

多束团不稳定性的模拟研究

王兰法¹⁾ 张 闯 王书鸿 国智元

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

林郁正 童德春

(清华大学工程物理系 北京 100084)

摘要 利用模拟的方法研究了多束团不稳定性. SCBI程序(SIMULATION OF COUPLED-BUNCH INSTABILITIES)是一个用来模拟研究储存环上高频腔、真空盒内壁及其它腔形结构元件的长程尾场和中程尾场激发的多束团不稳定性的综合程序. 在束团均匀分布情形下,比较了SCBI程序与ZAP程序的结果,两者非常一致. 同时,利用SCBI程序对北京正负电子对撞机(BEPC)多束团改进方案(BEPCII)的多束团不稳定性进行了详细的研究.

关键词 耦合束不稳定性 尾场 不稳定性模式 横向不稳定性 纵向不稳定性

1 引言

为了避免单束团不稳定性,储存环都采用多束团运行方式来提高总流强. SCBI程序用模拟的方法来研究储存环上腔形结构元件的长程、中程尾场激发的纵向和横向多束团不稳定性. 高频腔和真空管道是激发耦合束不稳定性的主要部件. 高频腔零极模和二极模激发的尾场分别对粒子的纵向和横向运动起主要作用,真空管道则主要对横向运动起主要作用. 高频腔对束流的影响在高频段,而真空管道的影响则集中在低频段. 许多文章都对多束团不稳定性进行了详细的解析研究^[2-4],可是这些解析研究多是针对沿环束团对称分布的情形,模拟分析则是研究非对称分布情形时多束团不稳定性的一个很好的方法. SCBI不但可以研究束团沿环非对称分布情形的多束团不稳定性,还可以研究多种不稳定性的综合效果. 当束团沿储存环均匀分布时,SCBI所得结果与理论值符合得很好.

1998-01-04收稿

1) 现清华大学工程物理系博士后

2 SCBI 程序

在多束团运行的环形加速器上,单个束团用一个宏粒子表示,每个束团中的粒子数目可以各不相同,束团的分布也可不均匀.束团沿环依次通过各个元件,包括高频腔、磁铁(二极铁、四极铁、六极铁等),其中,高频腔及非线性元件总数不超过二百个.

2.1 束团相空间坐标的初始化

束团在横向相空间的运动用 x, x', y, y' 表示,在纵向相空间的运动用 ε, z 描述.程序中各个束团的初始坐标由一随机数生成器产生,以便研究一般情形下的运动特征.研究表明:不同的初始状态,束团运动的细节是不同的,特别是在初始一段时间,但是当运动时间足够长时,整个束流的运动特点是不变的.图 1 是四个束团的水平位置的改变随跟踪圈数的变化,在初始一段时间每个束团的运动特点各不相同,有的振荡幅度增加,有的振荡幅度减小,经过一段时间后,每个束团的运动特点就逐渐趋于一致,并以不稳定的模式趋于不稳定.

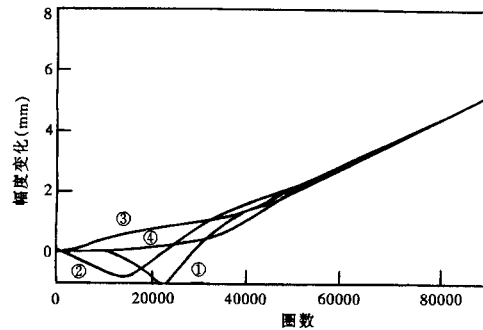


图1 束团横向幅度改变随圈数的变化

2.2 束团通过尾场源

束团通过尾场源(高频腔或其它元件)时,在横向受到尾场的作用而偏转,其中第 i 个束团第 n 圈在第 j 个尾场源处受到的偏转为:

$$\Delta y'(i, n, j) = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^M \Delta y'_{imkj}, \quad (1)$$

$$\Delta y'_{imkj} = \frac{eN_m}{E_0} y(m, k, j) W_{\perp j}(S_{imkj}), \quad (2)$$

其中, M 为束团数目, N_m 为第 m 个束团中的粒子数目, S_{imkj} 为第 i 个束团第 k 次通过尾场源 j 时与第 m 个束团之间的距离, $W_{\perp j}$ 为元件 j 的横向尾场.譬如,高频腔 j 中的二极模对应的尾场为

$$W_{\perp j}(s) = \sum_{\lambda=1}^{N_{\lambda j}} \frac{R_{\lambda j} \omega_{\lambda j}}{Q_{\lambda j} \sqrt{1 - 1/4Q_{\lambda j}^2}} \exp(-\omega_{\lambda j} s / 2cQ_{\lambda j}) \sin\left(\frac{\omega_{\lambda j} \sqrt{1 - 1/4Q_{\lambda j}^2} s}{c}\right), \quad (3)$$

这里, $N_{\lambda j}$ 为高频腔 j 中二极模的数目, $\omega_{\lambda j}$, $R_{\lambda j}$, $Q_{\lambda j}$ 分别为腔 j 中第 λ 个二极模的频率、阻抗和品质因数.

同时,束团从纵向尾场中获得能量

$$\Delta V_{\text{wake}}(i, n, j) = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^M e N_m W_{ij}(S_{imk}), \quad (4)$$

这里, W_{ij} 为元件 j 的纵向尾场. 譬如, 高频腔 j 中的零极模对应的尾场为

$$W_{ij}(s) = - \sum_{\lambda=1}^{N_{\lambda j}} \frac{\omega_{\lambda j} R_{\lambda j}}{Q_{\lambda j}} \exp(-\omega_{\lambda j} s / 2cQ_{\lambda j}) \cos\left(\frac{\omega_{\lambda j} \sqrt{1 - 1/4Q_{\lambda j}^2} s}{c}\right), \quad (5)$$

这里, $N_{\lambda j}$ 为高频腔 j 中零极模的数目, $\omega_{\lambda j}$, $R_{\lambda j}$, $Q_{\lambda j}$ 分别为腔 j 中第 λ 个零极模的频率、阻抗和品质因数.

此外, 在高频腔中, 束团还得到加速场的加速 $\Delta V = V_{\pi}^j \sin[(\varphi_s)_j + (\omega_{\pi})_j \tau_j]$, 其中 V_{π}^j 、 $(\omega_{\pi})_j$ 和 $(\varphi_s)_j$ 分别为高频腔 j 的电压幅度、频率和同步相位, τ_j 是束团在腔 j 处时与同步粒子的时间偏移.

尾场还可以由数值模拟程序得到. 如果高阶模尾场由高阶模的参数得到, 考虑到尾场随束长 σ_z 的变化, 需要引入因子 $\exp(-\omega^2 \sigma_z^2)$.

2.3 束团通过磁铁元件

束团通过磁铁元件时, 相空间坐标按传输特性传递. 对电子束应考虑同步辐射阻尼和量子激发. 为了提高精度, 动量压缩因子精确到二阶:

$$\Delta t = \frac{\alpha_1}{E} \int_0^t \varepsilon dt + \frac{\alpha_2}{E} \int_0^t \varepsilon^2 dt. \quad (6)$$

此外, 程序还考虑了由于横向阻抗作用引起横向振荡频率随流强的变化.

由振荡幅度随时间的变化就可以得到不稳定性的增长时间. 假设在 Δt 时间内束团的振荡幅度由 x_0 变化为 x_c , 则增长时间为

$$\tau = - \frac{\Delta t}{\ln x_c - \ln x_0}. \quad (7)$$

3 Robinson 不稳定性

假设某一零极高次模的共振频率接近于 $h\omega_0$, h 为某一整数, ω_0 为束团的回旋频率, 则纵向不稳定性增长率为^[5]:

$$\tau^{-1} \approx \frac{Nr_0 \alpha h \omega_0}{2\gamma T_0^2 \omega_s} [\text{Re}Z_T(h\omega_0 + \omega_s) - \text{Re}Z_T(h\omega_0 - \omega_s)], \quad (8)$$

式中 r_0 为电子的经典半径, γ 为相对论能量, ω_s 为同步振荡频率. 由上式可得出: 在临界能以上, 当纵向高次模的共振频率在回旋频率的整数倍以上时, 纵向运动是反阻尼的; 当纵向高次模的共振频率在回旋频率的整数倍以下时, 纵向运动是阻尼的; 当纵向高次模的共

振频率等于回旋频率的整数倍时,没有不稳定性. 在临界能以下,有相反的结论. 图 2(a) 是跟踪结果给出的纵向 Robinson 不稳定性(临界能以上).

当某一横向高次模的共振频率接近于 $h\omega_0$, 则横向不稳定性增长率为^[5]

$$\tau^{-1} \approx -\frac{Nr_0c}{2\gamma T_0^2\omega_\beta} [\text{Re}Z_\perp(h\omega_0 + q\omega_0) - \text{Re}Z_\perp(h\omega_0 - q\omega_0)], \quad (9)$$

上式中 q 为横向振荡频率的小数部分, 且 $-0.5 < q < 0.5$. 由上式可得出: 在临界能以

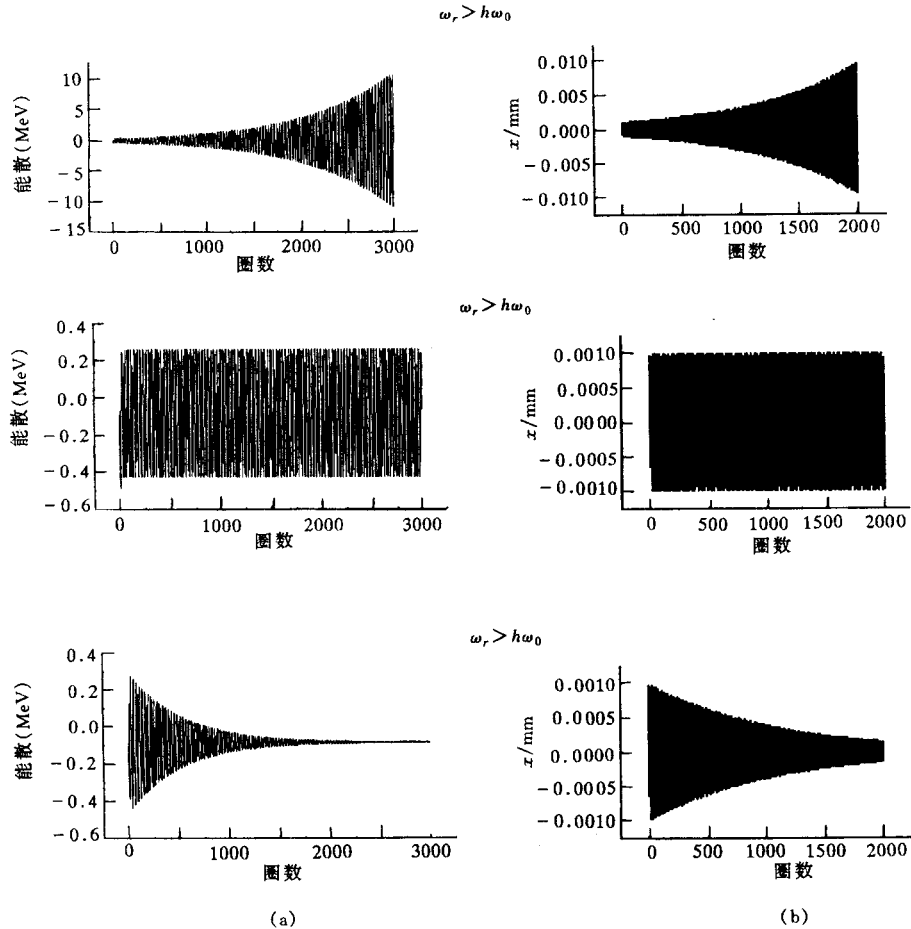


图2 Robinson不稳定性

(a) 纵向; (b) 横向($q < 0$).

上, 当 $q < 0$ 时, 且横向高次模的共振频率在回旋频率的整数倍以上时, 横向运动是反阻尼的; 当横向高次模的共振频率在回旋频率的整数倍以下时, 横向运动是阻尼的; 当横向高次模的共振频率等于回旋频率的整数倍时, 没有不稳定性. 图 2(b) 是跟踪结果给出的横向 Robinson 不稳定性, 图中 $q < 0$.

4 均匀分布情形与 ZAP 程序的比较

多束团的振荡模式可用两个模数来表示. 环上有 M 个束团时, 有 M 个相干模式, 它们分别用模数 $m = 0, 1, \dots, M-1$ 来表示. 模式 m 表示相邻束团之间的相移为 $\Delta\phi = 2\pi m / M$. 对应于每个相干模式 m , 还需另一个参数 a 来描述束团在相空间的振荡, 如 $a = 1$ 是二极模, 表示整个束团以一定的频率振荡, $a = 2$ 对应四极模, 表示束团振荡相位头尾反相 \dots . 对于横向振荡有: $a = 0, 1, 2, \dots$, 对纵向振荡有 $a = 0, 1, 2, \dots$.

当 10 个束团均匀分布于环上时, SCBI 所得的结果与 ZAP 程序^[4]的结果非常相近. 机器的主要参数和高次模参数分别见表 1 和表 2, 为了与 ZAP 程序比较, 模拟过程中同步辐射阻尼被关闭. 图 3 是 10 个束团能量振荡的幅度与相位关系, 图中 10 个束团之间的相对

表1 BEPCII主要参数

物理量	符号	单位	数值
能量	E	GeV	2.0
周长	C	m	240.4
束团数目	N		6
动量压缩因子	α_p		3.84×10^{-2}
每圈同步辐射损失	U_0	MeV	0.13577
水平(垂直)同步辐射阻尼时间	τ_x / τ_y	ms	23.624/23.624
纵向同步辐射阻尼时间	τ_z	ms	11.812
单束流强	I_b	mA	25.25
水平自然发射度	ϵ_{x0}	mm · mrad	0.323
水平(垂直)工作点	Q_x / Q_y		5.849/6.753

表2 高次模参数

(a) 零极模

f/MHz	$R/\text{M}\Omega$	Q	f/MHz	$R/\text{M}\Omega$	Q
259.800	9.780×10^{-3}	499	599.000	1.008×10^{-1}	7200
427.120	4.894×10^{-3}	1288	799.000	1.430×10^{-2}	1100
479.200	6.113×10^{-3}	985	984.000	1.572×10^{-1}	26200
513.500	1.811×10^{-3}	168	1006.380	3.477×10^{-2}	7243
669.200	1.389×10^{-3}	817	306.000	6.624×10^{-1}	41400
680.500	6.496×10^{-3}	1015	446.000	1.120×10^{-2}	1400
809.200	4.914×10^{-3}	945	540.000	3.780×10^{-2}	540

(b) 二极模

f/MHz	$R/(\text{M}\Omega/\text{m})$	Q	f/MHz	$R/(\text{M}\Omega/\text{m})$	Q
290.000	3.680×10^{-4}	94	395.000	3.420×10^{-2}	1900
410.990	9.626×10^{-3}	3438	511.000	7.800×10^{-3}	2600
411.590	2.487×10^{-2}	7317	577.000	1.780×10^{-3}	890
583.400	4.460×10^{-4}	171			

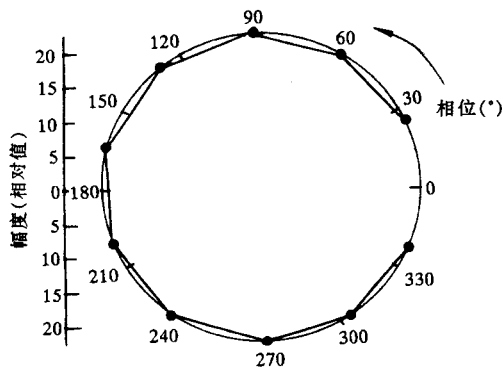


图3 各束团的纵向振荡幅度与相位

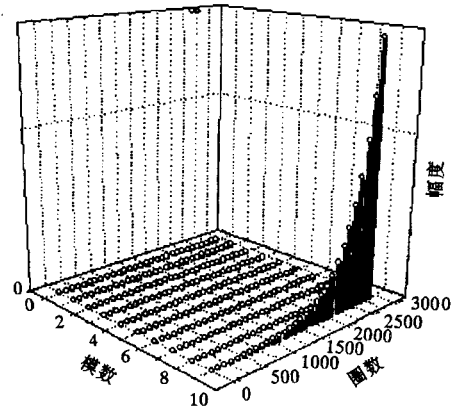


图4 纵向各模式振荡幅度随时间的变化

相位为 324° , 这表明不稳定模数为 $m = 9$. 图 4 给出了每个模式振荡幅度随时间的变化, 由图可清楚地看出只有 $m = 9$ 的模式存在. SCBI 给出 $m = 9$ 的模式的不稳定性增长时间为 0.35ms , 由 ZAP 程序得到的危险模 ($a = 0, m = 9$) 的增长时间为 0.72ms , 两者非常接近.

5 BEPCII^[1]的多束团不稳定性

为了进一步提高 BEPC 的亮度, 多束团对撞将是一个很好的方案. 方案中, 正负电子束各采用 6 个束团, 由于 BEPC 高频腔的谐波数是 160, 因此 6 个束团在环上是不均匀分布的, 6 个束团之间的间隔比依次为 27:27:27:27:26:26. 机器的主要参数及高频腔的参数分别参见表 1 和表 2. 计算中考虑了同步辐射阻尼. 图 5 是 6 个束团的振荡幅度与相位, 图 6 给出了每个不稳定模式振荡幅度随时间的变化, 图 7 是束流振荡频谱. 由以上 3 个图知道, 束流在横向只有一种振荡模式 ($m = 0$), 而在纵向则存在 3 个不稳定模式 ($m = 0, 1, 2$). SCBI 给出的纵向不稳定性增长时间为 0.30ms , 而横向不稳定性被同步辐射阻尼抑制

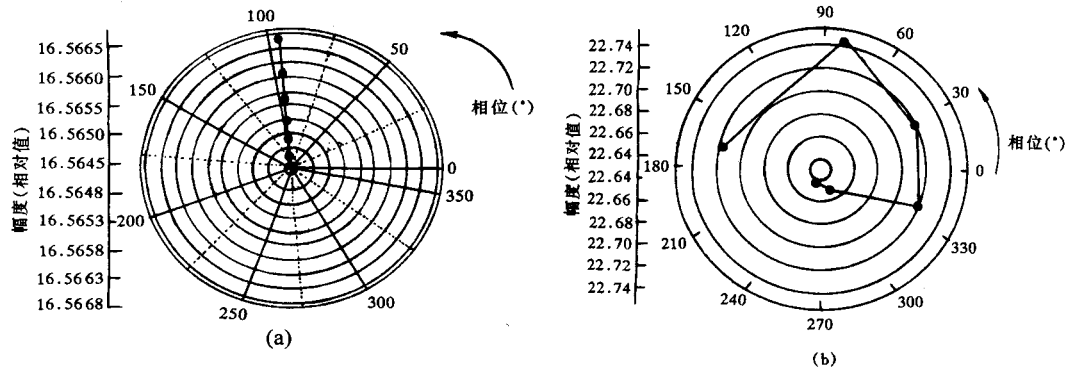


图5 每个束团的振荡幅度与相位

(a) 横向; (b) 纵向.

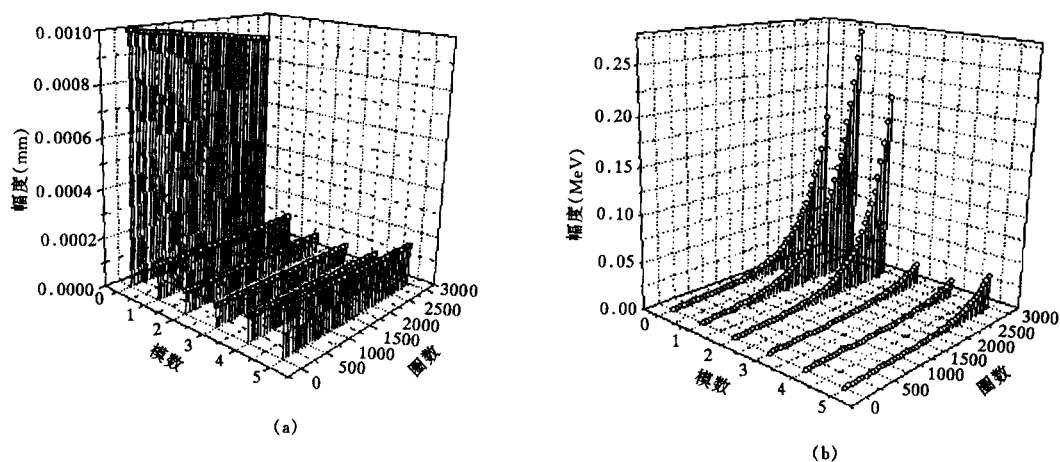


图6 各模式振荡幅度随时间的变化

(a) 横向; (b) 纵向.

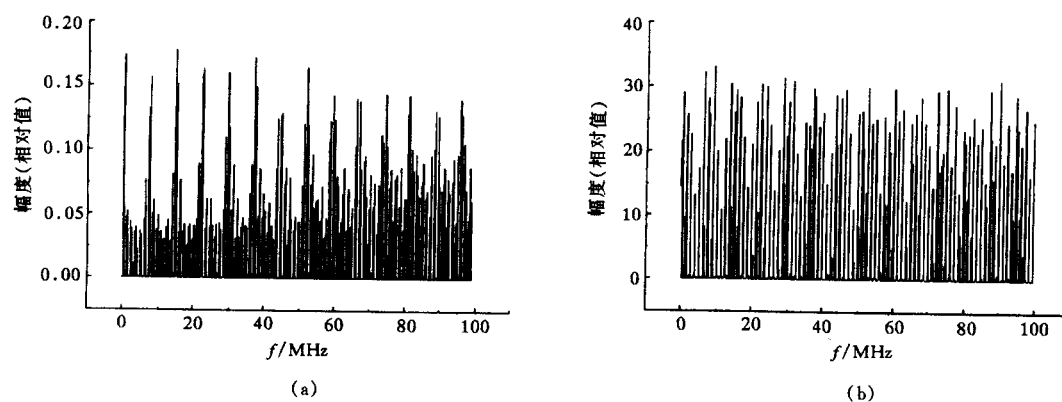
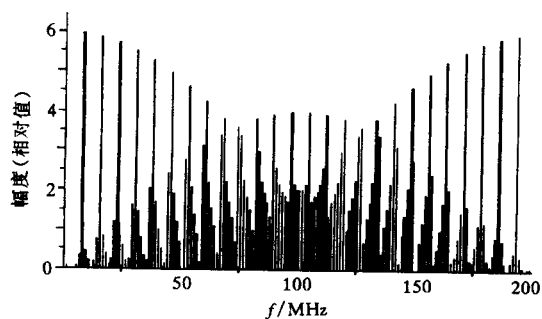


图7 束流振荡频谱

(a) 横向; (b) 纵向.

图8 模式 $m=0$ 的振荡频谱

了,使横向运动表现为阻尼的.当束流中只有 $m=0$ 的不稳定模式时的束流频谱由图 8 给出,比较图 7 的横向频谱和图 8,可看出两图相似,这与以上模式分析的结果是一致的.

6 结论

如上所述, SCBI 程序比较准确地反映了束团与尾场相互作用的动力学过程, 它为研究多束团与尾场相互作用的动力学过程提供了一个有效的手段, 并为高频腔及抑制多束团不稳定性的反馈系统的设计提供了一个有力的工具.

参 考 文 献

- [1] Wang Lanfa. BEPC Multibunch Collision and Coupled Bunch Instabilities, PH. D. thesis, IHEP (王兰法. BEPC 多束团对撞与耦合束不稳定性, 博士论文, 中国科学院高能物理研究所)
- [2] Laclare J L. Bunch Beam Instabilities, Pro. Int. Conf. High-energy Accelerators, Geneva, 1980, 526—539
- [3] Laclare J L. Bunch Beam Coherent Instabilities, CERN 87-03, Vol. 1, 1987, 264—326
- [4] Zisman M S, Chattopadhyay S, Bisognano J. ZAP Code, Lawrence Berkeley Laboratory, 1989
- [5] Chao Alexander Wu. Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators, Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., 1992

Simulation of Coupled Bunch Instability

Wang Lanfa Zhang Chuang Wang Shuhong Guo Zhiyuan

(Institute of High Engineering Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Lin Yuzheng Tong Dechun

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract The beam dynamics of coupled bunch instability is studied using simulation method in this paper. The code SCBI (Simulation of Coupled-Bunch Instabilities) is developed. This code can be used to study the multi-bunch instabilities including the effects of long range and mediate range wake field due to RF HOMs, resistive wall and other cavity shape element along the ring. The simulation results using SCBI are compared with those of ZAP when bunches are symmetrically distributed, showing a good agreement with each other. The code SCBI has been used to study the multi-bunch instability in BEPCII.

Key words coupled bunch instability, wake field, instability mode, tranverse instability, longitudinal instability