(\sigma'), \quad (14)$$

$$h_{\sigma\sigma'}^{(0)} = \langle \sigma | \left[ \frac{S^{p-1}}{\sqrt{(p-1)! \mathcal{N}_{p-1}}} (H - E_p) \times \left[ \frac{(S^\dagger)^{p-1}}{\sqrt{(p-1)! \mathcal{N}_{p-1}}} \right]_{s.p.} | \sigma' \rangle, \right.$$

其中 s.p. 表示取方括号中的算符的“单对”部分.

把自治场的单 S 对的哈密顿量  $\hat{h}^{(0)}$  对角化则 (13) 式的条件就可得到满足. 同时也可以得到 S 对的结构  $\varphi_j^{(\sigma=1)}$ . 由于  $H$  自身也含有  $\varphi_j^{(\sigma=1)}$ , 所以要从  $p=1$ , 起进行  $p=2, 3, 4, \dots$  的迭代计算.

为了实际计算上的方便, 将其变换到  $j$  表象, 即

$$\hat{h}^{(0)} = \sum_{j'j} h_{j'j}^{(0)} S_j^\dagger S_{j'}, \quad (16)$$

$$h_{j'j}^{(0)} = \sum_{\sigma\sigma'} h_{\sigma\sigma'}^{(0)} \varphi_j^{(\sigma)} \varphi_{j'}^{(\sigma')} =$$

$$\langle j | \left[ \frac{S^{p-1}}{\sqrt{(p-1)! \mathcal{N}_{p-1}}} (H - E_p) \times \left[ \frac{(S^\dagger)^{p-1}}{\sqrt{(p-1)! \mathcal{N}_{p-1}}} \right]_{s.p.} | j' \rangle, \quad (17)$$

这里  $|j\rangle = S_j^\dagger |0\rangle$ .

容易证明这样求出的单 S 对的能量  $\epsilon_p$  ( $\hat{h}^{(0)}$  的本征值) 满足

$$\epsilon_p = E_p - E_{p-1}. \quad (18)$$

它对应于 H-F 理论中的 koopman 定理, 该定理指出 H-F 单粒子能  $\epsilon_i$  是从 H-F 基态  $\Phi_0$  中移去单粒子态为  $i$  的粒子所需的能量, 即

$$\epsilon_i = E_A - E_{A-1}(i),$$

这里  $E_A = \langle \Phi_0 | H | \Phi_0 \rangle$ ,

$$E_{A-1}(i) = \langle \Phi_0 | c_i^\dagger H c_i | \Phi_0 \rangle.$$

选择了包含单粒子能  $H_{s.p.}$ , 对力  $H_{p0}$ , 四极对力  $H_{p2}$  和四极力  $H_q$  的有效哈密顿量  $H$ , 对 S 对的结构进

行计算(D 对的结构在下一篇文章里讨论和计算).

$$H = H_{s.p.} + H_{p0} + H_{p2} + H_q = \sum_j \epsilon_j \sum_m c_{jm}^\dagger c_{jm} -$$

$$\frac{1}{2} G_0 \sum_{j'j} \sqrt{\Omega_j \Omega_{j'}} (c_j^\dagger c_{j'}^\dagger)_0 (c_{j'} c_j)_0 -$$

$$\frac{1}{2} G_2 (P_2^\dagger P_2)_0 - \frac{1}{2\sqrt{5}} \kappa (B_2^\dagger B_2)_0,$$

$$\text{这里 } P_{2\mu}^\dagger = \sum_{j'} Q_{j'} (c_j^\dagger c_{j'})_{2\mu},$$

$$B_{2\mu}^\dagger = \sum_{j'} Q_{j'} (c_j^\dagger c_{j'})_{2\mu},$$

$$Q_{j'} = \langle n, l, j \| r^2 Y_2 \| n', l', j' \rangle.$$

把如上的有效哈密顿量中的核子算符  $c_{jm}^\dagger, c_{jm}$  进行 (5) 式的 OBT 变换, 即可得到

$$h_{1,2}^{(0)}(H_{s.p.}) = h_{1,2}^{(0)}(H_{s.p.}) = 2(p-1)! \times$$

$$\sum_3 \epsilon_3 \sum_{p_i \leq \Omega_i - \delta_{i2}}^{[p-1]} (p_3 + \delta_{2,3}) (p_1 + \delta_{1,2}) \times$$

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} \prod_i \left( \frac{\varphi_i^{2p_i}}{p_i!} \right) / \mathcal{N}_{p-1},$$

$$h_{1,2}^{(0)}(H_{p0}) = -G_0(p-1)! \times$$

$$\sum_{3,4} \sum_{p_i \leq \Omega_i - \delta_{i2}}^{[p-1]} \sqrt{\Omega_3 - p_3 + \delta_{3,4} - \delta_{2,3}} \times$$

$$\sqrt{\Omega_4 - p_4 + 1 - \delta_{2,4}} \times$$

$$(p_4 + \delta_{2,4}) (p_1 + \delta_{1,3} - \delta_{1,4} + \delta_{1,2}) \times$$

$$\frac{\varphi_2 \varphi_3}{\varphi_1 \varphi_4} \prod_i \left( \frac{\varphi_i^{2p_i}}{p_i!} \right) / \mathcal{N}_{p-1},$$

$$h_{1,2}^{(0)}(E_p) = E_p(p-1)! \sum_{p_i \leq \Omega_i - \delta_{i2}}^{[p-1]} (p_1 + \delta_{1,2}) \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \times$$

$$\prod_i \left( \frac{\varphi_i^{2p_i}}{p_i!} \right) / \mathcal{N}_{p-1},$$

这里  $[p-1]$  表示对所有可能的配分求和 (即  $\sum p_i = p-1$ ),  $p_i = p_j$ ,  $\delta_{1,2} = \delta_{j_1, j_2}$ ,  $\sum_{1,2} = \sum j_1 j_2$ ,  $\varphi_i = \varphi_j^{(\sigma=1)}$ . 为了节省篇幅, 没有把  $h_{1,2}^{(0)}(H_{p2})$  和  $h_{1,2}^{(0)}(H_q)$  的表达式写出. 上式中求和的限制  $p_i \leq \Omega_i - \delta_{i2}$  来自泡利原理.

为了得到“最佳”的单对态, 应 (利用迭代计算的方法) 把  $\hat{h}^{(0)}$  对角化, 也就是求解能量本征方程

$$\sum_j h_{j'j}^{(0)} \varphi_{j'} = \epsilon_\sigma \varphi_j.$$

以上的理论很容易推广到态中既含有 S 对又含有 D 对的普遍情况, 此时需要对 S 和 D 的结构同时实施变分. 这将在下一篇文章里介绍.

### 4 S 对结构的数值计算

$N = 50 - 82, Z = 50$  的振动型原子核的 S 对结构的计算可以作为本方法最简单的应用示例. 在图 1 和图 2 中给出了其计算结果. 在该计算中所取的单粒子能(以 MeV 为单位)为  $\epsilon_{2d_{5/2}} = -10.320, \epsilon_{1g_{7/2}} = -9.716, \epsilon_{3s_{1/2}} = -8.418, \epsilon_{2d_{3/2}} = -7.949, \epsilon_{1h_{11/2}} = -7.074$ ., 有效相互作用强度分别为  $G_0 = 0.2\text{MeV}$  (对力)  $G_2 = \kappa = 0$ (图 1),  $G_2 = 0.05, \kappa = 0.06 \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2$  (MeV) (图 2). 这些参数是在计算 Sm 同位素的集体运动态时所选取的<sup>[6]</sup>. 图 1, 图 2 表明 S 对的结构是随着它的填充而改变的, 它的结构不能看成是固定不变的. 也就是说唯象的 IBM 中的 s 玻色子并非像它看起来那样简单. 图 3 给出了 S 对的能量随 S 对数  $p$  的变化, 它表明随着填充的对数  $p$  的增大, S 对的稳定性就要逐步变差.

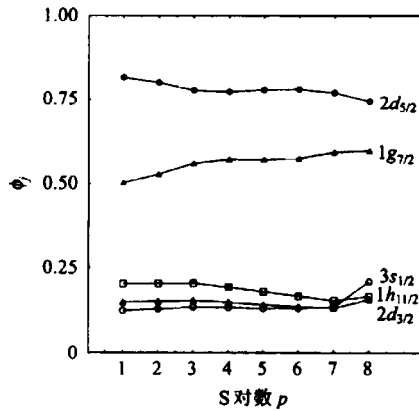


图 1 S 对的结构函数  $\varphi$  随 S 对数的变化  
 $G_0 = 0.2\text{MeV}, G_2 = \kappa = 0$ .

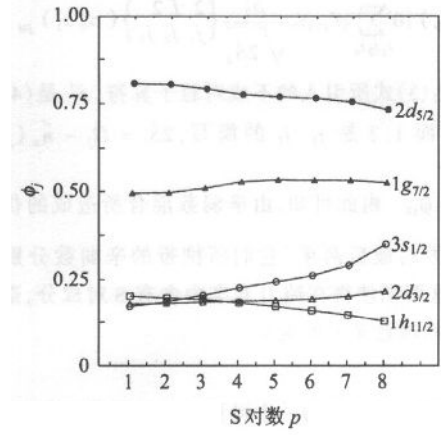


图 2 S 对的结构函数  $\varphi$  随 S 对数的变化  
 $G_0 = 0.2\text{MeV}, G_2 = 0.05, \kappa = 0.06 \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2$  (MeV).

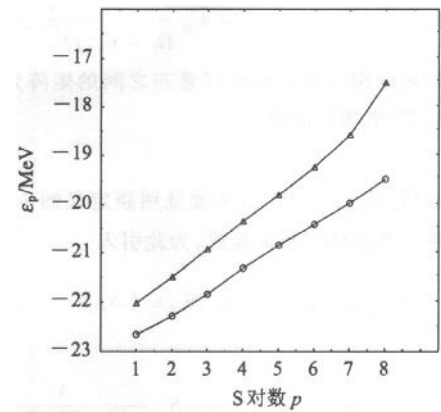


图 3 S 对的能量随 S 对数的变化  
上线的相互作用强度参数与图 1 的参数相同,  
下线的参数和图 2 的参数相同.

早期的“对关联”研究工作是在杨立铭先生的指导下进行的, 仅以此文作为对杨立铭先生的纪念.

### 参考文献 (References)

- 1 YANG L M, ZHOU Z N, LU D H. Phys. Rev., 1989, **C40**(6):2885
- 2 LU Da-Hai, YANG Li-Ming, Commun. Theor. Phys., 1999, **31**:225
- 3 LU Da-Hai. Phys. Rev., 1993, **C47**(5):1986
- 4 Arima A, Iachello F. Phys. Rev. Lett., 1975, **35**:1069; Arima A, Iachello F. Ann. Phys. (N. Y.), 1976, **99**:253
- 5 Otsuka T, Iachello F. Nucl. Phys., 1978, **A309**:1; Maglione E et al. Nucl. Phys. 1983, **A397**:102
- 6 YANG L M, LU D H. Commun. Theor. Phys., 1998, **30**:55

### 附录 A

如果 D 对像(2)式那样简单地由核子产生算符  $c_m^+$  构成, 则当态中含有两个或两个以上的 D 对时, 就会有单弱数混合的情况发生. 以含有两个 D 对的态为例, 利用(5)式可得

$$\frac{1}{\sqrt{2!}} [D_2^+]_{JM} |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2!}} \times$$

$$\left[ \sum_{j_1 < j_2} \psi_{j_1 j_2} (c_1^+ c_2^+) \right]_{JM} |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2!}} \left\{ \left[ \sum_{j_1 j_2} \psi'_{j_1 j_2} (a_1^+ a_2^+) \right]_{2\nu} \right\}_{JM} - \delta_{20} \sqrt{5} \sum_{j_1 j_2} (\psi'_{j_1 j_2})^2 \frac{S_1^+}{\sqrt{2\hat{S}_1}} \frac{S_2^+}{\sqrt{2\hat{S}_2 - \delta_{12}}} +$$

$$(1 - \delta_{j_0}) 10 \sum_{j_1, j_2, j_4} \psi'_{12} \psi'_{24} \frac{S_2^+}{\sqrt{2\hat{S}_2}} \left\{ \begin{matrix} 2 & J & 2 \\ j_1 & j_2 & j_4 \end{matrix} \right\} (a_i^+ a_i^+)_{JM} \} |0\rangle.$$

这里  $a_m^+$  是(3)式所引入的不成对粒子算符,  $S^+$  是(4)式中的  $S$  对算符, 而 1, 2 是  $j_1, j_2$  的简写,  $2\hat{S}_2 = \Omega_j - \hat{n}_\alpha(j)$ ,  $\psi'_{12} = \sqrt{\frac{1 + \delta_{j_1 j_2}}{2}} \psi_{12}$ . 由此可知, 由辛弱数混合所造成的伪态成分 是上式右方的最后两项(它们所携带的辛弱数分别为 0 和 2). 显然这两项使得在纯 D 对态中含有 S 对成分, 造成了态 的标记和物理意义上的混乱.

### 附录 B

不成对粒子算符的一个可预见的性质是

$$(a_j^+ a_j^+)_{00} = 0. \quad (\text{B1})$$

它所满足的反对易关系式为

$$\{a_{j_m}^+, a_{j'_m}^+\} = 0, \quad (\text{B2})$$

$$\{a_{j_m}, a_{j'_m}^+\} = \delta_{j j'} \delta_{m m'} - \hat{a}_{j_m}^+ \frac{\delta_{j j'}}{\Omega_j - \hat{n}_\alpha(j)} \hat{a}_{j'_m}^+. \quad (\text{B3})$$

以上各式均可以用计算它们在任意态之间的矩阵元的方法 (并利用(5)式)来加以证明.

### 附录 C

为了证明  $[a_m, S_j^+] = 0$ , 首先要证明新定义的  $j$  壳上的  $S$  对满足玻色子类型的对易关系式. 为此引入

$$S_+ = \sqrt{\frac{\Omega_j}{2}} (c_j^+ c_j^+)_{00}, S_- = (S_+)^+$$

则有

$$S_j | \nu, p, \Gamma \rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_j - \nu - (p-1)}} S_- \frac{1}{\sqrt{p! \Gamma(\nu, p) \Omega_j^p}} \times$$

$$(S_+)^p |0, \nu, \Gamma \rangle = \frac{p}{\sqrt{\Omega_j - \nu - (p-1)}} (S_+)^{p-1} \times$$

$$(\Omega_j - \nu - (p-1)) \sqrt{\frac{(\Omega_j - \nu - p)!}{(\Omega_j - \nu)! p!}} |0, \nu, \Gamma \rangle =$$

$$\sqrt{p} \sqrt{\frac{(\Omega_j - \nu - (p-1))!}{(\Omega_j - \nu)! (p-1)!}} (S_+)^{p-1} |0, \nu, \Gamma \rangle = \sqrt{p} |p-1, \nu, \Gamma \rangle,$$

于是有

$$S_j^+ S_j |p, \nu, \Gamma \rangle = p |p, \nu, \Gamma \rangle,$$

和

$$S_j S_j^+ |p, \nu, \Gamma \rangle = S_j \sqrt{p+1} |p+1, \nu, \Gamma \rangle = (p+1) |p, \nu, \Gamma \rangle \quad (p + \nu < \Omega_j).$$

这样就得到  $[S_j, S_j^+] = \delta_{j j'}$ .

利用上式和(3), (4)式则有

$$\begin{aligned} \langle p-1, \nu+1, \Gamma' | S_j a_{j_m}^+ | p, \nu, \Gamma \rangle &= \sqrt{p} \langle p, \nu+1, \Gamma' | a_{j_m}^+ | p, \nu, \Gamma \rangle = \\ &= \sqrt{p} \langle 0, \nu+1, \Gamma' | c_{j_m}^+ | 0, \nu, \Gamma \rangle = \\ &= \sqrt{p} \langle p-1, \nu+1, \Gamma' | a_{j_m}^+ | p-1, \nu, \Gamma \rangle = \\ &= \langle p-1, \nu+1, \Gamma' | a_{j_m}^+ S_j | p, \nu, \Gamma \rangle. \end{aligned}$$

这样就可得到

$$\langle p-1, \nu+1, \Gamma' | [S_j, a_{j_m}^+] | p, \nu, \Gamma \rangle = 0, \quad (p + \nu < \Omega_j).$$

所以有

$$\langle p', \nu', \Gamma' | [S_j, a_{j_m}^+] | p, \nu, \Gamma \rangle = 0, \quad (p + \nu < \Omega_j).$$

于是就证明了  $[a_m, S_j^+] = 0$ .

### 附录 D

算符化的 Bogoliubov 变换((5)式)可以按如下思路导出:

(i) 该变换必须保持粒子数守恒. (ii) 核子产生算符  $c_m^+$  作用到态上使态的辛弱数  $\nu$  或者加 1 或者减 1. 故该变换可写成 (5) 式的形式, 即

$$c_m^+ = a_m^+ \hat{u}_j - \hat{f}_j S_j^+ a_m^-, \quad (\text{D1})$$

其中  $\hat{u}_j, \hat{f}_j$  是算符化的系数(它们的取值随作用的态而变), 其表达式可由等式两边矩阵元相等的条件得出. 具体的说就是计算(5)式两边在辛弱数分别为  $\nu$  和  $\nu \pm 1$  的态之间的矩阵元, 由此可找出其(如正文所示的)表达式的形式.

## Structure of the Correlated Pairs

LU Da-Hai<sup>1)</sup> HU Liang DENG Wei-Zhen CHEN Xiao-Lin

(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract** A similar method to the H-F method for particles is developed to determine the structure of the pairs. A scheme for dealing with the problem caused by the seniority mixing is also proposed. In this scheme the independent D pairs are constructed by the seniority particles introduced in this paper, and the definition of the S pair is modified in order that it can commute with the D pairs.

**Key words** correlated pairs, collective motion in nuclei, H-F method

Received 28 November 2002, Revised 21 March 2003

1) E-mail: lschen@pku.edu.cn