

# 涡流型切割磁铁的理论分析和模拟计算

康文<sup>1</sup> 丁小平<sup>2</sup> 韩谦<sup>1</sup> 庞家标<sup>1</sup> 陈森玉<sup>1</sup>

1(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

2(北京大学重离子物理研究所 北京 100871)

**摘要** 从理论上推导了涡流型切割磁铁的漏场变化规律. 以上海同步辐射装置(SSRF)用涡流型切割磁铁为例,进行了分析性计算和讨论,并与 OPERA 程序模拟计算的结果进行了比较. 在此基础上,提出了降低漏场的方法和措施.

**关键词** 高能粒子加速器 涡流型切割磁铁 漏场

## 1 引言

在 高 能 粒 子 加 速 器 中,切 割 磁 铁 是 组 成 加 速 器 注 入 引 出 系 统 的 主 要 部 件 之 一,也 是 加 速 器 建 造 过 程 中 的 一 项 技 术 难 点. 切 割 磁 铁 是 一 种 特 殊 的 C-型 二 极 磁 铁,用 在 传 输 线 与 环 型 加 速 器 的 连 接 处,它 将 传 输 线 来 的 注 入 束 流 偏 转 一 定 角 度 后 注 入 到 加 速 器 中(用 于 引 出 时,恰 与 此 过 程 相 反). 因 此 对 于 切 割 磁 铁 来 说,在 注 入 束 流 穿 过 的 区 域 要 求 有 一 定 宽 度 的、均 匀 的、比 较 强 的 二 极 场(称 为 主 场)来 偏 转 注 入 束 流,而 在 环 型 加 速 器 内 束 流 经 过 的 区 域,磁 场(称 为 漏 场)要 足 够 小,从 而 不 会 对 经 过 该 区 域 的 束 流 产 生 过 大 的 扰 动.

用 于 加 速 器 注 入 引 出 系 统 的 切 割 磁 铁,从 大 的 方 面 可 以 分 为 铁 切 割 磁 铁 和 铜 切 割 磁 铁 两 类. 铁 切 割 磁 铁 又 称 为 Lambertson 磁 铁,是 一 种 直 流 二 极 磁 铁<sup>[1]</sup>,这 种 磁 铁 适 用 于 束 流 的 垂 直 注 入 和 引 出.

铜 切 割 磁 铁 又 称 为 Septum 磁 铁,用 于 束 流 的 水 平 注 入 和 引 出,这 种 磁 铁 又 可 分 为 导 流 型 和 涡 流 型 两 类. 导 流 型 切 割 磁 铁 的 励 磁 线 圈 是 由 切 割 板 和 间 隙 内 的 回 路 导 体 构 成,线 圈 内 通 的 电 流 可 以 是 直 流,也 可 以 是 慢 脉 冲(2—3ms)电 流,还 可 以 是 快 脉 冲(250—500 $\mu$ s)电 流<sup>[2]</sup>. 这 类 磁 铁 的 最 大 优 点 是 主 场 比 较 均 匀,漏 场 比 较 小. 它 的 缺 点 是 切 割 板 内 电 流 密 度 高,功 率 损 耗 大,需 要 复 杂 的 冷 却 系 统,因 此 切 割 板 比 较 厚,结 构 比 较 复 杂.

涡 流 型 切 割 磁 铁 是 近 些 年 来 发 展 起 来 的 一 种 新 型 的 铜 切 割 磁 铁,如 图 1 所 示. 励 磁 线 圈 绕 在 铁 心 背 上,内 通 快 脉 冲(20—100 $\mu$ s)半 正 弦 波 电 流,切 割 板 由 另 外 一 块 单 独 的 铜 板 构 成,其 内 不 直 接 通 励 磁 电 流. 快 速 变 化 的 磁 场 在 切 割 板 内 感 应 出 涡 流,涡 流 产 生 的 磁 场 在 切 割 板 外 侧 与 励 磁 电 流 产 生 的 磁 场 方 向 相 反,从 而 起 到 降 低 漏 场 的 作 用. 由 于 涡 流

型切割磁铁的切割板可以作得很薄,结构也比较简单,因此近年来被广泛地用作高能粒子加速器注入引出的薄切割磁铁<sup>[3-5]</sup>.

本文从理论上总结分析了涡流型切割磁铁的漏场特性,并用 OPERA-2D 程序对涡流型切割磁铁的磁场分布和变化进行了模拟计算,得到了一些很有价值的结果,为上海同步辐射装置(SSRF)和其他的高能加速器上用的涡流型切割磁铁的设计提供了重要的理论依据.

## 2 理论分析

为简化问题,求出近似的解析解,需要作以下假设:

- (1) 切割板在  $y$  方向和  $z$  方向的尺寸远大于  $x$  方向的尺寸;
- (2) 切割板左侧空间的磁场均匀分布且等于间隙主场,即  $\mathbf{B} = B_0(t)\mathbf{y}$ .

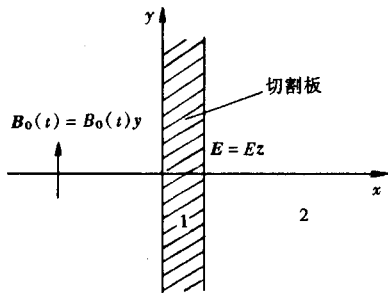


图2 涡流型切割磁铁一维模型

这样就可以认为场量不随  $y, z$  变化,只是  $x, t$  的函数,并且  $\mathbf{B}$  只有  $y$  分量,  $\mathbf{E}, \mathbf{j}$  只有  $z$  分量,即  $\mathbf{B} = B(x, t)\mathbf{y}, \mathbf{E} = E(x, t)\mathbf{z}, \mathbf{j} = j(x, t)\mathbf{z}$ . 涡流型切割磁铁的三维问题就可以简化为如图 2 所示的一维问题,Maxwell 方程可以简化为

$$\partial(B/\mu)/\partial x = j + \partial(\epsilon E)/\partial t, \quad (1)$$

$$\partial E/\partial x = -\partial B/\partial t, \quad (2)$$

欧姆定理为  $\sigma E = j, \quad (3)$

对于线性均匀介质,  $\sigma, \mu, \epsilon$  为常数,则

$$\partial B/\partial x = \mu\sigma E + \epsilon\mu\partial E/\partial t, \quad (4)$$

$$\partial E/\partial x = -\partial B/\partial t, \quad (5)$$

由(4),(5)式可得

$$\partial^2 B/\partial x^2 - \epsilon\mu\partial^2 B/\partial t^2 - \sigma\mu\partial B/\partial t = 0. \quad (6)$$

在我们考虑的问题中,铜切割板为良导体,脉冲频率大约为 8000Hz,因此在区域 1 内,涡流( $j = \sigma E$ )远大于位移电流( $j_D = \partial E/\partial t$ ),略去位移电流项,方程(6)变为扩散方程

$$\partial^2 B/\partial x^2 - \sigma\mu_0\partial B/\partial t = 0 \quad (\mu \approx \mu_0), \quad (7)$$

在区域 2 中,  $\sigma = 0, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0$ , 方程(6)变为波动方程

$$\partial^2 B/\partial x^2 - \partial^2 B/c^2\partial t^2 = 0, \quad (8)$$

方程(7),(8)经拉普拉斯变换后为

$$\partial^2 B/\partial x^2 - \sigma\mu_0 sB = 0, \quad (9)$$

$$\partial^2 B/\partial x^2 - s^2 B/c^2 = 0, \quad (10)$$

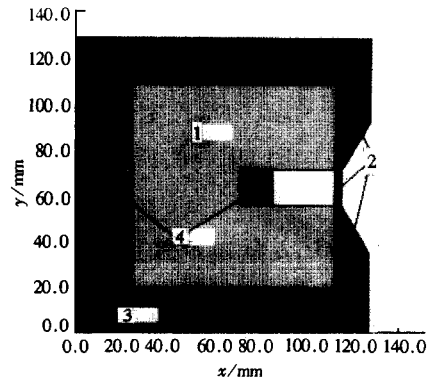


图1 涡流型切割磁铁示意图

1 铁心;2 切割板;3 屏蔽箱;4 线圈.

解方程(9),(10)可得

$$B_1(x, s) = R_1 e^{x\sqrt{\sigma\mu_0 s}} + T_1 e^{-x\sqrt{\sigma\mu_0 s}}, \quad (11)$$

$$B_2(x, s) = R_2 e^{sx/c} + T_2 e^{-sx/c}, \quad (12)$$

其中  $s \equiv \omega_r + j\omega$ , 为拉氏变量,  $R_1, R_2, T_1, T_2$  为待定常数, 由边界条件确定.

当  $x \rightarrow \infty$  时,  $B_2 \rightarrow 0$ , 所以

$$R_2 = 0. \quad (13)$$

在  $x=0, d$  的边界面上, 磁场切向分量连续, 则

$$R_1 + T_1 = B_0(s), \quad (14)$$

$$R_1 e^{d\sqrt{\sigma\mu_0 s}} + T_1 e^{-d\sqrt{\sigma\mu_0 s}} = T_2 e^{-sd/c}, \quad (15)$$

因为  $\partial B_2 / \partial x = \epsilon_0 \mu_0 \partial E_2 / \partial t$ , 经拉氏变换后为  $E_2 = \frac{c^2}{s} \partial B_2 / \partial x$ .

又因为  $\partial B_1 / \partial x = \mu_0 j = \mu_0 \sigma E_1$ , 所以  $E_1 = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_1}{\partial x}$ .

在  $x=d$  的边界面上, 电场切向分量连续,  $E_1(d, s) = E_2(d, s)$ , 则

$$s\delta(R_1 e^{d/\delta} - T_1 e^{-d/\delta}) = -cT_2 e^{-d/\lambda}, \quad (16)$$

其中  $\delta \equiv \frac{1}{\sqrt{\sigma\mu_0 s}}$ ,  $\lambda \equiv c/s$ . 由式(13),(14),(15),(16), 并略去  $(\delta/\lambda)^2$  项, 可得

$$R_1 = \frac{B_0}{\frac{(\delta/\lambda + 1)e^{2d/\delta}}{(\delta/\lambda - 1)} + 1}, \quad T_1 = \frac{B_0}{\frac{(\delta/\lambda - 1)e^{-2d/\delta}}{(\delta/\lambda + 1)} + 1},$$

$$R_2 = 0, \quad T_2 = \frac{\delta}{\lambda} \frac{B_0}{\text{sh}(d/\delta)}.$$

将以上常数代入(11),(12)式, 化简并略去  $(\delta/\lambda)^2$  后可得

$$B_1(x, s) = B_0(s) \frac{\text{sh}\left(\frac{d-x}{\delta}\right)}{\text{sh}(d/\delta)} + \frac{\delta}{\lambda} B_0(s) \frac{\text{sh}\left(\frac{2d-x}{\delta}\right)}{\text{sh}^2(d/\delta)}, \quad (17)$$

$$B_2(x, s) = \frac{\delta}{\lambda} B_0(s) \frac{e^{((d-x)/\lambda)}}{\text{sh}(d/\delta)} \approx B(d/s) e^{(-\frac{x-d}{\lambda})}, \quad (18)$$

$$B(d, s) = B_1(d, s) = B_2(d, s) = \frac{\delta}{\lambda} \frac{B_0(s)}{\text{sh}(d/\delta)} \approx \frac{2\delta}{\lambda} B_0(s) e^{(-d/\delta)}, \quad (19)$$

在以上推导过程中假设了  $e^{d/\delta} \gg e^{-d/\delta}$ .

对于我们研究的具体的切割磁铁, 主场存在的间隙高度只有 15mm, 并不是远大于切割板在  $x$  方向的尺寸, 因此切割板右侧的漏场  $B_2$  将比由式(18)计算的磁场衰减快得多. 假设  $B_2$  在某处  $L_c$  已衰减的很小, 几乎为零, 则由文献[6]可知  $L_c$  大约等于磁铁间隙高度  $h$ . 如果  $B_2$  按指数衰减的特征长度为  $\lambda_c$ , 则可取  $L_c \approx (3-5)\lambda_c$ , 用  $\lambda_c$  代替公式(17), (18), (19)式中的衰减长度  $\lambda$ , 可得

$$B_1(x, s) = B_0(s) \frac{\text{sh}\left(\frac{d-x}{\delta}\right)}{\text{sh}(d/\delta)} + \frac{\delta}{\lambda_c} B_0(s) \frac{\text{sh}\left(\frac{2d-x}{\delta}\right)}{\text{sh}^2(d/\delta)}, \quad (20)$$

$$B_2(x, s) = \frac{\delta}{\lambda_c} B_0(s) \frac{e^{((d-x)/\lambda_c)}}{\text{sh}(d/\delta)} \approx B(d/s) e^{(-\frac{x-d}{\lambda_c})}, \quad (21)$$

$$B(d, s) = B_1(d, s) = B_2(d, s) = \frac{\delta}{\lambda_c} \frac{B_0(s)}{\text{sh}(d/\delta)} \approx \frac{2\delta}{\lambda_c} B_0(s) e^{(-d/\delta)}. \quad (22)$$

假设  $B_0(t)$  是一  $\delta$  函数脉冲, 即  $B_0(t) = b_0 \delta(t)$ , 则  $B_0(s) = b_0$ , 代入(22)式可得

$$B(d, s) = \frac{2\delta}{\lambda_c} b_0 e^{(-d/\delta)} = \frac{2b_0}{\lambda_c \sqrt{\sigma\mu_0 s}} e^{-d\sqrt{\sigma\mu_0 s}},$$

上式经拉氏反变换后可得

$$B(d, t) = \frac{2b_0}{\lambda_c \sqrt{\pi\sigma\mu_0 t}} e^{(-\frac{d^2\sigma\mu_0}{4t})}, \quad (23)$$

令  $\partial B(d, t)/\partial t = 0$ , 可得

$$t_m = \frac{1}{2} d^2 \sigma \mu_0, \quad (24)$$

$$B_m(d) = \frac{2\sqrt{2}b_0 e^{-1/2}}{\sqrt{\pi\lambda_c d\sigma\mu_0}}, \quad (25)$$

如果用宽度为  $T_0$ , 幅度为  $B_0$  的窄矩形波脉冲近似  $b_0 \delta(t)$  函数, 则  $b_0 = B_0 T_0$

$$B_m(d)/B_0 = \frac{2\sqrt{2}T_0}{\sqrt{\pi\lambda_c d\sigma\mu_0}}. \quad (26)$$

### 3 数值估算与讨论

上海同步辐射装置(SSRF)注入引出用的三块薄切割磁铁的设计参数如下表所示,

表1 上海同步辐射装置注入引出用薄切割磁铁的设计参数

	增强器注入	增强器引出	储存环注入
能量(GeV)	0.3	3.5	3.5
磁铁长度(m)	0.6	0.6	0.6
主场峰值(T)	0.2937	0.1433	0.6000
重复频率(Hz)	1	1	1
磁铁孔径 HXV(mm <sup>2</sup> )	30×24	26×15	26×15
切割板厚度(mm)	4	3	2
主场均匀性	1%	1%	1%
漏场最大值(5mm)	0.3%	0.3%	0.2%
电流脉冲波型	半正弦波	半正弦波	半正弦波
脉冲宽度( $\mu$ s)	60	60	60

铜的电导率和磁导率分别为  $\sigma = 5.8 \times 10^7$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  间隙高度若为 15mm, 则  $L_c = 15\text{mm}$ ,  $\lambda_c = 5\text{mm}$  (取  $L_c = 3\lambda_c$ ).

如果用  $60\mu\text{s}$  底宽的矩形波脉冲替代上表中的  $60\mu\text{s}$  底宽的半正弦波脉冲, 并取切割

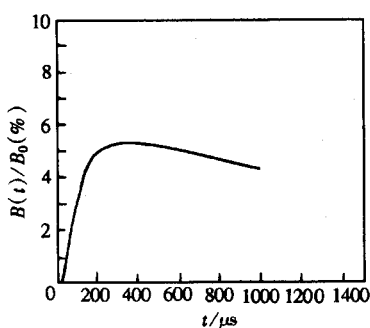


图 3 漏场随时间的变化曲线

$T_0 = 60\mu\text{s}$ ,  $d = 3\text{mm}$ ,  $\lambda_c = 5\text{mm}$ .

板厚度  $d = 3\text{mm}$ , 由 (23) 式可以画出漏场随时间的变化曲线, 如图 3 所示.

由图 3 可以看出, 漏场最大值相对于主场峰值有一定的延迟, 延迟时间由式 (24) 确定, 即

$$t_d = t_m = \frac{1}{2} d^2 \sigma \mu_0,$$

漏场的这种延迟对 SSRF 增强器的引出很有利<sup>1)</sup>.

由 (26) 式可估算得

当  $d = 2\text{mm}$  时,  $B(d)/B_0 = 7.97\%$

$d = 3\text{mm}$  时,  $B(d)/B_0 = 5.31\%$

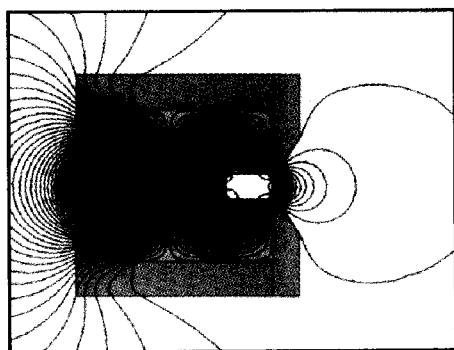
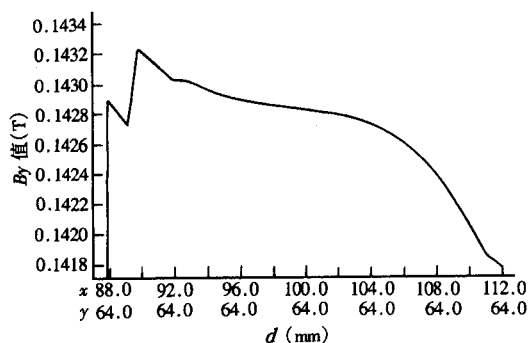
$d = 4\text{mm}$  时,  $B(d)/B_0 = 3.98\%$

式 (26) 表明漏场的最大值随着切割板厚度的增大按反比规律衰减, 而不是按指数规律衰减.

## 4 OPERA - 2D 程序模拟计算结果

OPERA 程序是国际上知名的电磁场计算软件之一, 它可以直接用来计算瞬态电磁场. 下面是以 SSRF 增强器引出切割磁铁为例, 用 OPERA - 2D 程序模拟计算的一些重要结果.

图 4 是距离切割板 5mm 处的漏场最大时的磁力线分布, 由于此时涡流产生的磁场变化已经很缓慢, 屏蔽罩和切割板的屏蔽效果大为降低, 有很大一部分磁力线已漏到磁铁屏蔽罩以外; 图 5 是间隙内主场的分布曲线, 由图可知, 主场的均匀度为  $\Delta B/B_0 = 0.98\%$ , 小于 SSRF 对切割磁铁 1% 的要求.

图 4 漏场最大时 (240 $\mu\text{s}$ ) 的磁力线分布图 5 间隙主场最大时 (30 $\mu\text{s}$ ) 的均匀性分布

场强单位: T, 坐标单位: mm.

漏场随时间的变化如图 6 所示, 刚开始漏场变化很快, 达到最大后开始缓慢衰减, 与

1) 康文, 上海同步辐射装置内部报告 IE/Septum/99 - 12(1999)

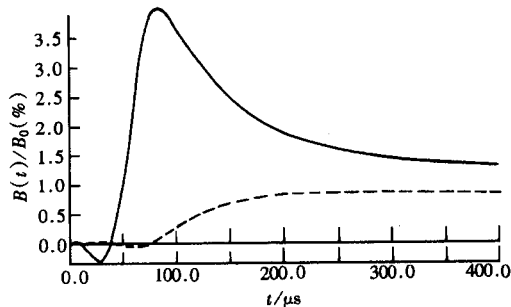


图6 漏场随时间的变化

——切割板处的漏场,  
--- 距离切割板 5mm 处的漏场.

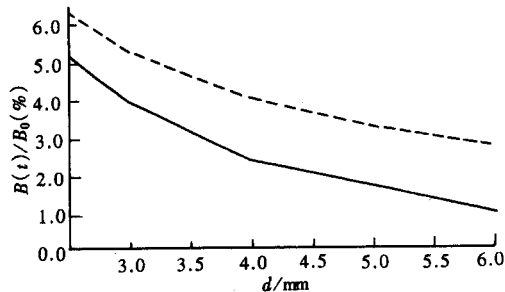


图7 漏场随切割板厚度的变化

--- 理论计算结果,  
——计算机模拟结果.

图3所示的理论分析结果相比,在变化趋势上基本一致;图7是切割板表面处的漏场最大值随切割板厚度的变化曲线,计算机模拟与理论分析结果在变化趋势上也基本一致,都按反比规律衰减,数值上的差异来自理论分析过程中的近似.

为了使漏场达到最大后迅速衰减,可以用全正弦波脉冲电流代替半正弦波脉冲电流来励磁,OPERA程序模拟的结果表明,漏场达到最大后衰减迅速,同时漏场最大值也有所减小,但还不能满足SSRF对切割磁铁漏场大小的要求.为进一步降低漏场,可以在铜切割板外侧加上一薄层铁屏蔽板,用OPERA程序模拟的结果表明,铁屏蔽板对漏场的屏蔽效果是很明显的,漏出铜切割板的磁力线几乎都集中到铁板内,这种方法可以将漏场最大值减小为无屏蔽时的百分之一.

## 5 结论

- (1) 理论分析和计算机模拟的结果在变化趋势上基本一致,数值上的差异来源于理论分析过程中的近似;
- (2) 漏场的最大值随切割板厚度的增大近似按反比规律减小,而不是指数规律衰减;
- (3) 漏场的最大值相对于主场的峰值在时间上有一定的延迟,延迟时间与切割板厚度的平方成正比;
- (4) 漏场随时间的变化刚开始时很快,达到最大值后开始缓慢衰减,衰减时间很长,大约在毫秒量级.为使漏场迅速衰减,可以采用全正弦波脉冲电流励磁;
- (5) 计算机模拟的结果表明,复合切割板(即铜板外侧加一层薄铁板)可以将任何时刻、任何位置的漏场降低到0.2%以下;
- (6) 计算机模拟的结果也表明,主场的均匀度好于1%.

## 参考文献(References)

- 1 Reimers R, Peterson J, Avery R et al. IEEE Trans. Nuclear Science, 1997, NS-26(3):4027—4029
- 2 Lopez F, Mills F, Milton S et al. The APS Thin Pulsed Septum Magnets 1994, Proc. 4th EPAC: 2406—2408
- 3 Rohner F. Magnetic Calculation on the Eddy Current Septum Magnet for the ESRF. 1990, ESRF Internal Note AT/

MA/90—08

- 4 Kumagai K, Matsui S. IEEE Trans. Magn. 1994, **30**(4):2134—2137
- 5 Fabris R, Favari A, Tommasini D. A High Current Passive Septum Magnet for Elettra. 1992, Proc. 2nd EPAC: 1460—1462
- 6 Kang B K, Milburn J E. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res., 1997, **A385**:6—12

## Theoretical Analysis and Computer Simulation of Eddy-Current Septum Magnets

KANG Wen<sup>1</sup> DING Xiao-Ping<sup>1,2</sup> HAN Qian<sup>1</sup> PANG Jia-Biao<sup>1</sup> CHEN Sen-Yu<sup>1</sup>

1(*Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100039, China*)

2(*Institute for Heavy Ion Physics Research, Peking University, Beijing 100871, China*)

**Abstract** The stray field of eddy current septum magnets is analyzed theoretically and also simulated by a computer program. The results from theoretical analysis agree well with those simulated from OPERA program. The maximum of stray field varies inversely with the thickness of septum. It delays some time with respect to the maximum of main field, and the delay time is proportional to square of the thickness of the septum. After stray field increases to its maximum, it starts to decrease very slowly to zero. To reduce stray field fast, one can adopt full sine wave pulse current to power the magnet, The stray field can be reduced to 0.2% at any position and any time by using composite septum (2.4mm Cu + 0.6mm Fe). The homogeneity of the main field is superior to 1%.

**Key words** high energy particle accelerator, eddy-current septum magnet, stray field