

A ~ 50 区同位素的相对论平均场研究*

钟显辉¹⁾ 李磊 张小兵 宁平治

(南开大学物理系 天津 300071)

摘要 利用轴向形变相对论平均场理论计算了 A ~ 50 区的核基态性质, 结果表明, 在 Fe 同位素链中最稳定的核是⁵⁶Fe 和⁵⁸Fe 而不是通常的⁵⁴Fe; 给出了⁴⁶Cr, ⁵⁰Fe 和⁵⁴N (N = Z - 2), ⁴⁵Cr, ⁴⁹Fe 和⁵³Ni (N = Z - 3) 核的质子和中子分离能, 分析了它们的稳定性.

关键词 相对论平均场 核基态性质 质子和中子分离能 稳定性

1 引言

原子核基态性质的研究是核物理的基本问题之一. 相对论平均场理论(RMF)^[1,2]为研究核基态性质提供了一个强有力的工具. 不论是 β 稳定线附近的核还是远离 β 稳定线的丰中子或丰质子核的基态性质都能用相对论平均场理论进行相当好的分析^[3-7]. 人们已经用相对论平均场理论对球形核、形变核和超重核等作过不少研究^[8-11], 得到了令人满意的结果, 并可由此进一步更深入地研究核基态性质.

近来, 质量数 A = 50 区附近的一些核的同位旋对称性引起了人们的注意. 高同位旋、高自旋的“镜像对”的研究已成为实验和理论关注的问题^[12-16]. 该区的核基态性质还没有人做过系统的研究. 本工作的目的是利用一组新的适用于形变核的拉格朗日参数 NL3^[10] 进行以下 3 方面的理论分析: (1) 用轴向形变的相对论平均场理论^[3,4] 在该区对 Ti (Z = 22) 同位素链、Cr (Z = 24) 同位素链以及 Fe (Z = 26) 同位素链进行计算, 对偶 - 偶核的基态性质(如中子和质子分布半径, 基态束缚能等) 进行比较系统的研究; (2) 尝试对该区的一些奇 - 偶核和奇 - 奇核的束缚能进行计算, 进一步考察 NL3 参数的合理性; (3) 对 N = Z - 2 的核⁴⁶Cr, ⁵⁰Fe 和⁵⁴Ni 以及 N = Z - 3 的核⁴⁵Cr, ⁴⁹Fe 和⁵³Ni 的质子和中子分离能进行计

算, 对这些丰质子核的稳定性进行分析, 并对 GSI 拟进行的 N = Z - 3 实验^[16] 提出我们的看法.

2 理论框架

在相对论平均场理论(RMF)^[1,2] 中, 有效拉格朗日密度为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(i \not{\partial} - M)\psi + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - U(\sigma) - \\ & \frac{1}{4} \Omega_\mu \Omega^\mu + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \\ & \frac{1}{4} R_\mu R^\mu + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \rho^\mu - \\ & \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi - g_\omega \bar{\psi} \omega \psi - \\ & g_\rho \bar{\psi} \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\tau} \psi - e \bar{\psi} \boldsymbol{A} \psi, \end{aligned} \quad (1)$$

介子场分别记为 $\sigma, \omega_\mu, \rho_\mu$, 相应的质量和耦合常数分别为 $m_\sigma, g_\sigma, m_\omega, g_\omega, m_\rho, g_\rho$, 核子场为 ψ , 相应的质量为 M, A_μ 为电磁场. (1) 式中

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \quad (2)$$

为 σ 介子的非线性自相互作用项.

矢量介子场张量 $\Omega^{\mu\nu}$ 和 $R^{\mu\nu}$ 以及电磁场张量 $F^{\mu\nu}$ 取如下形式

2002 - 12 - 20 收稿

* 国家自然科学基金(10275037)和高等学校博士学科点专项科研基金(20010055012)资助

1) E-mail: xianhuizhong@eyou.com

$$\Omega^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \quad (3)$$

$$R^{\mu\nu} = \partial^\mu \rho^\nu - \partial^\nu \rho^\mu, \quad (4)$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \quad (5)$$

运用变分原理得出拉格朗日运动方程,在相对论平均场近似下可得核子场的 Dirac 方程

$$\{-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + V(\mathbf{r}) + \beta[M + S(\mathbf{r})]\} \psi_i = \epsilon_i \psi_i, \quad (6)$$

此处 $V(\mathbf{r})$ 表示矢量势

$$V(\mathbf{r}) = g_\omega \omega_0(\mathbf{r}) + g_\rho \tau_3 \rho_0(\mathbf{r}) + e \frac{1 + \tau_3}{2} A_0(\mathbf{r}), \quad (7)$$

$S(\mathbf{r})$ 表示标量势

$$S(\mathbf{r}) = g_\sigma \sigma(\mathbf{r}), \quad (8)$$

$$M^*(\mathbf{r}) = M + S(\mathbf{r}) \quad (9)$$

为有效质量. 介子场的 Klein-Gordon 方程和电磁场方程分别为

$$(-\Delta + m_\sigma^2)\sigma(\mathbf{r}) = -g_\sigma \rho_s(\mathbf{r}) - g_2 \sigma^2(\mathbf{r}) - g_3 \sigma^3(\mathbf{r}), \quad (10)$$

$$(-\Delta + m_\omega^2)\omega_0(\mathbf{r}) = g_\omega \rho_s(\mathbf{r}), \quad (11)$$

$$(-\Delta + m_\rho^2)\rho_0(\mathbf{r}) = g_\rho \rho_3(\mathbf{r}), \quad (12)$$

$$-\Delta A_0(\mathbf{r}) = e \rho_c(\mathbf{r}). \quad (13)$$

其中相应的源密度为

$$\begin{aligned} \rho_s &= \sum_i n_i \bar{\psi}_i \psi_i, \quad \rho_v = \sum_i n_i \psi_i^\dagger \psi_i, \\ \rho_3 &= \sum_p n_p \psi_p^\dagger \psi_p - \sum_n n_n \psi_n^\dagger \psi_n, \quad \rho_c = \sum_p n_p \psi_p^\dagger \psi_p. \end{aligned} \quad (14)$$

这里只对价核子求和,忽略了负能态和真空极化的贡献. 占有数 n_i 由开壳的对效应 BCS 理论引入

$$n_i = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_i - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right), \quad (15)$$

ϵ_i 为第 i 态的单粒子能量, λ 为质子或中子的化学势, 可由

$$\sum_i n_i = N(Z) \quad (16)$$

确定, 求和只对所有中子或质子态, 对能隙 Δ 由奇偶质量差获得.

3 计算结果和分析

3.1 有关参数的确定

按照文献[3], 对于轴向形变的核多体系统 Di-

rac 方程的求解在柱坐标系中采用谐振子展开方法.

谐振子参数 $b_0 = 41A^{-\frac{1}{3}}$, 形变参数 β_0 由核电四极矩 Q 给出, 这里 $Q = \sqrt{16\pi/5} (3/4\pi) AR_0^2 \beta_0$, $R_0 = 1.2A^{\frac{1}{3}}$, 输入的形变参数 β 的初值选任意合理的值. 由于本工作所计算的核仍然在 β 稳定线附近, 计算中对费米子波函选用 12 个谐振子壳层, 对玻色子波函选用 20 个谐振子壳层. 核子的对效应用 BCS 理论来计算, 具体细节可见参考文献[3], 质子和中子的对能隙 Δ_p, Δ_n 近似当作奇-偶质量差由实验数据^[17]给出, 以下其他实验数据也都取自文献[17]. 若无实验值, 则由经验公式 $\Delta = 11.2/\sqrt{N(Z)}$ 给出. 常用的拉格朗日参数有 $NL1$ ^[18], $NL-SH$ ^[19] 等几组, 选用较新的一组拉格朗日参数 $NL3$ ^[10]. $NL3$ 的具体参数值如表 1 所示.

表 1 拉格朗日参数 $NL3$ ^[10]

$M = 939\text{MeV}; m_\sigma = 508.194\text{MeV}; m_\omega = 782.501\text{MeV}; m_\rho = 763.000\text{MeV}$
$g_\sigma = 10.217; g_\omega = 12.868; g_\rho = 4.474; g_2 = -10.431\text{fm}^{-1}; g_3 = -28.885$

3.2 Ti, Cr 和 Fe 同位素链的基态性质

利用相对论平均场理论对 Ti ($Z = 22$) 同位素链、Cr ($Z = 24$) 和 Fe ($Z = 26$) 同位素链的束缚能 E_B 进行了计算. Ti 从 $A = 44$ 一直算到 $A = 54$; Cr 从 $A = 44$ 一直算到 $A = 58$; Fe 从 $A = 48$ 一直算到 $A = 62$. 由本工作计算出的束缚能与实验值比较非常接近. Ti 的同位素链总束缚能 E_B 的相对偏差只有 0.5%—0.8% 左右; Cr 的同位素链总束缚能相对偏差在 0.5%—1.4% 左右; 符合最好的是 Fe 同位素链, 相对偏差仅约 0.4%—0.7%. 总起来看, 对上述 21 个核素总束缚能 E_B 的计算结果与实验值的平均偏差仅为千分之几. 这使本工作以下的理论计算和物理分析建立在充分可靠的基础上.

图 1 给出 Ti, Cr 和 Fe 同位素链的每核子束缚能 E/A . 每一同位素链 E/A 随 A 的变化大体呈 U 形, 变化趋势与实验基本一致, 说明在丰质子和丰中子区束缚相对较松. 对 Ti 同位素链, E/A 最小值出现在 $A = 50$ 处, 这说明 $A = 50$ 时核子束缚最紧, 对应 $N = 28$ 中子幻数. 对 Cr 同位素链, 在 $A = 52$ 处出现最小值 $E/A = -8.72\text{MeV}$, 也对应 $N = 28$ 幻数. 值得注意的是 Fe 的同位素链, 最深的束缚并不出现在 $A = 54, N = 28$ 处, 而是出现在 $A = 56$ 和 58 处. 但在 $A = 54$ 处也出现较深束缚, 束缚能 $E/A = -8.69\text{MeV}$.

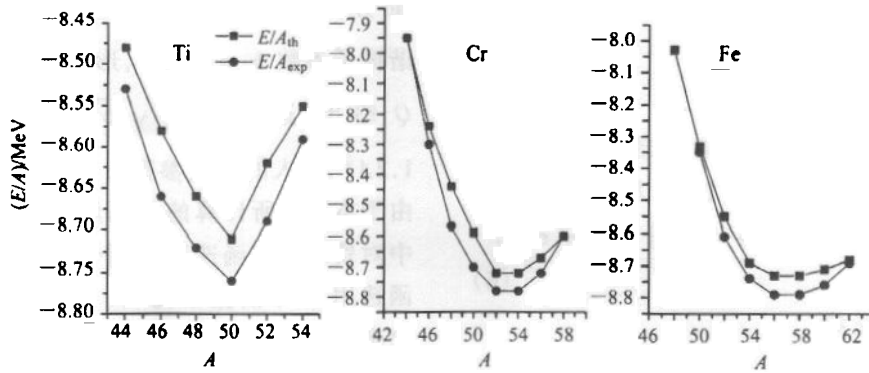


图 1 Ti, Cr 和 Fe 同位素链的每核子束缚能 E/A 计算值(黑方块)和实验值^[15](黑圆点)

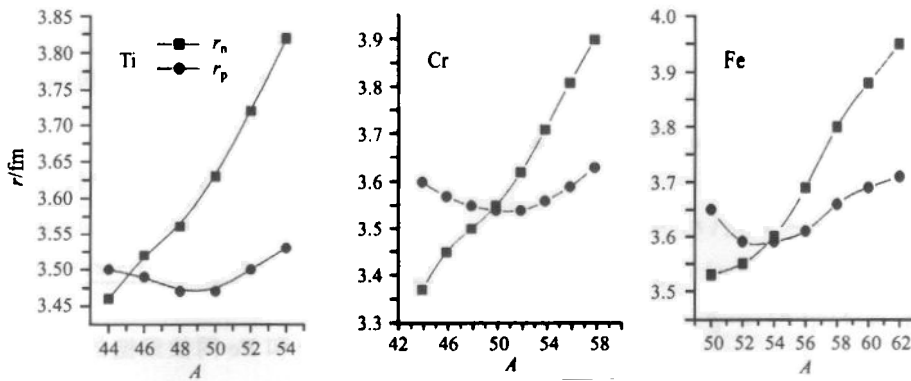


图 2 Ti, Cr 和 Fe 同位素链的均方根质子半径 r_p (黑圆点)和中子半径 r_n (黑方块)

图 2 给出每一同位素链的中子质子分布半径, 可以看出, 在每一同位素链中, 像预期的那样, 中子半径随中子数增加而增加, 中子半径随 A 增加的曲线斜率在中子幻数 $N = 28$ 附近多少显示突变. 对质子半径而言, 是先随中子数增加而减小, 达到一个最小值再增加, 从图 2 可以看出这个最小值恰都出现在中子幻数 $N = 28$ 处. 所以对 $A \sim 50$ 区的核素, RMF 计算结果表明, 中子壳层封闭在上述同位素链中都有不同程度的表现.

图 3 给出四极形变参数 β 随质量数 A 的变化. 对 Ti 同位素链在 $A = 52$ 处出现较大的形变 $\beta = -0.14$, 对应 $N = 30$ 不是一个满壳结构. 这个链的其他核素形变都很小, $-0.05 < \beta < 0$, 基本处于球形, 略趋向于扁椭球形状. 对 Cr 同位素链, 在 $N < 28$ 之前, $\beta < 0$, 为扁椭球形变, 在 $N > 28$ 处 $\beta > 0$, 为长椭球形变; 当 $N = 28$ 为两种形变的转折点, 在 $N = 28$ 形变参数 β 较前后都小, 但不为 0, 相应的束缚能最小, 形成稳定的形变核. Fe 的同位素链 $A = 48$ 尚无任何实验数据, 理论算得形变很小. 其他形变参数除 $A = 54$ 外, β 都在 $0.17 \sim 0.23$ 之间, 从图中可看出在 $A = 54$ 处形变参数突然变小为 $\beta = 0.095$,

这刚好对应 $N = 28$, 体现出幻数效应.

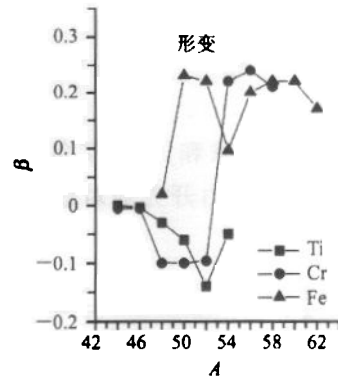


图 3 3 种同位素的形变参数 β 随质量数 A 的变化

4 $N = Z - 2$ 和 $N = Z - 3$ 的丰质子核的稳定性

对 $N = Z - 2$ 的核⁴⁶Cr, ⁵⁰Fe, ⁵⁴Ni 和 $N = Z - 3$ 的核⁴⁵Cr, ⁴⁹Fe, ⁵³Ni 的中子和质子分离能进行了计算, 并考察它们的稳定性.

表 2 一些非偶 - 偶核的束缚能

	^{48}Mn	^{50}Mn	^{53}Mn	^{44}V	^{45}V	^{51}Co	^{53}Co	^{47}Cr	^{51}Fe	^{53}Ni
E_{B}	389.49	427.02	461.81	360.66	374.73	418.91	446.19	404.60	426.44	436.34
E_{exp}	397.09	426.63	462.91	360.95	377.09	417.64	449.30	395.13	431.52	435.29
ΔE	1.40	0.98	1.10	0.29	2.36	0.97	3.11	9.57	2.08	1.05

表 3 $N = Z - 2$ 和 $N = Z - 3$ 丰质子核的中子分离能 S_n, S_{2n} 和质子分离能 S_p, S_{2p}

核素	S_n (计算)	S_n (实验)	S_{2n} (计算)	S_{2n} (实验)	S_p (计算)	S_p (实验)	S_{2p} (计算)	S_{2p} (实验)
^{46}Cr	16.75	18.08	28.11	32.40	4.17	4.89	5.72	6.50
^{50}Fe	16.49	18.07	29.76		6.78	4.15	11.04	6.23
^{54}Ni	16.29	18.87	32.35		6.44	3.86	11.36	5.46
^{45}Cr	11.36	14.32	28.11		1.49	2.95	3.06	4.72
^{49}Fe	13.27		28.68		0.16	2.54	5.61	4.50
^{53}Ni	16.06		32.72		6.04	2.40	9.90	3.77

4.1 非偶 - 偶核的束缚能

理论上奇 - 偶核不满足时间反演对称性,但我们在只考虑束缚能时利用轴向形变相对论平均场方法进行计算理论上是可行的,还不失为一种好的近似. 为考察计算可靠性,首先对一些中子数或质子数并不是偶数的核进行了计算,计算结果如表 2 所示.

从表 2 可看出计算结果除个别与实验值有偏差,其余的束缚能与实验值非常接近,因此利用程序对一些非偶 - 偶核的束缚能计算是可靠的.

4.2 中子和质子分离能

计算质子和中子分离能的公式为

$$S_p = E_{\text{B}}(Z - 1, A - 1) - E_{\text{B}}(Z, A), \quad (17)$$

$$S_n = E_{\text{B}}(Z, A - 1) - E_{\text{B}}(Z, A). \quad (18)$$

计算双质子和双中子分离能的公式为

$$S_{2p} = E_{\text{B}}(Z - 2, A - 2) - E_{\text{B}}(Z, A), \quad (19)$$

$$S_{2n} = E_{\text{B}}(Z, A - 2) - E_{\text{B}}(Z, A). \quad (20)$$

其中 $E_{\text{B}}(Z, A)$ 是质子数为 Z , 质量数为 A 的核束缚能. 我们给出了 ^{45}Cr , ^{49}Fe , ^{53}Ni , ^{46}Cr , ^{50}Fe , ^{54}Ni 的中子和质子分离能如表 3 所示.

4.3 稳定性分析

从表 3 可看到上述所有丰质子核双中子分离能非常大,都在 20—30MeV 之间,单中子分离能也很大,基本在 10—20MeV 之间,对上述核激发要想分离出成对的中子或单个中子是非常困难的,因此我们在此讨论中子分离能对核的稳定性影响意义不大. 再看质子分离能,在丰质子核中质子分离能比

起中子分离能小很多,若核子被激发,那么首先是以放出质子形式衰变的. ^{46}Cr 的单质子分离能 $S_p = 4.17\text{MeV}$, 实验为 4.89MeV , 双质子分离能为 6.50MeV , 实验值为 5.72MeV . 实验已给出 ^{46}Cr 高自旋态的能谱^[9], 从能谱上可看出当 $J^\pi = 10^+$ 时,激发能相对于 $J^\pi = 0^+$ 已高达 6.18MeV , 因而从实验上要做到如此高的自旋态或更高就相当困难了,因为当激发态能量大于质子分离能时,该核素就很难存在了.

^{50}Fe 的单质子分离能 $S_p = 6.78\text{MeV}$, 实验值为 4.15MeV , 双质子分离能为 11.04MeV , 实验值为 6.23MeV , 从实验测得 ^{50}Fe 高自旋态能谱^[10] 可知 $J^\pi = 11^+$ (相对于 $J^\pi = 0^+$) 激发能为 6.99MeV , 与理论算得的质子分离能差不多大,说明本工作由轴向形变的 RMF 理论给出的质子分离能是合理的. 到目前为止,为什么还没有测得 $J^\pi = 12^+$ 呢? 原因就在于如果再增加激发能,那么就超过 ^{50}Fe 的质子分离能, ^{50}Fe 则很难存在了.

^{54}Ni 的质子分离能 $S_p = 6.44\text{MeV}$, 双质子分离能为 11.36MeV , 理论上粗略估计 ^{54}Ni 高自旋态要达到 $J^\pi = 10^+$ 是非常困难的.

$N = Z - 3$ 的核 ^{45}Cr , ^{49}Fe 的质子分离能更小, ^{45}Cr 的质子分离能理论值为 $S_p = 1.49\text{MeV}$, 实验值为 2.95MeV ; ^{49}Fe 的质子分离能理论值只有 0.16MeV , 实验值也只有 2.54MeV ; 双质子分离能理论值为 $S_{2p} = 5.61\text{MeV}$, 实验值为 4.50MeV . 由此可以看出,要想让在如此高同位旋情况下的核 ^{45}Cr , ^{49}Fe 实现高激发态几乎是很难做到的事情.

有一个例外是 ^{53}Ni , 其质子分离能理论值为 $S_p = 6.04\text{MeV}$, 实验值只有 2.40MeV , 双质子分离能

理论值为 9.90MeV, 实验值为 3.77MeV. 对此有待进一步研究.

5 总结

本文采用轴向形变的相对论平均场理论(RMF)对 Ti 的同位素链、Cr 的同位素链和 Fe 的同位素链进行了计算, 并给出了令人满意的结果. 从束缚能、中子质子分布半径、形变等方面进行了具体细致的分析, 结果显示在 $A \sim 50$ 区的 3 个同位素链存在明

显的壳效应. Fe 同位素链束缚最紧的不是⁵⁴Fe 而是⁵⁶Fe 和⁵⁸Fe. 3 个同位素链的形变都很小, 偏离球形不多, Fe 的同位素链形变相对较大. 利用轴向形变 RMF 理论对 $A \sim 50$ 的非偶-偶核的束缚能进行了计算, 发现这样做不失为一种好的近似. 另外通过计算 $N = Z - 2$ 和 $N = Z - 3$ 的丰质子核的质子和中子分离能, 从理论上分析了这些核的稳定性. 我们观察到⁴⁵Cr, ⁴⁹Fe 分离能都很小, 因而 GSI 拟进行的 $N = Z - 3$ 的高自旋态谱的实验测量^[16]可能得不到预期的结果.

参考文献 (References)

- 1 Serot B D, Walecka J D. *Adv. Nucl. Phys.*, 1986, **16**:1
- 2 Serot B D. *Rep. Prog. Phys.*, 1992, **55**:1855
- 3 Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. *Ann. Phys.*, 1990, 132
- 4 Ring P, Gambhir Y K et al. *Comp. Phys. Com.*, 1997, **105**:77
- 5 MENG J, Ring P. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **77**:3963
- 6 MENG J, Ring P. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**:460
- 7 MENG Jie. *Nucl. Phys.*, 1998, **A635**:3
- 8 Lalazissis G A, Sharma M M et al. *Nucl. Phys.*, 1996, **A597**:35
- 9 Lalazissis G A, Sharma M M et al. *Nucl. Phys.*, 1996, **A608**:202
- 10 Lalazissis G A, König J et al. *Phys. Rev.*, 1997, **C55**:540
- 11 Rutz K, Bender M et al. *Phys. Rev.*, 1997, **C56**:238
- 12 Garrett P E, Ormand W E et al. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**:132502
- 13 Lenzi S M, Marginean N et al. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**:122501
- 14 Bentley M A, Williams S J et al. *Phys. Rev.*, 2000, **C62**:051303
- 15 Bentley M A, O'Leary C D et al. *Phys. Lett.*, 1998, **B437**:243
- 16 Bentley M A et al. GSI Experimental Proposal-RISING CAMPAIGN, 2002
- 17 Wapstra A H, Audi G. *Nucl. Phys.*, 1985, **A432**:55
- 18 Reinhardt P G, Rufa M et al. *Z. Phys.*, 1986, **A323**:13
- 19 Sharma M M, Nagarajan M A et al. *Phys. Lett.*, 1993, **B312**:377

Study for the Relativistic Mean-Field of $A \sim 50$ Isotopes*

ZHONG Xian-Hui¹⁾ LI Lei ZHANG Xiao-Bing NING Ping-Zhi

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract We have carried out a study of $A \sim 50$ isotopes in the framework of axially deformed relativistic mean-field theory. The ground-state properties of Ti ($N = 22-32$), Cr ($N = 20-34$) and Fe ($N = 22-36$) isotopic chains have been obtained. The separation energies of ⁴⁵Cr, ⁴⁶Cr, ⁴⁹Fe, ⁵⁰Fe, ⁵³Ni and ⁵⁴Ni are given, from which we have investigated the stability of the nuclei. We concluded that there is little possibility to reach the high-spin states of ⁴⁵Cr and ⁴⁹Fe.

Key words relativistic mean-field, ground-state properties, proton (neutron) separation energy, stability

Received 20 December 2002

* Supported by NSFC (10275037) and Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20010055012)

1) E-mail: xianhui.zhong@eyou.com