

# 密度分布形式对 Glauber 模型计算 $\sigma_R$ 的影响 \*

王全进 詹文龙 郭忠言 肖国青 孙志宇 李加兴  
 王建松 王猛 陈志强 王金川 田文栋 王武生 毛瑞士  
 (中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

**摘要** 描述了利用 Glauber 模型计算反应截面的一种方法。该方法对 Glauber 模型中输入的密度分布形式进行了修正, 计算了丰质子同中子核素( $N=3$ )的激发函数。对于该同中子素链, 采用修正的密度分布得到的激发函数与 HO 分布得到的激发函数相比, 在大于  $100\text{MeV/u}$  的能量区域, 两者都与实验值符合得很好, 而在中能区(小于  $100\text{MeV/u}$ ), 用修正的密度分布计算得到的激发函数与实验值之间的差距较 HO 分布明显减小, 并保持对所有计算的核核芯密度基本相同。

**关键词** Glauber 模型 HO 密度分布 密度修正 反应截面

## 1 引言

核反应总截面( $\sigma_R$ )是表征核反应和原子核特征的一个非常重要的基本物理量。从实验测得的核反应总截面与入射粒子能量  $E$ 、核的质量数  $A$ 、弹核的同位旋  $T_1$  等的变化曲线, 可以提取许多反映原子核整体特性, 如核的大小、形变和核内质子及中子的密度分布等许多知识, 甚至可以提取核子相互作用的信息。同时, 它也是目前放射性束物理研究的少数几个比较容易观测的物理量之一。通过对高能(相对论能量)放射性核束引起的相互作用截面( $\sigma_1$ )的研究, 人们已经取得了非常重要的研究成果, 发现了 $^{11}\text{Li}, ^{11}\text{Be}$  等核中存在中子晕结构<sup>[1,2]</sup>, 因此放射性核束总截面的测量已经成为人们非常关注的热点之一。

研究核反应总截面的一个非常有用的理论是基于自由核子-核子相互作用并考虑了库仑修正的 Glauber 模型<sup>[3,4]</sup>。该模型在描述核反应总截面(尤其是高能核相互作用截面方面)以及提取核物质的密度分布等方面取得了很大成功, 但该理论却不能很好地描述中、低能的重离子碰撞, 尤其是对于远离  $\beta$  稳定线的放射性核素, 理论计算的结果与实验测量值之间的差别更大, 模型计算值通常低于实验测量值约 20%。模型的这种能量依赖

2001-03-22 收稿

\* 国家自然科学基金(19935030, 19825115, 19735010)和中国科学院基金资助

目前不十分清楚,还有待于进一步研究。图 1 给出了轻核系统( $Z=3-8$ )的理论计算值与实验值之间的差异( $d$ )分布<sup>[5-7]</sup>, $d$  值定义为

$$d = \frac{\sigma_{\text{exp}} - \sigma_{\text{cal}}}{\sigma_{\text{cal}}} , \quad (1)$$

其中  $\sigma_{\text{exp}}$  代表实验测得某一中能下的反应总截面, $\sigma_{\text{cal}}$  是用 Glauber 模型与实验相同能量点的反应截面,这里密度分布参数取自拟合高能实验数据的结果。从图 1 中可以发现,对于具有正常结构的核, $d$  值一般都  $\leq 20\%$ ,这与 Glauber 模型在该能区的计算值低于实验值(约 20%)相一致。而对于可能具有奇异结构的核, $d$  值明显增大,一般大于 30%,有的核甚至达到 50%。基于这一结果,有人也用一个核在中能下  $d$  值的大小判断该核是否具有奇异核结构。

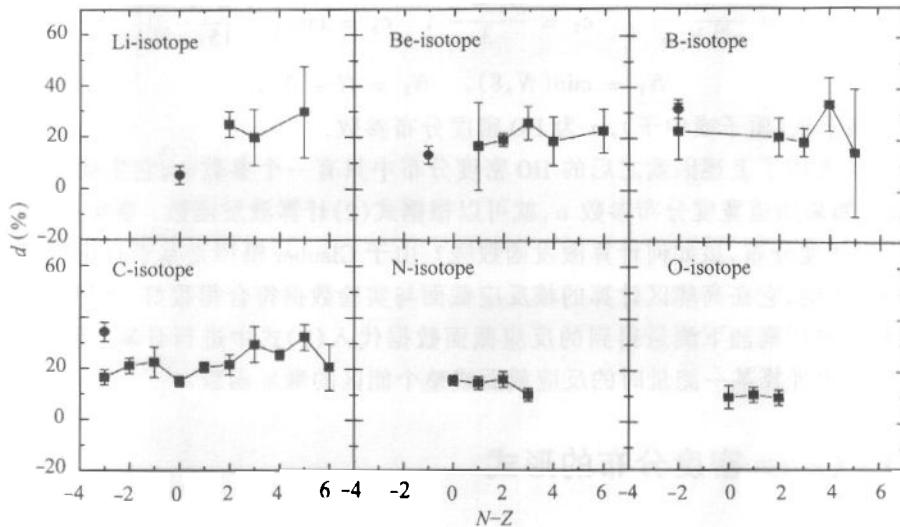


图 1 轻核系统的  $d$  值与  $N-Z$  的关系

●本实验数据,■数据取自文献[5-7]。

本文通过修改 Glauber 模型计算中输入的密度形式,使得 Glauber 模型计算的  $\sigma_R$  与实验值偏差减小,从而  $d$  值也减小很多,甚至有的核  $d$  值为 0。

## 2 Glauber 模型和 HO 密度分布

考虑库仑修正的 Glauber 模型推导的反应截面可表示为

$$\sigma_R = 2\pi \int_0^\infty b db [1 - T(b)]$$

如果对于靶核中的核子密度分布采用表面归一化的 Harmonic-Oscillator (HO) 分布,并考虑有限程核相互作用,可推导出透射系数  $T(b)$  的表达式<sup>[8]</sup>:

$$T(b) = \exp \left[ -\pi^2 \sum_{i,j=1}^2 \frac{\sigma_{ij} \rho_{Ti}(0) \rho_{Pj}(0) \alpha_{Ti}^3 \alpha_{Pj}^3}{\alpha_{Ti}^2 + \alpha_{Pj}^2 + \gamma_0^2} \times \exp \left( -\frac{b'^2}{\alpha_{Ti}^2 + \alpha_{Pj}^2 + \gamma_0^2} \right) \right] \quad (3)$$

这里  $i, j = 1$  为中子,  $i, j = 2$  为质子,  $b'$  为库仑修正后的碰撞参数

$$b'^2 = \frac{b^2}{1 - V_c/E_{cm}} = \frac{b^2}{1 - 1.44 Z_T Z_p / (R_{int} E_{cm})}, \quad (4)$$

其中  $\rho_{Ti}(0), \alpha_{Ti}, \rho_{Pi}(0)$  和  $\alpha_{Pi}$  分别是靶核和弹核中质子和中子分布采用表面归一化的 HO 密度分布的参数,  $Z_T$  和  $Z_p$  分别是靶核和弹核的质子数,  $R_{int}$  为相互作用半径,  $E_{cm}$  质心系能量,  $b$  是碰撞参数,  $\gamma_0 = 1\text{fm}$  是射程参数.

表面归一化的 HO 密度分布形式为

$$\rho(r) = c_1 \left[ 1 + c_2 \left( \frac{r}{a} \right)^2 + c_3 \left( \frac{r}{a} \right)^4 \right] \times \exp \left[ - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right], \quad (5)$$

其中  $c_1, c_2$  和  $c_3$  分别是根据液滴模型及表面归一化得到的系数

$$c_1 = \frac{4N}{\pi^{q_2} N_2 a^3}, \quad c_2 = \frac{N_1 - 2}{3}, \quad c_3 = \max \left( \frac{N - N_1}{15}, 0 \right)$$

$$N_1 = \min(N, 8), \quad N_2 = N + N_1, \quad (7)$$

其中  $N$  为核子数(质子或中子),  $a$  为 HO 密度分布参数.

因此, 经考虑了上述因素之后的 HO 密度分布中只有一个参数  $a$ , 它主要表示密度分布的宽度. 如果知道宽度分布参数  $a$ , 就可以根据式(2)计算激发函数. 事实上, 如果不知道目标核的密度分布, 该如何计算激发函数呢? 由于 Glauber 模型是基于自由核子 - 核子相互作用的理论, 它在高能区计算的核反应截面与实验数据符合得很好. 因此, 在实际计算中, 人们经常用高能下测量得到的反应截面数据代入(2)式中进行计算, 得到 HO 密度分布参数  $a$ , 再计算某一能量时的反应截面或整个能区的激发函数.

### 3 HO + Gauss 密度分布的形式

我们发现, 采用单一 HO 分布, 使用 Glauber 模型计算的核芯密度变化较大. 对于正常核是如此, 对于非正常核, 这种变化就更大了. 为保持核芯密度的一致性, 我们假定: 核芯的密度仍为单一参数的 HO 分布, 而且这种单一 HO 分布的参数  $a$  对于所有的核都相同. 这样保证了对于所有核的核芯密度都相同, 而在核芯之外的密度分布则采用复合形式. 复合形式密度分布定义如下:

1. 当  $r \leq r_0$  时,

$$\rho = \rho(\text{HO}), \quad (8)$$

$r_0$  为核物质密度分布为一方阱分布时的物质分布均方根半径, 可根据下式计算:

$$\frac{4}{3} \times \pi \times r_0^3 \times \rho_0 = A, \quad (9)$$

$\rho_0$  为正常核的中心密度, 其值为  $0.17\text{fm}^{-3}$ ,  $A$  为核子数.

2. 当  $r > r_0$  时,  $\rho$  为带长尾的 HO 分布,

$$\rho = \rho(\text{HO}) + \rho(\text{tail}) = \rho(\text{HO}) + \rho_0 \times \exp(-r^2/a), \quad (10)$$

为保证带修正后的密度分布在  $r_0$  处具有连续性, 在实际的数值积分计算过程中, 我们定义了

$$\rho_{r_0+\Delta r}(\text{HO} + \text{tail}) = 0.1 \times [\rho_{r_0+\Delta r}(\text{HO}) - \rho_{r_0}(\text{HO})] + \rho_{r_0}(\text{HO}), \quad (11)$$

(11)式的意义在于,采用修正的密度分布在  $r_0 + \Delta r$  处的密度与采用单一 HO 分布时该处的密度之差如果等于单一 HO 分布时  $r_0 + \Delta r$  与  $r_0$  处密度之差的 10 %,那么我们认为,密度是连续的.在实际计算中  $\Delta r$  取 0.1 fm.事实上,利用高能反应截面的数据和(11)式,表明我们已经有了两个方程(11)式和(2)式,这样就可以确定  $a$  和  $\rho_0$ .

图 2 是采用修正的密度分布,对于高能 $^8\text{B}$  反应截面数据得到的质子(实线所示)和中子密度分布(虚线所示).不难发现,质子的密度带有明显的向外扩展的空间分布(长尾),质子的中心密度由于向外扩展,而略低于中子的中心密度.

采用修正的密度分布,我们计算了半质子同中子素核 $^6\text{Li}, ^7\text{Be}, ^8\text{B}, ^9\text{C}$  与 Si 靶反应的激发函数,如图 3 所示.图中矩形实验数据是取自于文献[5—9],其中同中子素核 $^{14}\text{Si}$  靶的高能数据点(圆形点)是根据文献[5]中 C 靶的数据经半经验的 Shen 公式<sup>[10]</sup>转化得到的,图中虚线为采用修正的密度分布形式计算得到的激发函数.如图可以看到,在高能区(大于 100 MeV/u),采用修正的密度分布与采用单一 HO 分布的 Glauber 模型的计算值(图 3 中实线所示)很好地符合.在中能区域(100 MeV/u 以下),采用修正的密度分布形式的 Glauber 模型计算值明显改善,更加接近于实验值.

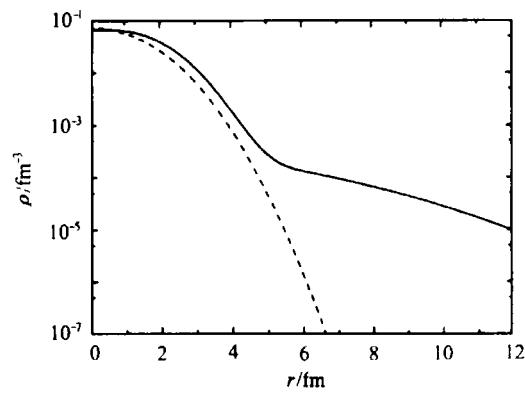


图 2 采用修正的密度分布计算 $^8\text{B}$  的核子密度分布

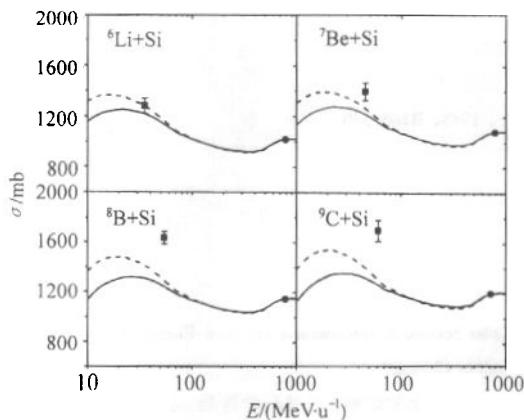


图 3 单一 HO 密度分布与修正的密度分布计算得到激发函数的比较  
详细说明见正文.

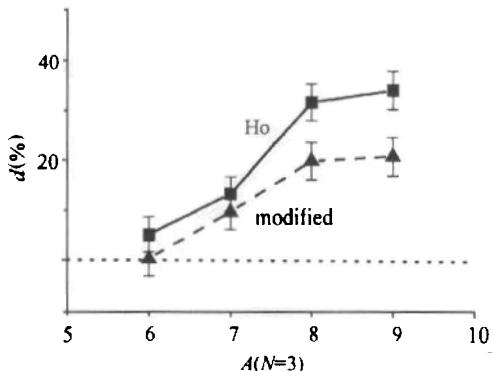


图 4 用单一 HO 密度分布与修正的密度分布计算  $d$  值的比较

图 4 显示了两种密度分布计算得到的  $d$  值比较,其中方形数据为单一 HO 分布计算

得到的  $d$  值, 三角形为使用修正的密度分布得到的  $d$  值. 修正的密度分布, 对于同中子素核, 随着  $Z$  的增大,  $d$  值减小得也更大, 而且  $d$  值基本都降到 20% 以内.

## 4 简单结论与讨论

我们引入修正的密度分布  $\rho = \rho(\text{HO}) + \rho(\text{tail}) = \rho(\text{HO}) + \rho_0 \times \exp(-r^2/a)$ , 将其代入 Glauber 模型中, 计算 ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Be}$ ,  ${}^8\text{B}$ ,  ${}^9\text{C}$  与 Si 靶反应  $\sigma_R - E$  曲线. 结果发现, 在  $E > 100\text{MeV/u}$  区域, 曲线与实验数据很好地符合, 与 HO 分布一致. 在  $E < 100\text{MeV/u}$  能区, 修正的密度分布结果与实验数据偏离显著减小. 从  $d$  值计算结果观察, 修正的密度分布较 HO 分布结果降低 10%. 因此, 我们认为, 修正的密度分布较 HO 分布更适合描述中能实验数据.

但是, 采用修正的密度分布的 Glauber 模型, 在计算过程中也有一些需要深入探讨的问题:

(1) 在(11)式中, 差别定为 10% 是否可行, 如果采用 5% 或其他的数据, 计算的结果又会如何?

(2) (9)式中  $r_0$  的定义是否合适? 尽管在计算中发现, 当  $r_0$  的改变很大时(如从 2—5fm 的范围内变化)对密度的分布形式以及反应截面的影响不是很大.

(3) 如果中心的密度形式不采用 HO 分布, 而采用其他的单一参数的分布形式, 结果又会如何呢?

(4) 这种方法对于其他系统(如较重的系统)的计算结果又将如何?

以上的问题, 将会在以后的工作中进行详细地分析和研究.

作者十分感谢上海原子核所沈文庆院士、蔡祥舟博士和方德清博士非常有益的讨论.

## 参考文献(References)

- 1 Tanihata I et al. Phys. Rev. Lett., 1985, **55**:2626; Phys. Lett., 1985, **B160**:380
- 2 Tanihata I et al. Phys. Lett., 1988, **B206**: 592
- 3 Devries R M et al. Phys. Rev., 1980, **C22**:1055
- 4 Charagi S K et al. Phys. Rev., 1990, **C41**:1610
- 5 Ozawa A et al. Nucl. Phys., 1996, **A608**:63
- 6 FANG D Q et al. Phys. Rev., 2000, **C61**:064311
- 7 WANG Quan-Jin et al. The Effect of Input Density on Reaction Cross Section at Intermediate and Low Energy in the Glauber Model Calculation. Natural and Science in Progress, to be published(in Chinese)  
(王全进等. 在 Glauber 模型计算中输入密度的形式对中低能反应截面的影响. 自然科学进展, 待发表)
- 8 Ozawa A et al. RIKEN-AF-NP-294, Aug 1998. 13pp
- 9 Kox S. et al. Nucl. Phys., 1984, **A420**:1678
- 10 SHEN W Q et al. Nucl. Phys., 1989, **A491**:130

## Influence of the Modified Density Factor on Reaction Cross Section Below 100 MeV/u Energies<sup>\*</sup>

WANG Quan-Jin ZHAN Wen-Long GUO Zhong-Yan XIAO Guo-Qing

SUN Zhi-Yu LI Jia-Xing WANG Jian-Song WANG Meng CHEN Zhi-Qiang

WANG Jin-Chuan TIAN Wen-Dong WANG Wu-Sheng MAO Rui-Shi

(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

**Abstract** A method to calculate reaction cross section based on the Glauber model is depicted in this paper. In the method, the density factor of Glauber model is modified and it is used to calculate the excitation function of proton-rich isotopes with same neutron number of  $n = 3$ . Comparing the excitation function with experimental data, we found that, at above 100 MeV/u energies, the both excitation functions calculated by using the modified and the HO density factor are consistent very well with the experimental data. But, at the energies below 100 MeV/u, the results calculated with modified density factor are close to the experimental data than that with HO distribution.

**Key words** Glauber model, HO dinsity distribution, modified density factor, reaction cross section

---

Received 22 March 2001

\* Supported by NSFC(19935030, 19825115, 19735010) and Science Foundation of The Chinese Academy of Sciences