

# 基于手征 $SU(3)$ 夸克集团模型的 YN 相互作用和轻超核研究\*

张妙静<sup>1,2</sup> 沈彭年<sup>1-4</sup> 刘宪辉<sup>1,3</sup> 孔蕃信<sup>4</sup>

1 (中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

2 (广西师范大学物理系 桂林 541004)

3 (中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

4 (兰州重离子加速器国家实验室理论核物理中心 兰州 730000)

**摘要** 采用基于手征  $SU(3)$  夸克集团模型的 YN 相互作用位, 计算了轻  $\Lambda$  超核  ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ ,  ${}^6_{\Lambda}\text{He}$  和  ${}^6_{\Lambda}\text{H}$  的能谱. 结果显示, 近似的等效定域  $\Lambda\text{N}$  相互作用位不能给出正确的超核结合能, 而非定域  $\Lambda\text{N}$  位能给出超核  ${}^5_{\Lambda}\text{He}$  结合能的合理范围以及超核  ${}^6_{\Lambda}\text{He}$  和  ${}^6_{\Lambda}\text{H}$  能级的正确顺序. 这表明 YN 相互作用的非定域性起着重要的作用. 计算中采用了 2 套模型参数, 计算结果正好给出实验值的上下限. 这表明超核的实验数据可以提供更多的信息来进一步约束 YN 相互作用, 以弥补 YN 散射实验数据的不足. 利用超核实验数据来优化选择 YN 相互作用参数是有可能做得到的.

**关键词** 超核 结合能 YN 相互作用

## 1 引言

对重子-重子相互作用的了解是研究重子多体系统性质的基础, 反过来, 从多体系统的实验数据中会提供关于重子-重子相互作用的许多信息和启示.

在早期的超核研究中, 能获取的实验数据仅有  $\Lambda$  超核的结合能, 它为我们提供了  $\Lambda\text{N}$  相互作用的一些信息以及  $\Lambda$  超子在超核中单粒子势阱的深度. 作为理论研究基础的  $\Lambda\text{N}$  力, 大多选取唯象形式. 虽然唯象  $\Lambda\text{N}$  力在解释超核的一些性质时获得成功, 但它有很大的局限性, 既没有普遍意义也不精确.

随着实验技术的发展, 获取的超核数据越来越多, 其中包括超核的激发态和超核衰变等的详细数据, 它对理论的解释要求越来越高, 人们的研究也越来越深入. 现在为人们普遍接受和广泛使用的 YN 力, 是由 Nijmegen 小组建立的介子交换位和 Jülich 小组建立的

2000-08-25 收稿

\* 国家自然科学基金和中国科学院重点基金资助

Bonn 势. 他们应用  $SU(3)$  对称性, 把比较成熟可靠的 NN 相互作用推广到 YN, YY 相互作用, 并利用为数不多的 YN 散射实验数据来约束 YN 相互作用参数, 取得很大成功. 尽管从唯象核力到介子交换位是一大进步, 但是介子交换位在处理相互作用短程部分时仍不得不采取唯象方法, 如引进硬心, 它导致理论计算结果对硬心截断半径参数的选取有极其敏感的依赖关系, 或加入唯象的顶角形状因子引进所谓的软心力, 它的 cutoff 质量取值有很大的任意性. 另外, 将这些位用于超核计算, 也发现了它们的不一致性和不确定性.

随着粒子物理的发展, 人们期望能从更基本的夸克层次上来了解重子-重子相互作用. 从重子层次深入到夸克层次对超核理论进行研究也势在必行. 把夸克模型应用到 YN 和 YY 相互作用始于十多年前 Tübingen 小组的工作<sup>[1]</sup>. 然而为了得到足够的中程吸引力该模型不得不在重子层次上引进唯象的标量  $\sigma$  介子, 它提供的  $\Delta N$  位的自旋三态比自旋单态具有更强的吸引力, 这与超核 $^4_\Lambda\text{He}$  和 $^4_\Lambda\text{H}$  的实验事实相矛盾. 为了克服这一缺点, Salamanca-Tübingen 合作利用手征对称性的约束自动地引入了标量介子  $\sigma$  和赝标介子  $\pi$ <sup>[2]</sup>, 北京小组则更进一步把核模型推广到手征  $SU(3)$  夸克集团模型引入全部八重态及单态的标量介子及赝标介子, 从理论上统一地成功的解释了 NN 相互作用, YN 和 YY 相互作用及重子的基态性质<sup>[3]</sup>, 从而在理论上克服了上述缺点.

重子-重子相互作用的过程是一个非常复杂的过程. 任何一个成功的重子-重子相互作用位必须能经得起实验的检验, 其中包括能否正确解释轻超核的实验事实. 由于轻超核的结构因素相对比较简单, 处理起来比较容易. 因此更能突出模型相互作用的特性和重要性.

本文利用北京小组的手征  $SU(3)$  夸克模型, 在共振群框架下, 抽取出非定域的 YN 相互作用, 并把它应用到轻  $\Lambda$  超核 $^5_\Lambda\text{He}$ ,  $^4_\Lambda\text{He}$  和 $^4_\Lambda\text{H}$  的研究中. 计算表明, 非定域的  $\Delta N$  相互作用位能给出 $^5_\Lambda\text{He}$  超核的结合能的合理范围, 以及正确的 $^4_\Lambda\text{He}$  和 $^4_\Lambda\text{H}$  超核的能级次序.

## 2 手征 $SU(3)$ 组分夸克集团模型

为了描述带有奇异夸克的超子系统, Zhang 等人<sup>[3]</sup> 将手征  $SU(2)$  夸克集团模型推到手征  $SU(3)$  夸克集团模型, 在夸克-夸克相互作用中同时引入全部八重态及单态的标量  $\sigma_a$  场和赝标  $\pi_a$  场与夸克场的耦合. 在此模型中手征场与夸克场相互作用的哈密顿量可写为

$$H^{\text{ch}} = g_{\text{ch}} F(q^2) \bar{\psi} \left( \sum_{a=0}^8 \sigma_a \lambda_a + i \sum_{a=0}^8 \pi_a \lambda_a \gamma_5 \right) \psi, \quad (2.1)$$

其中  $g_{\text{ch}}$  为耦合常数,  $\psi$  为夸克场,  $\lambda_a$  为  $SU(3)$  生成元,  $F(q^2)$  为顶角形状因子, 进一步的推导, 可得由手征场耦合引起的夸克间的相互作用位

$$V_{ij}^{\text{ch}} = V_{ij}^{\text{ps}} + V_{ij}^{\text{s}}. \quad (2.2)$$

第一项是赝标介子场耦合的贡献, 第二项是标量介子场耦合的贡献, 他们的详细表达式可在文献[3]中找到. 其中惟一的耦合常数  $g_{\text{ch}}$  由  $\frac{g_{\text{NN}\pi}^2}{4\pi}$  的实验数据确定

$$\frac{g_{\text{ch}}^2}{4\pi} = \frac{g_{\text{NN}\pi}}{4\pi} \frac{9}{25} \frac{m_q^2}{m_N^2}. \quad (2.3)$$

非相对论近似下的夸克-夸克相互作用由 3 部分组成,即唯象禁闭位  $V_{ij}^d$ ,单胶子交换位  $V_{ij}^{OGEP}$  和  $V_{ij}^{ch}$

$$V_{ij} = V_{ij}^d + V_{ij}^{OGEP} + V_{ij}^{ch}, \quad (2.4)$$

其中禁闭位选取唯象的谐振子形式

$$V_{ij}^d = -(\lambda_i^a \cdot \lambda_j^a)_c \cdot (a_{ij} r_{ij}^2 + a_{0ij}). \quad (2.5)$$

单胶子交换位的形式可参见文献[3]. 模型的参数是这样确定的:在取定了夸克质量  $m_u$  及  $m_s$ , 宽度参数  $b_{up}$ , 介子的质量及其截断质量后,可通过 N,  $\Delta$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$  的质量的实验数据及重子八重态的稳定条件,确定有效强耦合常数  $g_u$  及  $g_s$ , 以及有效禁闭位强度和零点能. 值得注意的是这里仍有一些可调参数,如夸克质量、宽度参数及部分标量介子的质量及截断质量,我们给出二组参数(见表 1, 2). 使用这二组参数计算得到的物理量的值基本上是处于实验数据的误差范围之内,并基本接近实验数据的上、下限. 作为一具体的例子,在图 1 中给出了  $\Delta p$  散射的微分截面,其中实线、虚线分别是用第一组和第二组参数进行计算得到的.

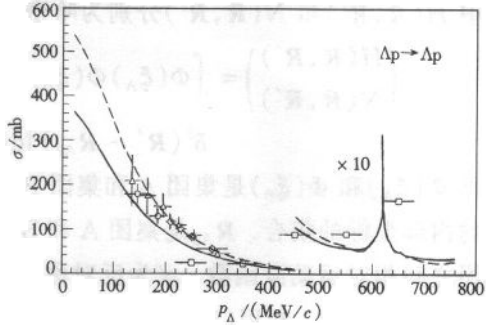


图 1  $\Delta p$  散射的微分截面

○ Alexander 1968, △ Sechi-Zorn 1968, □ Kadyk 1971.

表 1 参数组 1

$m_{up}/\text{MeV}$	313	$m_\pi/\text{fm}^{-1}$	0.7	$\Lambda_\pi/\text{fm}^{-1}$	4.2
$m_{str}/\text{MeV}$	470	$m_K/\text{fm}^{-1}$	2.5	$\Lambda_K/\text{fm}^{-1}$	4.2
$b_{up}/\text{fm}$	0.505	$m_\eta/\text{fm}^{-1}$	2.78	$\Lambda_\eta/\text{fm}^{-1}$	5.0
$g_u$	0.9366353	$m_{\eta'}/\text{fm}^{-1}$	4.85	$\Lambda_{\eta'}/\text{fm}^{-1}$	5.0
$g_s$	0.9238274	$m_{\sigma_0}/\text{fm}^{-1}$	3.17	$\Lambda_{\sigma_0}/\text{fm}^{-1}$	4.2
$a_{uu}^C/(\text{MeV}/\text{fm}^2)$	54.35178	$m_\kappa/\text{fm}^{-1}$	4.85	$\Lambda_\kappa/\text{fm}^{-1}$	5.0
$a_{us}^C/(\text{MeV}/\text{fm}^2)$	65.76744	$m_\sigma/\text{fm}^{-1}$	4.85	$\Lambda_\sigma/\text{fm}^{-1}$	5.0
$a_{ss}^C/(\text{MeV}/\text{fm}^2)$	102.96571	$m_\epsilon/\text{fm}^{-1}$	4.85	$\Lambda_\epsilon/\text{fm}^{-1}$	5.0
$g_{\pi NN}^2/4\pi$	13.67				

表 2 参数组 2

$m_{up}/\text{MeV}$	313	$m_\pi/\text{fm}^{-1}$	0.7	$\Lambda_\pi/\text{fm}^{-1}$	5.0
$m_{str}/\text{MeV}$	430	$m_K/\text{fm}^{-1}$	2.5	$\Lambda_K/\text{fm}^{-1}$	5.0
$b_{up}/\text{fm}$	0.53	$m_\eta/\text{fm}^{-1}$	2.78	$\Lambda_\eta/\text{fm}^{-1}$	5.0
$g_u$	0.986304	$m_{\eta'}/\text{fm}^{-1}$	4.85	$\Lambda_{\eta'}/\text{fm}^{-1}$	5.0
$g_s$	0.9717732	$m_{\sigma_0}/\text{fm}^{-1}$	3.04	$\Lambda_{\sigma_0}/\text{fm}^{-1}$	7.0
$a_{uu}^C/(\text{MeV}/\text{fm}^2)$	31.17362	$m_\kappa/\text{fm}^{-1}$	4.85	$\Lambda_\kappa/\text{fm}^{-1}$	7.0
$a_{us}^C/(\text{MeV}/\text{fm}^2)$	37.0064	$m_\sigma/\text{fm}^{-1}$	4.85	$\Lambda_\sigma/\text{fm}^{-1}$	5.0
$a_{ss}^C/(\text{MeV}/\text{fm}^2)$	70.10305	$m_\epsilon/\text{fm}^{-1}$	4.85	$\Lambda_\epsilon/\text{fm}^{-1}$	7.0
$g_{\pi NN}^2/4\pi$	13.67				

### 3 共振群方法与 YN 相互作用的抽取

#### 3.1 共振群方法和正交条件法(OCM)

两集团共振群(RGM)方程的一般形式为<sup>[4]</sup>

$$\int [H(\mathbf{R}, \mathbf{R}') - EN(\mathbf{R}, \mathbf{R}')] \chi(\mathbf{R}') d^3 R' = 0, \quad (3.1)$$

其中  $H(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$  和  $N(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$  分别为哈密顿和归一化积分核(kernel). 其定义为

$$\begin{pmatrix} H(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \\ N(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \end{pmatrix} = \int \Phi(\xi_A) \Phi(\xi_B) \delta^3(\mathbf{R} - \mathbf{R}_{AB}) \begin{pmatrix} H_{6q} \\ 1 \end{pmatrix} \mathcal{A} [\Phi(\xi_A) \Phi(\xi_B) \cdot \delta^3(\mathbf{R}' - \mathbf{R}_{AB})] d\xi_A d\xi_B d\mathbf{R}_{AB}. \quad (3.2)$$

这里  $\Phi(\xi_A)$  和  $\Phi(\xi_B)$  是集团 A 和集团 B 的波函数.  $\xi_A$  和  $\xi_B$  分别表示集团 A 和集团 B 中的内部坐标的集合.  $\mathbf{R}_{AB}$  是集团 A 和 B 之间的相对运动坐标.  $\chi(\mathbf{R}_{AB})$  为有待求解的两集团之间相对运动波函数.  $\mathcal{A}$  为反对称化算子.  $H_{6q}$  表示 6 夸克集团系统的哈密顿量,  $E$  为系统的总能量. 利用(3.1)和(2.4)式即可求解两重子之间的束缚态和散射态问题. 但是要抽出重子之间的等效相互作用位, 通常要把(3.1)式写成标准的薛定谔方程的形式

$$\int \tilde{H}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \tilde{\chi}(\mathbf{R}') d^3 R' = E \tilde{\chi}(\mathbf{R}), \quad (3.3)$$

为此, 必须进行所谓的正交条件法(OCM)变换, 其一般形式为

$$\begin{aligned} \tilde{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \int N^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') H(\mathbf{r}'', \mathbf{r}''') N^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{r}''', \mathbf{r}') d\mathbf{r}'' d\mathbf{r}''', \\ \tilde{\chi}(\mathbf{r}') &= \int N^{\frac{1}{2}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \chi(\mathbf{r}) d^3 r. \end{aligned} \quad (3.4)$$

变换后的重子-重子相互作用的非定域位可写为

$$V(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \tilde{H}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') - \tilde{T}(\mathbf{R}, \mathbf{R}'), \quad (3.5)$$

$$\tilde{T}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}') \frac{P_R^2}{2\mu_{AB}}. \quad (3.6)$$

式(3.6)是两重子之间相对运动动能部份.  $\mu_{AB}$  为重子 A 和 B 的约化质量.

在实际计算中, 为使反对称化算子的操作容易进行, 一般采用与 RGM 方法等价的生成坐标方法(GCM). 在该方法中相对运动波函数可用一组基函数组  $|\alpha\rangle$  来展开

$$\chi(\mathbf{R}_{AB}) = \sum_{L\alpha} C_\alpha^L |\alpha\rangle^L \quad (3.7a)$$

$$|\alpha\rangle^L = u^L(R_{AB}, S_\alpha) Y_{LM}(R_{AB}) \quad (3.7b)$$

$$u^L(R_{AB}, S_\alpha) = 4\pi R_{AB} \left( \frac{\omega}{\pi} \mu_{AB} \right)^{3/4} \exp \left[ -\frac{1}{2} \omega \mu_{AB} (R_{AB}^2 + S_\alpha^2) \right] i_L(\omega \mu_{AB} R_{AB} S_\alpha) \quad (3.7c)$$

这里  $S_\alpha$  为生成坐标,  $i_L(x)$  为  $L$  阶虚宗量球贝塞函数. 这样 RGM 方程(3.1)式可写为

$$\sum_{\beta=1}^n (H_{\alpha\beta} - EN_{\alpha\beta}) C_\beta = 0 \quad \alpha = 1, 2, \dots, n \quad (3.8a)$$

其中

$$H_{\alpha\beta} = \langle \alpha | H | \beta \rangle, N_{\alpha\beta} = \langle \alpha | N | \beta \rangle \quad (3.8b)$$

分别为 GCM 哈密顿矩阵元和归一化矩阵元,它们可以解析积分出来.

### 3.2 $\Delta N$ 相互作用非定域位的抽取

取一组能描述“平滑”函数,如  $H_{\alpha\beta}$  及  $N_{\alpha\beta}$ , 的非正交基  $|\alpha\rangle$ , 且

$$(N_D)_{\alpha\beta} = \langle \alpha | \beta \rangle$$

则  $H$  和  $N$  均应该可在此基上展开

$$H = \sum_{\alpha\beta} |\alpha\rangle A_{\alpha\beta} \langle \beta|, N = \sum_{\alpha\beta} |\alpha\rangle B_{\alpha\beta} \langle \beta|, \quad (3.9)$$

其系数  $A_{\alpha\beta}$  及  $B_{\alpha\beta}$  均可通过(3.8b)式决定

$$A_{\alpha\beta} = (N_D^{-1} H N_D^{-1})_{\alpha\beta}, B_{\alpha\beta} = (N_D^{-1} N N_D^{-1})_{\alpha\beta}. \quad (3.10)$$

为进一步做 OCM 变换,首先须求解本征方程

$$N_D |\chi_i\rangle = e_i |\chi_i\rangle \quad (3.11)$$

定义如下算符

$$\begin{aligned} N_D &= 1 - \sum_i (1 - e_i) |\chi_i\rangle \langle \chi_i| \\ N_D^{\frac{1}{2}} &= 1 - \sum_i (1 - \sqrt{e_i}) |\chi_i\rangle \langle \chi_i|, \\ N_D^{-\frac{1}{2}} &= 1 - \sum_i \left(1 - \frac{1}{\sqrt{e_i}}\right) |\chi_i\rangle \langle \chi_i| \end{aligned} \quad (3.12)$$

用 RGM 中熟知的方法经过一些推导后,即可得 OCM 变换后的哈密顿量

$$\tilde{H} = \sum_{\alpha,\beta} |\alpha\rangle (WHW)_{\alpha\beta} \langle \beta|, \quad (3.13)$$

其中

$$W = N_D^{-1/2} \sqrt{N_D^{1/2} N^{-1} N_D^{1/2}} N_D^{-1/2}. \quad (3.14)$$

相对运动动能可表示为

$$T = \sum_{\alpha\beta} |\alpha\rangle T_{\alpha\beta} \langle \beta|, T_{\alpha\beta} = (N_D^{-1} T_D N_D^{-1})_{\alpha\beta}, \quad (3.15)$$

$(T_D)_{\alpha\beta} = \langle \alpha | T | \beta \rangle$  可以解析计算. 而相应的  $\Delta N$  相互作用非定域位可记为

$$V(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \sum_{\alpha\beta} |\alpha\rangle (WHW - T)_{\alpha\beta} \langle \beta|. \quad (3.16)$$

### 3.3 等效定域相互作用位

用两体非定域位来计算多体问题是相当麻烦的. 人们总喜欢用某种近似来得到等效定域位,它在求解薛定谔方程时会方便得多. 当然由等效定域位计算核多体系统的结果应与用非定域位来计算的结果相一致,否则这个等效定域位就是不成功的.

沈彭年等<sup>[5]</sup>已经推导出了手征  $SU(3)$  夸克集团模型下的  $\Delta N$  等效定域位(图 2). 图中实线为等效定域位,虚线为 Nijmegen 模型 D 的  $\Delta N$  位,点虚线为在 Nijmegen 模型 D 基

基础上由  $G$  矩阵方法融合了多体效应的 YNG 位. 根据文献[5]的阐述, 该等效位(仅含  $S$  波相互作用)可以相当好的重现  $\Delta N$  散射相移, 在与 Nijmegen 模型 D 及唯象的  $\Delta N$  位比较时, 发现其长程行为基本一致, 而中短程部分比唯象位要弱.

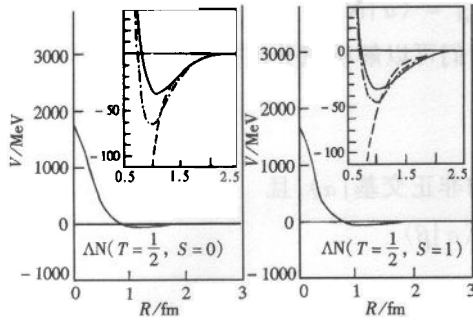


图 2  $\Delta N$  系统的等效定域势

响, 选取结构相对地简单的几个轻超核 ${}^5_\Lambda\text{He}$ ,  ${}^4_\Lambda\text{He}$  和 ${}^4_\Lambda\text{H}$  作为研究对象, 用以考察我们的  $\Delta N$  相互作用位, 并把重点放在 ${}^5_\Lambda\text{He}$  上.

超核 ${}^5_\Lambda\text{He}$  的  $\Lambda$  超子结合能  $B_\Lambda$ , 实验值仅为  $3.12 \pm 0.02 \text{ MeV}$ <sup>[6]</sup>. 迄今用各种唯象的  $\Delta N$  力和  $\Lambda + \alpha$  两集团模型的理论计算都给出过份大的  $B_\Lambda$  值(约大 2—3 MeV), 参看文献[7]和那里所引的参考文献. 这就是所谓的过紧束缚问题. 一个可能的解决办法是引进三体排斥力<sup>[8]</sup>, 可以改善  $B_\Lambda$  的计算值, 但它同时引进了一个可调参数——3 体力的强度. 这样得到的结果显然有随意性. 当采用 YNG 力计算时, 为了能产生实验的  $B_\Lambda$  值, 要求费米动量参数  $k_F = 0.9 \text{ fm}^{-1}$ . 但当应用于超核 ${}^6_\Lambda\text{He}$  时要求  $k_F = 0.87 \text{ fm}^{-1}$ , 这与费米动量随  $A$  增大这一事实相矛盾. 1993 年 Tübingen 小组<sup>[9]</sup> 在计算 ${}^5_\Lambda\text{He}$  的  $\pi$  衰变率时, 首次采用了非相对论手征  $SU(2)$  夸克集团模型和 RGM 方法推导出的  $\Delta N$  势, 得到与实验一致的结果. 但在 Tübingen 的模型中存在 2 个问题: 其一是人为地在重子层次上加入唯象  $\sigma$  介子场来得到中程吸引力.  $\sigma$  介子的耦合常数是一个参数, 当用来拟合 YN 散射数据时要求  $g_\sigma^2/4\pi = 3.68$ , 此时得到 ${}^5_\Lambda\text{He}$  的  $B_\Lambda$  值为 2 MeV, 与实验不符, 如果要求符合  $B_\Lambda$  值, 则要求  $g_\sigma^2/4\pi = 3.76$ , 但此值不能拟合 YN 散射数据; 其二是 Tübingen 模型不能正确地给出超核 ${}^4_\Lambda\text{He}$  和 ${}^4_\Lambda\text{H}$  的实验能级次序, 它的自旋三态力比自旋单态力强, 与实验事实正好相反. 本文采用了更完善的手征  $SU(3)$  夸克集团模型下得到的  $\Delta N$  位, 用来考察轻超核的结构.

#### 4.1 轻超核结合能的计算

采用如式(3.1)和(3.2)的 RGM 方程. 此时 A, B 两个集团分别取为  $\Lambda$  和  $\alpha$  粒子.  ${}^5_\Lambda\text{He}$  的壳心  $\alpha$  内部波函数取为

$$\phi_{\text{core}} = \left( \frac{1}{2\pi b_c^2} \frac{2}{3\pi b_c^2} \frac{3}{4\pi b_c^2} \right)^{3/4} \exp \left[ - \left( \frac{u_1^2}{4b_c^2} \right) - \left( \frac{2u_2^2}{6b_c^2} \right) - \left( \frac{3u_3^2}{8b_c^2} \right) \right] \quad (4.1)$$

Jacobi 坐标  $u_1, u_2, u_3$  及  $\alpha$  的质心坐标定义为

$$u_1 = r_1 - r_2, u_2 = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) - r_3,$$

## 4 轻超核能谱的计算

超核结构问题一般属于多体问题, 原则上只有少体系统才能严格求解. 为了突出  $\Delta N$  相互作用的特点, 尽量减少多体效应的影响,

$$u_3 = \frac{1}{3}(r_1 + r_2 + r_3) - r_4, R_c = \sum_{i=1}^A r_i. \quad (4.2)$$

其中宽度参数  $b_c$  取拟合  $\alpha$  粒子方均根半径时的值 1.39fm.  $\Lambda$  超子与壳心核相对运动尝试波函数  $\chi(r)$  可用一组定域高斯型的基函数展开

$$\chi(r) = \sum_i C_i \left( \frac{1}{\pi b_\Lambda^2} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{1}{2b_\Lambda^2}(r - s_i)^2\right) \quad (4.3)$$

这里  $S_i (i=1, 2, \dots, n)$  是一组生成坐标. 那么超核系统的尝试波函数可写成

$$\psi = \phi_{\text{core}} \chi(r_\Lambda - R_{\text{core}}) Z(R_{\text{CM}}) \chi_{\text{core}} \chi_\Lambda, \quad (4.4)$$

其中  $\chi_{\text{core}}$  和  $\chi_\Lambda$  分别表示壳心和  $\Lambda$  粒子自旋波函数.  $Z(R_{\text{CM}})$  系统总质心波函数. 由于在计算中要除去总质心运动,  $Z$  可取为任一平方可积函数. 为了方便此处取为最低 1S 壳谱振子波函数.

$$Z(R_{\text{CM}}) = \left( \frac{m_{\text{HN}}}{m_N \pi b_c^2} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{m_{\text{HN}} R_{\text{CM}}^2}{2m_N b_c^2}\right) \quad (4.5)$$

联合(4.1), (4.3)和(4.5)式, 在生成坐标框架下 超核波函数(4.1)表为

$$\psi = \sum_{i=1}^n C_i \int \prod_{k=1}^{A-1} \left( \frac{1}{\pi b_c^2} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{1}{2b_c^2} \left( r_k + \frac{m_\Lambda}{m_{\text{HN}}} S_i \right)^2\right) \left( \frac{m_\Lambda}{\pi b_c^2 m_N} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{1}{2b_c^2} \frac{m_\Lambda}{m_N} \left( r_\Lambda - \frac{4m_N}{m_{\text{HN}}} S_i \right)^2\right) Y_{\text{LM}}^*(S_i) dS_i \chi_{\text{core}} \chi_\Lambda. \quad (4.6)$$

这里  $m_\Lambda, m_N$  为  $\Lambda$  超子和核子质量,  $m_{\text{HN}}$  为超核总质量  $m_\Lambda + 4m_N, b_\Lambda^2 = b_c^2 \frac{m_{\text{HN}}}{4m_\Lambda}$ . 超核系统的哈密顿量可写为

$$H(r, r') = \left( \sum_{i=1}^A t_i - T_G \right) \delta(r - r') + \sum_{i < j=1}^A V(r_i - r_j, r'_i - r'_j) \quad (4.7)$$

式中  $t_i$  和  $T_G$  分别为第  $i$  个粒子和系统质心的动能计符. 把(4.6)和(4.7)应用到 RGM 方程(3.1)和(3.2)中, 且把 Jacobi 坐标变换成粒子坐标, 即可求解出  $\Lambda$  超子结合能  $B_\Lambda$ , 对于  ${}^4_\Lambda\text{He}$  和  ${}^4_\Lambda\text{H}$  超核, 用完全类似方法计算.

## 4.2 计算结果和讨论

### 4.2.1 用等效定域位计算的结果

用文献[5]所给的  $\Lambda\text{N}$  相互作用等效定域位, 计算了  ${}^5_\Lambda\text{He}, {}^4_\Lambda\text{He}$  和  ${}^4_\Lambda\text{H}$  的结合能. 结果是均无束缚态存在, 这明显与实验事实不符. 从图 3 可以看到用此等效定域位得到的等效  $\Lambda$ - $\alpha$  位有强排斥心且中程部份过弱(曲线 a). 图中曲线 b 是参考文献[10]中的  $\Lambda$ - $\alpha$  位, 它能给出实验的  $B_\Lambda({}^5_\Lambda\text{He})$  值. 曲线 c 取自文献[11], 它是由唯象  $\Lambda\text{N}$  力卷积得到的, d 是用介子交换位<sup>[12]</sup>卷积得到的. c, d 均给出过分大的  $B_\Lambda$  值.

在文献[9]中 Straub et al. 给出稍深的  $\Lambda$ - $\alpha$  位, 它是由非定域  $\Lambda\text{N}$  力卷积得到的. 计算结果给出  $B_\Lambda = 2\text{MeV}$ . 由此可见  $\Lambda\text{N}$  力的非定域特性是十分重要的. 一般的由非定域位求取等效定域位在处理相互作用的短程行为时, 会带来很大的误差. 低能散射可能对相互作用的短程行为不敏感, 而核束缚态对短程区比较敏感, 这可能是文献[5]的等效定

域位能符合低能 YN 散射要求,但未能给出正确的束缚能的原因.

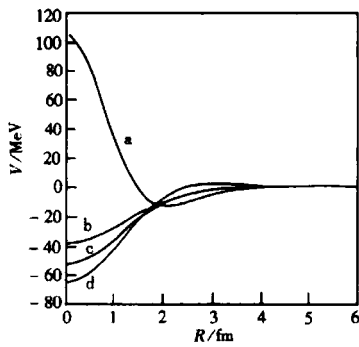


图 3 等效  $\Lambda$ - $\alpha$  位

a 本文所得的  $V(R)$ , b 文献[9]中修正的  $\Lambda$ - $\alpha$  相作用, c 取自文献[10], d 选用文献 [11] 的介子交换位得到的  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用.

4.2.2 用手征  $SU(3)$  夸克集团模型计算的结果 (非定域位)

选用表 1, 2 中的两套参数, 分别计算了超核  ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ ,  ${}^4_{\Lambda}\text{He}$  和  ${}^4_{\Lambda}\text{H}$  的能谱以及他们的均方根半径, 详述如下:

首先选取类似于 Straub et al. [9] 所用的条件, 在手征场中不包含  $\sigma'$ ,  $\kappa$  和  $\epsilon$  介子的贡献, 在处理细节上稍有不同. 把它称为模型 I, 计算结果列于表 3 中. 从表 3 可以看到模型 I 给出  $B_{\Lambda}({}^5_{\Lambda}\text{He}) = 3.64\text{MeV}$ , 接近实验值  $3.12\text{MeV}$ , 与 Straub et al. 的结果  $B_{\Lambda} = 2\text{MeV}$  相接近. 但对超核  ${}^4_{\Lambda}\text{He}$  和  ${}^4_{\Lambda}\text{H}$  给出过份小的束缚能, 不过能级次序是正确的, 且  $0^+$  与  $1^+$  能级间距为  $1.4\text{MeV}$ , 接近实验值  $1.1\text{MeV}$ , 而第 2 套参数给出过份大的束缚能和能级间距.

进一步包含了手征  $SU(3)$  全部介子场, 计算结果列于表 4, 并将其能级图画于图 4 中. 由于其他介子场的加入, 计算的结合能普遍减少. 参数组 1 给出  ${}^5_{\Lambda}\text{He}$   $\Lambda$  超子结合能的下限, 而参数组 2 给出其结合能的上限. 实验值均处于理论值的上、下限之间. 这表明经过对模型参数的细致调整, 有可能找到一组适当的参数使手征  $SU(3)$  夸克模型既能符合重子-重子散射和重子谱的实验数据, 又能给出合理的轻超核的结合能. 换句话说, 利用

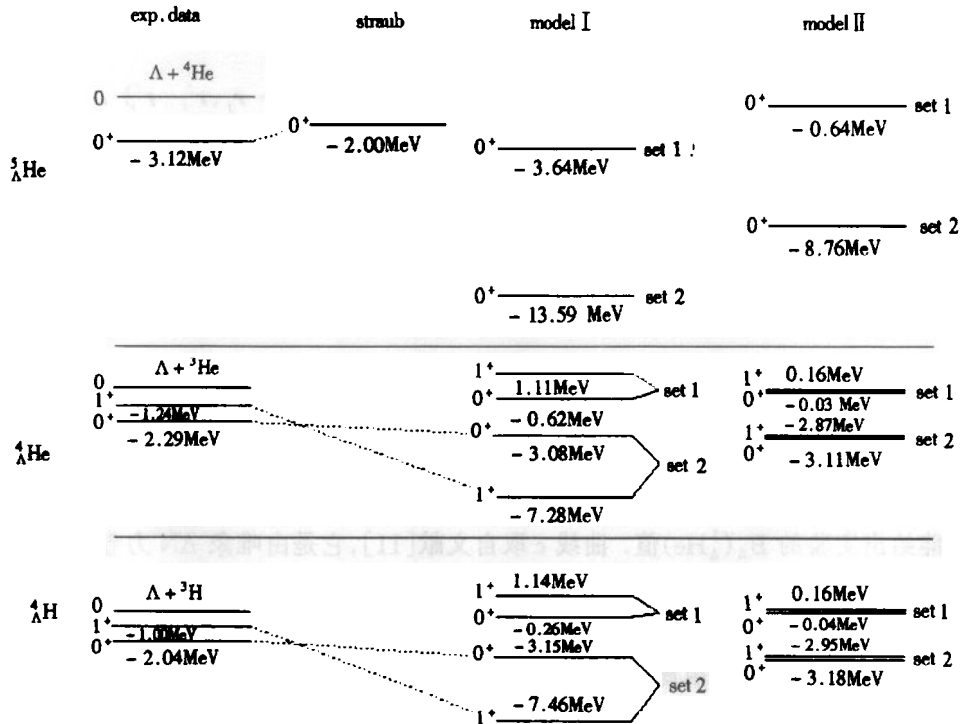


图 4  ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ ,  ${}^4_{\Lambda}\text{He}$  和  ${}^5_{\Lambda}\text{He}$  的能级示意图



轻超核的实验数据可优化选择目前的手征 SU(3)夸克集团模型参数组,使其更具有普遍意义,更为可靠.

为了进一步弄清各种介子场耦合的贡献,对各种介子的单独贡献作了计算.表 5 中列出各类介子对超核 $^5_\Lambda\text{He}$ 结合能的贡献,从中可看到所有赝标介子的贡献均为排斥,而标量介子中只有 $\sigma$ 标量介子提供吸引力.因此在模型 I 基础上加入 $\sigma',\kappa$ 和 $\epsilon$ 介子场,其结果导致结合能变小.从物理上讲大部份介子场是在重子之间起着屏蔽作用.

最后,考察了不同壳心核宽度参数 $b_c$ 对结合能产生的影响.结果见表 6.表中数据显示, $b_c$ 的变化对计算的结果是不敏感的.核结构效应不会严重改变以上的结论.

表 3 模型 I 中  $\Lambda$  超核的结合能及均方根半径

超核	$J^\pi$	参数组 1		参数组 2		实验值 结合能 $B_\Lambda/\text{MeV}$
		结合能 $B_\Lambda/\text{MeV}$	$\langle r_\Lambda^2 \rangle^{1/2}/\text{fm}$	结合能 $B_\Lambda/\text{MeV}$	$\langle r_\Lambda^2 \rangle^{1/2}/\text{fm}$	
$^5_\Lambda\text{He}$	$0^+$	3.64	2.87	13.59	1.92	$3.12 \pm 0.12$
$^4_\Lambda\text{He}$	$0^+$	0.26	6.14	3.08	3.10	$2.29 \pm 0.03$
	$1^+$	-1.11	4.34	7.28	2.35	$1.24 \pm 0.06$
$^3_\Lambda\text{H}$	$0^+$	0.27	6.10	3.15	3.07	$2.04 \pm 0.04$
	$1^+$	-1.14	4.30	7.46	2.33	$1.00 \pm 0.06$

表 4 手征 SU(3)夸克模型给出的轻  $\Lambda$  超核的结合能

超核	$J^\pi$	参数组 1		参数组 2		实验值 结合能 $B_\Lambda/\text{MeV}$
		结合能 $B_\Lambda/\text{MeV}$	$\langle r_\Lambda^2 \rangle^{1/2}/\text{fm}$	结合能 $B_\Lambda/\text{MeV}$	$\langle r_\Lambda^2 \rangle^{1/2}/\text{fm}$	
$^5_\Lambda\text{He}$	$0^+$	0.64	4.72	8.76	2.20	$3.12 \pm 0.12$
$^4_\Lambda\text{He}$	$0^+$	0.03	7.03	3.11	3.09	$2.29 \pm 0.03$
	$1^+$	-0.16	7.97	2.87	3.15	$1.24 \pm 0.06$
$^3_\Lambda\text{H}$	$0^+$	0.04	7.00	3.18	3.06	$2.04 \pm 0.04$
	$1^+$	-0.16	8.53	2.95	3.12	$1.00 \pm 0.06$

表 5 手征 SU(3)模型中各介子对 $^5_\Lambda\text{He}$ 结合能  $B_\Lambda$  的贡献

	结合能 $B_\Lambda/\text{MeV}$	
OGE + conf + $\pi$	-1.04	OGE + conf + $\sigma$ 31.02
OGE + conf + K	-0.99	OGE + conf + $\sigma'$ -1.04
OGE + conf + $\eta$	-1.03	OGE + conf + $\kappa$ -0.94
OGE + conf + $\eta'$	-1.01	OGE + conf + $\epsilon$ -1.03
OGE + conf + $\pi, K, \eta, \eta'$	-1.03	OGE + conf + $\sigma, \sigma', \epsilon, \kappa$ 21.06
OGE + conf	-1.01	

表 6 不同  $b_c$  时的 $^5_\Lambda\text{He}, ^4_\Lambda\text{He}$ 和 $^3_\Lambda\text{H}$ 超核的结合能(参数组 1)

	$^5_\Lambda\text{He}$		$^4_\Lambda\text{He}$		$^3_\Lambda\text{H}$		
$b_c/\text{fm}$	1.32	1.36	1.39	1.58	1.65	1.47	1.65
基态结合能(MeV)	0.63	0.64	0.64	0.04	0.04	0.04	0.04
第一激发态结合能(MeV)				0.16	0.16	0.16	0.16

## 5 综合

采用基于手征  $SU(3)$  夸克集团模型的  $YN$  位来研究轻  $\Lambda$  超核的能谱, 目的是进一步来检验北京小组模型的合理性. 理论计算表明, 近似的等效定域  $\Lambda N$  位, 不能给出正确的超核结合能, 而非定域  $YN$  位能给出合理范围内的超核  ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{He}$  的结合能以及超核  ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{He}$  和  ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{H}$  能级的正确次序. 说明  $YN$  相互作用的非定域特性比较重要, 不能轻易做定域近似. 我们采用的两套模型参数, 虽然他们都能解释重子谱和低能  $YN$  散射实验数据, 但给出非常不同的超核结合能, 而实验数据正好落在他们的中间. 这表明超核实验数据可以为  $YN$  相互作用提供更多的约束条件. 利用轻超核实验数据来优化选择手征  $SU(3)$  夸克集团模型的  $YN$  相互作用参数是可行的, 但需要做大量的计算工作.

需要指出的是轻超核也是一个多体系统, 多体效应或者说其核结构特性或多或少会影响我们的计算, 这是需要进一步加以研究的地方. 此外在求取  $YN$  力时, 只考虑了  $S$  波没有包含高分波成份; 只考虑了中心力, 没有考虑张量力和自旋轨道耦合力, 虽然一般来说这些因素对轻超核的影响是次要的, 但都有必要加以研究.  $\Lambda N \Leftrightarrow \Sigma N$  转换效应一般认为是对于  ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{He}$  和  ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{H}$  特别重要, 我们的理论计算没有包含此效应, 因此, 不能正确描述他们的能谱, 这也有待进一步研究.

总而言之, 把手征  $SU(3)$  夸克集团模型, 应用到轻超核研究中无论对超核物理研究的发展, 还是对模型本身的进一步完善都有积极的意义, 值得我们继续努力.

### 参考文献 (References)

- 1 Straub U, ZHANG Z Y, Brauer K et al. Nucl. Phys., 1990, **A508**:385c
- 2 Valcarce A, Buchmann B, Fernandez A et al. Phys. Rev., 1994, **C50**:2246
- 3 ZHANG Z Y, YU Y W, SHEN P N et al. Nucl. Phys., 1997, **A625**:59; CHEN Hong, ZHANG Zong-Ye. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1996, **20**:937 (in Chinese)  
(陈洪, 张宗焯. 高能物理与核物理, 1996, **20**:937)
- 4 Wildermuth K, TANG Y C. A Unified Theory of the Nucleus Cluster Model. In: Sakae Saito ed. Supplement of the Progress of Theoretical Physics. 1977. **62**:11
- 5 SHEN Peng-Nian, SHEN Xiao-Yan, ZHANG Zong-Ye et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1993, **17**(10):941 (in Chinese)  
(沈彭年, 沈肖雁, 张宗焯等. 高能物理与核物理, 1993, **17**(10):941)
- 6 Pove B. Annu. Rev. Nucl. Sci., 1978, **28**:1
- 7 LIU Xian-Hui, CHENG Zi-Tao. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1999, **23**(4):380 (in Chinese)  
(刘宪辉, 程子韬. 高能物理与核物理, 1999, **23**(4):380)
- 8 Bodmer A R, Usmani Q N, Carlson J. Phys. Rev., 1984, **C29**:684; 1985, **C31**:1400; 1986, **C41**:1387; Nucl. Phys., 1988, **A417**:621
- 9 Straub U, Nieves J, Faessler A et al. Nucl. Phys., 1993, **A556**:531
- 10 ZHANG Chao-Ying, KONG Fan-Xin, LIU Xian-Hui. Nucl. Phys., 1989, **A500**:627—636
- 11 Sxhimier T, Staubeda D J, Lemere M et al. Nucl. Phys., 1980, **A343**:429
- 12 LIU Dong-Sheng, SHEN Jian-Ping, LI Guang-Lie et al. Nuclear Research, 1986, **31**:65

## Study about Light Hypernuclei and YN Interaction Based on Chiral $SU(3)$ Quark Model\*

ZHANG Miao-Jing<sup>1,2</sup> SHEN Peng-Nian<sup>1-4</sup> LIU Xian-Hui<sup>1,3</sup> KONG Fan-Xin<sup>4</sup>

1 ( *Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China* )

2 ( *Department of Physics, Guangxi Teacher's University, Guilin 541004, China* )

3 ( *Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China* )

4 ( *Center of Theoretical Nuclear Physics, National Lab. of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China* )

**Abstract** In terms of the YN interaction based on the chiral  $SU(3)$  quark model, the spectra of light hypernuclei  ${}^4_{\Lambda}H$ ,  ${}^4_{\Lambda}He$  and  ${}^5_{\Lambda}He$  are calculated. The result shows that the effective local  $\Lambda N$  potential, as an approximation, cannot offer a reasonable explanation of the empirical data, while the non-local  $\Lambda N$  potential, also as an approximation, can provide a reasonable range of the binding energy of  ${}^5_{\Lambda}He$  and correct ordering of the energy levels of  ${}^4_{\Lambda}H$ ,  ${}^4_{\Lambda}He$ . This indicates that the non-local character of the effective YN interaction plays an important role in binding behavior. The upper bounds and lower bounds of energy levels are given by employing two sets of model parameters in the calculation. Thus, the experimental data of hypernuclei can provide more information as the constraints of model. In the present stage, YN interaction (no matter phenomenology of theoretical interaction) cannot be finalized due to lack of experimental data. Utilizing experimental data, it is possible to optimize model parameters in the theoretical studies of YN interaction.

**Key words** hypernuclei, binding energy, YN interaction

---

Received 25 August 2001

\* Supported by National Natural Science Foundation of China and The Chinese Academy of Sciences