第27卷 第7期
2003年7月
高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS
Vol.27, No.7
Jul., 2003

q 变形广义相干叠加态的反聚束效应

卢道明
（南平师范高等专科学校物理系　福建南平　353000）

摘要　研究了 q 变形非简谐振子广义相干态的叠加态 $|\beta\rangle + e^{i\varphi}|\beta^{i\delta}\rangle$ 的反聚束效应，计算表明 δ 取值满足一定条件下呈现反聚束效应.

关键词　q 变形　广义相干态　叠加态　反聚束效应

1 引言

自从1963年Glauber提出相干态[1]以来，相干态解决了用量子电动力学研究光的数学困难，大大促进了量子光学的发展. 目前相干态理论及其应用研究已成为量子光学研究的重要领域. 迄今为止，人们对光场的非经典效应作了大量研究[2]，揭示了光场压缩和反聚束等量子效应，人们在对湮没算符本征态、q 变形相干态和奇偶相干态进行大量研究的基础上，提出了 q 变形非简谐振子的广义相干态[3]. 我们知道，研究非经典光场的一个重要途径就是尽可能构造出一些量子力学所允许的光场态，然后研究它们的量子统计性质，发现新的非经典效应，并找出各种非经典效应之间的联系. 最近梁麦林等人构造了 q 形变非简谐振子相干态的叠加态 $|\beta\rangle + e^{i\varphi}|\beta^{i\delta}\rangle$[4]，并对其压缩特性进行了研究，但对其量子统计特性还未进行讨论. 本文引用普通意义下光场二阶相关函数定义，对 q 变形广义相干叠加态的二阶相关函数进行研究，结果表明相位差 δ 取值一定范围内 q 变形广义相干叠加态呈现反聚来效应.

2 q 变形非简谐振子广义叠加态的反聚束效应

2.1 q 变形非简谐振子广义相干态

由于单模电磁场等效于一个标准的辐射振子因而相干态实际上是单模电磁场光子湮没算符 a 的本征态. 然而许多实际物理问题是偏离谐振子模型的，因此对非谐振子系统进行详细研究更具有实际意义. 按文献[5]非简谐振子势函数取下列形式：

$$V(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{A}{2x^2}. \tag{1}$$

非简谐振子哈密顿算符的无量纲形式为

$$H = -\frac{1}{2}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{A}{2x^2}, \tag{2}$$

式中 $A>0$，已取 $m=\hbar=\omega=1$，与(2)式对应的自然坐标算符 Q 和自然动量算符 P 可取为

$$Q = x^2 - H, P = \frac{1}{2i}\left(x\frac{d}{dx} + \frac{d}{dx}x\right), \tag{3}$$

它满足对易关系

$$[H,Q] = -2ip, [H,P] = 2iQ, [Q,P] = 2iH. \tag{4}$$

引入产生算符和湮没算符 a, a^+ 为

$$a = \frac{1}{2}(Q+iP), a^+ = \frac{1}{2}(Q-iP), \tag{5}$$

它们满足对易关系

$$[H,a] = -2a, [H,a^+] = 2a^+, H = [a,a^+]. \tag{6}$$

如果令 $H=2a_0$，可见 a_0, a, a^+ 构成封闭的李代数 $SU(1,1)$，设 $|n\rangle$ 是 H 的第 n 个能量本征态，算符 a^+, a, a_0，对 $|n\rangle$ 的作用为

$$a^+|n\rangle = \sqrt{(n+1)(n+2k)}|n+1\rangle, \tag{7}$$

$$a|n\rangle = \sqrt{n(n+2k-1)}|n-1\rangle, \tag{8}$$

$$a_0|n\rangle = (n+k)|n\rangle, \tag{9}$$

2002-11-08 收稿

$$H = [a, a^+] = 2(n + k), \tag{10}$$

$$k = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{2mA}{\hbar^2} + \frac{1}{4}}\right). \tag{11}$$

按文献[3],引入 q 变形的产生算符和湮没算符 a_q^+, a_q

$$a_q = a\varphi(N),$$
$$a_q^+ = \varphi(N)a^+, \tag{12}$$
$$\varphi(N) = \sqrt{\frac{[N][n + 2k - 1]}{N(N + 2K - 1)}},$$

式中 $[x] = \frac{q^x - 1}{q - 1}$, $q \in [0,1]$,可得出 q 变形广义相干态为[3]

$$|\beta\rangle = [F(|\beta|^2)]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{[n]![2k]_n} (\beta a_q^+)^n |0\rangle =$$
$$[F(|\beta|^2)]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{[n]![2k]_n}} \beta^n |n\rangle, \tag{13}$$

式中 $[2k]_n = [2k]\cdot[2k+1]\cdots[2k+n-1]$,若令 $x = |\beta|^2$ 则上式中

$$F(|\beta|^2) = F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{[n]![2k]_n}. \tag{14}$$

2.2 q 变形非简谐振子广义叠加态的反聚束效应

引用梁麦林等人构造的 q 形变非简谐振子相干态的叠加态

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}[|\beta\rangle + e^{i\varphi}|\beta e^{i\delta}\rangle]. \tag{15}$$

根据(13)式有

$$a|\beta e^{i\delta}\rangle = \beta e^{i\delta}|\beta e^{i\delta}\rangle, \tag{16}$$

定义

$$G = \langle\beta|\beta e^{i\delta}\rangle = |G|e^{i\lambda}, \tag{17}$$

则叠加态 $|\Psi\rangle$ 的归一化系数为

$$N = 2[1 + |G|\cos(\varphi + \lambda)], \tag{18}$$

利用(12)式和(16)式得

$$a^l|\Psi\rangle = \frac{\beta^l}{\sqrt{N}}[|\beta\rangle + e^{i(\varphi + l\delta)}|\beta e^{i\delta}\rangle], \tag{19}$$

对(19)式两边取共扼则得出

$$\langle\Psi|a^{+l} = \frac{\beta^{*l}}{\sqrt{N}}[\langle\beta| + e^{-i(\varphi + l\delta)}\langle\beta e^{i\delta}|], \tag{20}$$

利用(19)式和(20)式可得

$$\langle a^{+l}a^l\rangle = \frac{2}{N}|\beta|^{2l}[1 + |G|\cos(\varphi + \lambda + l\delta)]. \tag{21}$$

引用普通意义下光场二阶相关函数 $g^{(2)}(0)$ 的定义

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle|a^{+2}a^2|\rangle}{|\langle a^+a\rangle|^2}, \tag{22}$$

若 $g^{(2)}(0) < 1$,则该光场呈现反聚束效应,利用(21)式可得

$$g^{(2)}(0) = \frac{N}{2}\frac{1 + |G|\cos(\varphi + \lambda + 2\delta)}{[1 + |G|\cos(\varphi + \lambda + \delta)]^2}$$
$$\frac{[1 + |G|\cos(\varphi + \lambda)][1 + |G|\cos(\varphi + \lambda + 2\delta)]}{[1 + |G|\cos(\varphi + \lambda + \delta)]^2}.$$

若取 $\varphi + \lambda = 0$ 则有

$$g^{(2)}_{(0)} - 1 = \frac{(1 + |G|)(1 + |G|\cos 2\delta)}{(1 + |G|\cos\delta)^2} - 1 =$$
$$\frac{|G|[-|G|\sin^2\delta + 2\cos\delta(\cos\delta - 1)]}{(1 + |G|\cos\delta)^2}, \tag{24}$$

从(24)式可见对任意给定的 $|G|$,只要 δ 取值在1,4象限内

$$g^{(2)}_{(0)} - 1 < 0, \tag{25}$$

呈现反聚束效应. 若取 $\varphi + \lambda = \pi/2$ 可得

$$g^{(2)}_{(0)} - 1 = \frac{1 - |G|\sin 2\delta}{(1 - |G|\sin\delta)^2} - 1 =$$
$$\frac{|G|\sin^2\delta(2\mathrm{ctg}\delta/2 - |G|)}{(1 - |G|\sin\delta)^2}. \tag{26}$$

同样对任意给定的 $|G|$,只要 $2\pi > \delta > \pi$, $g^{(2)}_{(0)} - 1 < 0$ 呈现出反聚束效应.

3 结论

综合上述讨论,q 变形广义相干叠加态呈现反聚束效应,参数相位差 δ 与 q 变形相干叠加态反聚束效应有密切关系,并且在任意给定 $|G|$ 和 $\varphi + \lambda$ 值的情况下,δ 在一定范围内变化都可使场呈现出反聚束效应.

参考文献(References)

1 Glauber R J. Phys. Rev., 1963, **130**:2529

2 XIA Yun-Jie, GUO Guang-Can. Phys. Lett., 1989, **A136**:281

3 XU Zi-Wen. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1999, **23**:436(in Chinese)
(徐子驭. 高能物理与核物理, 1999, **23**:436)

4 LIANG Mai-Lin, YUAN Bing. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2002, **26**:900(in Chinese)
(梁麦林, 袁兵. 高能物理与核物理, 2002, **26**:900)

5 ZHU Dong-Pei. J. Phys., 1987, **A20**:4331

Antibunching Effect of Superposition of the q-Deformed Generalized States

LU Dao-Ming
(Department of Physics, Nanping Teachers College Fujian, Fujian Nanping 353000, China)

Abstract It is shown that antiburching effect is possible in the superposition state $|\beta\rangle + e^{i\varphi}|\beta^{i\delta}\rangle$ of the generalized Coherent states of the q-deformed non-harmonic oscillator.

Key words q-deformed, generalized coherent state, superposition state, antibunching effect

Received 8 November 2003