

# 原子核的配对壳模型数值计算(II)\*

赵玉民

陈金全

(东南大学物理系 南京 210018)

(南京大学物理系 南京 210008)

1996-01-30 收稿

## 摘 要

在配对壳模型内做  $SD$  子空间截断, 选 BCS 对为  $S$  对,  $D$  对通过  $D^* = [S, Q]$  获得. 通过计算  $Z, N \in [50, 82]$  区域的几个核, 研究了单粒子能量和反常宇称态对于低能集体态的影响.

**关键词** 配对壳模型, 单粒子能量, 反常宇称态.

## 1 引 言

相互作用玻色子模型(IBM)和费米子动力学对称性模型(FDSM)等模型的成功, 使人们相信低激发的集体态中  $SD$  对之间的相互作用贡献是主要的, 所以本文把配对壳模型的空间截断为  $SD$  子空间, 在  $SD$  子空间内进行计算并讨论单粒子能量项和反常宇称态等对低能集体态的贡献. 关于配对壳模型的计算技术及框架的具体描述见文献[1].

本文这样选取  $SD$  子空间, 以质子自由度为例:  $N_\pi$  (价质子对数) = 2,  $|\tau_\pi J_\pi\rangle$  是 5 维, 即  $|\tau_\pi J_\pi\rangle = |r_1 r_2, J_1 J_2\rangle = |00, 00\rangle, |20, 22\rangle, |22, 20\rangle, |22, 22\rangle, |22, 24\rangle$ ; 再如  $N_\pi = 3$ ,  $|\tau_\pi J_\pi\rangle$  是 10 维, 即  $|\tau_\pi J_\pi\rangle = |r_1 r_2 r_3, J_1 J_2 J_3\rangle = |000, 000\rangle, |200, 222\rangle, |220, 200\rangle, |220, 222\rangle, |220, 244\rangle, |222, 220\rangle, |222, 222\rangle, |222, 243\rangle, |222, 244\rangle, |222, 246\rangle$ . 其空间维数完全由  $SD$  对耦合的可能取值确定 ( $N_\pi = 4, 18$  维;  $N_\pi = 5, 30$  维……). 哈密顿量取为

$$\hat{H} = \sum_{j\pi} \varepsilon_{j\pi} \hat{n}_{j\pi} + \sum_{j\nu} \varepsilon_{j\nu} \hat{n}_{j\nu} + g_\pi \hat{S}_\pi^\dagger \hat{S}_\pi + g_\nu \hat{S}_\nu^\dagger \hat{S}_\nu + \kappa \hat{Q}_\pi \cdot \hat{Q}_\nu,$$

其中前两项为单粒子能量项的贡献, 最后一项为中子、质子四极相互作用项, 其具体的形式在文献[1]中已经给出, 本文的计算就是在上述框架内进行的.

## 2 计算结果

选取  $Z$  (质子数)、 $N$  (中子数) 都属于 50—82 大壳内偶—偶核进行数值计算. 原则

\* 国家自然科学基金资助.

上单粒子能量随满壳外价核子数不同填充情况不同而演化(因为平均场改变), 对力和四极力强度也有变化, 但是作为初步近似, 假定这些量在不大的区域内取常数. 质子和中子的单粒子能量分别取系统学外推获得的中子满壳( $N=82$ )、 $Z=51$ 的 $^{133}\text{Sb}$ 核的相应激发谱<sup>[2]</sup>和质子满壳、 $N=81$ 的 $^{131}\text{Sn}$ 核的激发谱的值<sup>[3]</sup>(见表1).

首先采用 FDSM 的对结构, 发现此时的单粒子能量项对于低激发的集体性没有贡献, 其原因是: FDSM (或 favored pair 模型) 的空间截断方式冻结了一部分单粒子角动量, 此时单粒子能量项的贡献是个常数<sup>[4-7]</sup>.

现在确定  $SD$  对的对结构系数. 选 BCS 对作为  $S$  对, 这是给定对力强度和单粒子能量后解 BCS 方程得到的<sup>[8]</sup>.

表1 计算中采用的单粒子能量(MeV)

$j$	质子	中子
$(1/2)^+$	2.990	0.332
$(3/2)^+$	2.690	0.000
$(5/2)^+$	0.963	1.655
$(7/2)^+$	0.000	2.343
$(11/2)^-$	2.760	0.242

$$y(jj0) = \hat{j} \frac{v_j}{u_j}, \tag{1}$$

上式中  $u_j$  和  $v_j$  分别是  $j$  轨道被填充和占有的几率振幅,  $\hat{j} = \sqrt{2j+1}$ .  $D$  对是这样得到的:

$$D^\dagger = [S^\dagger, Q] = \sum_{ab} y(ab2) (C_a^\dagger \times C_b^\dagger)^2, \tag{2}$$

$$y(ab2) = -\frac{1}{2} q(ab2) \left[ \frac{y(aa0)}{\hat{a}} + \frac{y(bb0)}{\hat{b}} \right], \tag{3}$$

$q(ab2)$  是四极算符的对结构系数<sup>[5]</sup>.

我们知道, 费米子动力学对称性模型(FDSM)在这一区域给不出转动谱, 这与实验

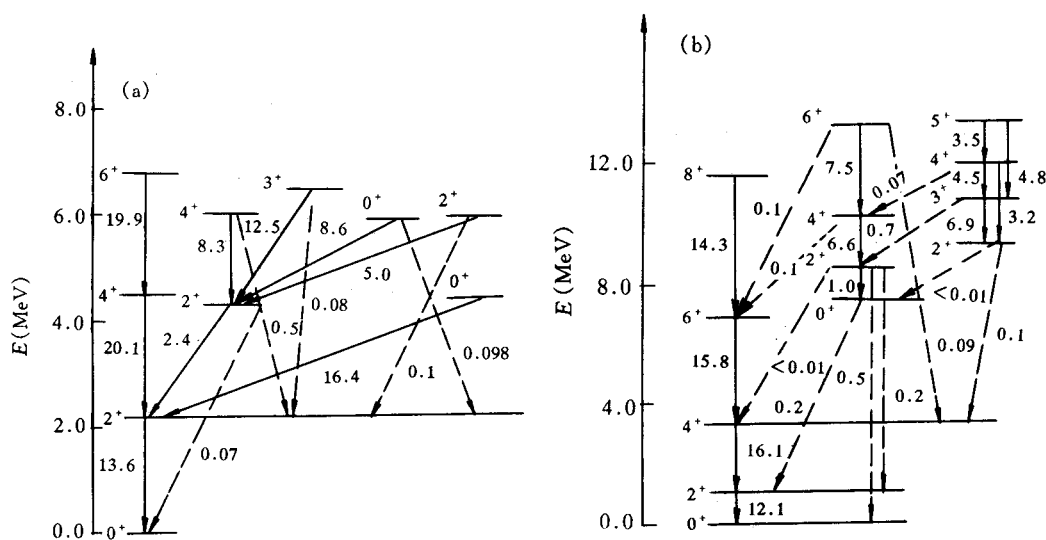


图1  $Z, N \in [50, 82]$  区域  $N_\pi = N_\nu = 3$  的转动谱和振动谱

(a) 振动谱; (b) 转动谱.

事实明显不符. 作为尝试, 通过调节参数在 SDPM 内得到了振动谱和转动谱. 如图 1 所示,  $N_\pi=N_v=3$ , 电磁跃迁可视为相对值, 在  $g_\pi=g_v=0.20$ ,  $\kappa=0.10$  时得到振动谱(图 1(a)),  $\Delta N=2$  的跃迁远小于  $\Delta N=1$  的跃迁; 在  $g_\pi=0.005$ ,  $g_v=0.05$ ,  $\kappa=0.80$  时得到转动谱(图 1(b)), 图中可以很清楚地看出带结构, 同带能级间的电磁跃迁强于不同带能级间的跃迁(计算中采用的单粒子能量和 SD 对结构系数同上).

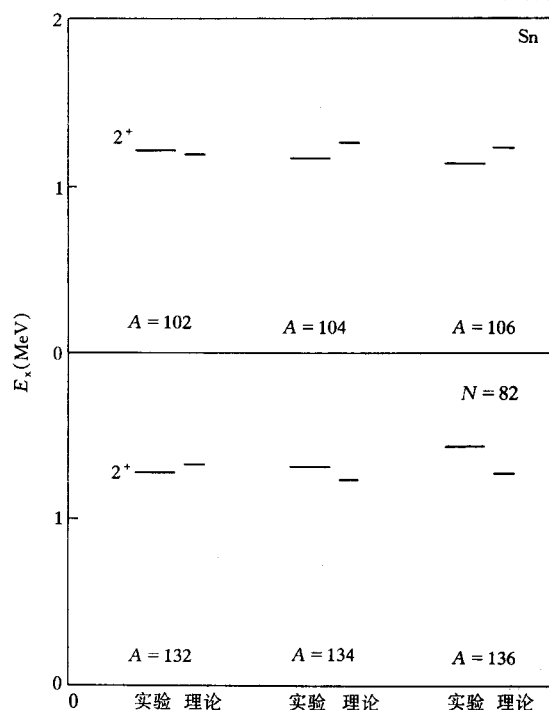


图2 调节  $g_\pi$ 、 $g_v$  拟合单满壳核素的能谱计算结果与实验的比较

核, 通过拟合实验数据得到  $\kappa$  参数(见表 2). 在计算其它核时, 这些参数值是固定的, 计算结果见图 3 中的理论 1 和表 3、4, 表中的  $B(E2)$  指  $B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ . 图 3 和表 3、4 中的理论 2 是为了取得更好拟合结果, 采用理论 1 的单粒子能级和  $g_\pi$ 、 $g_v$ , 在相当大的范围内调节  $\kappa$  后的计算结果, 所用  $\kappa$  的参数值见表 5.

表 4  $B(E2)$  的绝对值

核素	实验	理论 1	理论 2	理论 3
$^{130}_{52}\text{Te}$	$0.295 \pm 0.006$	0.355	0.359	0.368
$^{134}_{52}\text{Xe}$	$0.34 \pm 0.06$	0.336	0.354	0.379
$^{136}_{52}\text{Ba}$	$0.400 \pm 0.005$	0.320	0.323	0.323

表 5 不同核使用的  $\kappa$  值

核素	$^{130}\text{Te}$	$^{128}\text{Te}$	$^{134}\text{Xe}$	$^{132}\text{Xe}$	$^{130}\text{Xe}$	$^{136}\text{Ba}$	$^{134}\text{Ba}$	$^{132}\text{Ba}$
$\kappa$	0.10	0.10	0.13	0.14	0.14	0.10	0.20	0.18

表 2 理论 1 对应的哈密顿量参数及有效电荷值

$g_\pi$	$g_v$	$\kappa$	$e_\pi$	$e_v$
0.092	0.061	0.090	1.80	1.40

表 3  $B(E2)$  的相对值

核素	实验	理论 1	理论 2	理论 3
$^{130}_{52}\text{Te}$	1.000	1.000	1.000	1.000
$^{128}_{52}\text{Te}$	1.298	1.299	1.222	1.243
$^{134}_{52}\text{Xe}$	1.000	1.000	1.000	1.000
$^{132}_{52}\text{Xe}$	1.353	1.345	1.375	1.359
$^{130}_{52}\text{Xe}$	1.912	1.622	1.617	1.658
$^{136}_{52}\text{Ba}$	1.000	1.000	1.000	1.000
$^{134}_{52}\text{Ba}$	1.700	1.354	1.557	1.656
$^{132}_{52}\text{Ba}$	2.150	2.677	2.937	2.063

计算参数是这样给出的: 对力强度  $g_\pi$ 、 $g_v$  是通过计算单满壳的偶偶核调节参数获得的(见图 2), 在此基础上计算  $N_\pi=N_v=1$  的  $^{132}_{52}\text{Te}$

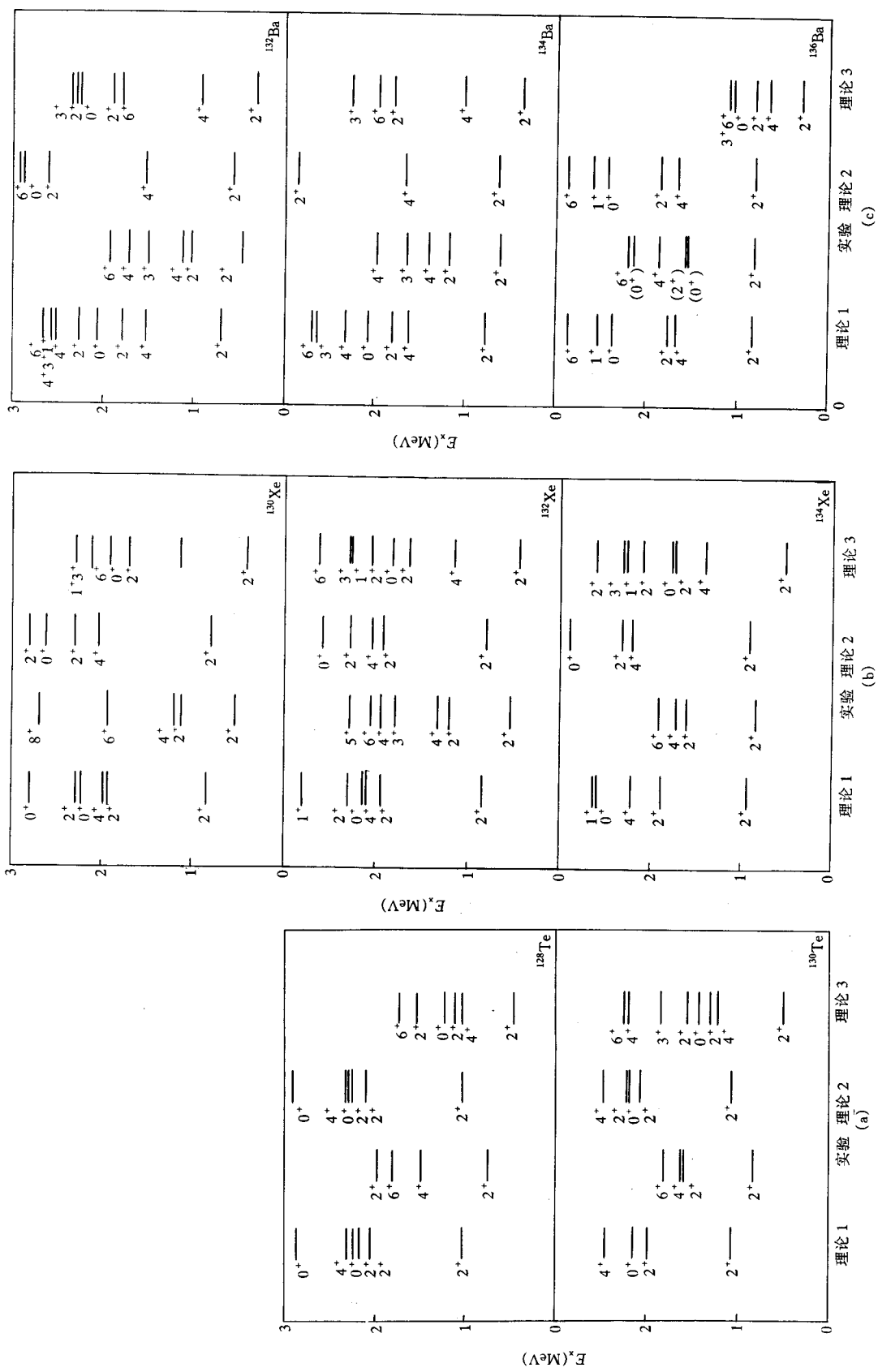


图 3 Z, N ∈ [50, 82] 区域部分原子核的能谱计算结果与实验值的比较

### 3 讨论和总结

为了考察单粒子能量项的贡献, 采用理论 1 的参数, 人为地去掉单粒子能量项后, 计算结果见图 3 中理论 3. 从中可以看到, 单粒子能量项的贡献非常明显, 即去掉单粒子能量项后, 集体性大大增强. 目前我们所有的计算都表明: 单粒子能量劈裂削弱集体性, 主要表现是任意选取两个单粒子能级, 若人为地扩大两者能隙, 则低激发态的能量上升,  $B(E2)$  下降.

我们还尝试在单粒子能级中去掉反常宇称态即  $\left(\frac{11}{2}\right)^-$ . 以  $^{136}\text{Ba}$  和  $^{134}\text{Xe}$  为例. 采用

表 6 去掉反常宇称态前后计算结果(MeV)的比较

核素	$^{136}\text{Ba}$		$^{134}\text{Xe}$	
	包含	去掉	包含	去掉
$E_{2_1^+}$	0.812	0.688	0.915	0.794
$E_{4_1^+}$	1.669	1.492	2.313	2.136
$E_{2_2^+}$	1.856	1.783	2.321	2.292
$E_{1_1^-}$	2.587	2.423	2.903	2.694
$E_{0_2^+}$	2.427	2.351	2.889	2.706
$E_{3_1^-}$	2.926	2.740	3.341	3.226
$E_{4_2^+}$	2.989	2.817	3.656	3.552
$E_{2_3^+}$	3.133	3.055	3.381	3.364
$B(E2)$	0.323	0.337	0.354	0.368

与表 1 同样的参数计算, 包含和去掉反常宇称态的结果的比较见表 6. 从中不难看到, 反常宇称态去掉后, 集体性系统地增强(激发能系统地下降,  $B(E2)$  增加), 但其差别较小, 仅在 10% 左右. 这一方面定量地支持 FDSM 忽略反常宇称态影响的假定, 另一方面也首次定量估计了这几个核素低激发态中反常宇称态的贡献.

上面计算结果存在的问题是, 能谱计算值随着  $N_\pi N_\nu$  增大时下降的速度比实验结果要“慢”一些, 这与系统学结果<sup>[9-11]</sup>有差异, 我们认为存在下面的原因.

(1) 单粒子能量取得太简单. 原则上可以对每个核素从头作 HF 计算以得到单粒子能量数值. 文献[12]认为, 由于 HF 计算采用的核力目前并不完全清楚, 特别是原子核的结合能 HF 计算结果和实验值相差较大, 这样给出的单粒子能量可靠性有待分析. 为简单起见, 也可以直接从 Koopmans 定理出发, 利用相关的原子核结合能实验数据获取单粒子能量, 但这样给出的单粒子能量在一个壳层内是个常数, 它无法反映单粒子能量的组态相关性. 目前沿着这两个途径的进一步改进还在进行中.

(2) 哈密顿量太简化(本计算中同类核子相互作用只计算了单极对力). 与此相关, 潘兴旺采用 SDI(表面  $\delta$  相互作用), 理论计算与实验数据的吻合比这里好一些<sup>[13]</sup>.

(3) SD 集体对结构系数涉及到 SD 子空间截断的优劣, 这也是问题的一个关键, 如徐躬耦指出<sup>[14]</sup>, SD 集体对结构很可能需要用形变场单粒子态构造.

我们还对计算结果随参数的变化作了初步的探讨. 其中值得一提的是对于固定的  $N_\pi N_\nu$  乘积, 即使参数(指  $g_\pi$ 、 $g_\nu$ 、 $\kappa$ )相差很多, 激发态的  $B(E2)$  计算结果变化有时却很小, 例如  $^{134}\text{Xe}$ ,  $g_\pi=0.092$ ,  $g_\nu=0.061$ ,  $\kappa=0.10$ ,  $B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)=0.342e^2b^2$  和  $g_\pi=g_\nu=0.01$ ,  $\kappa=0.80$ ,  $B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)=0.346e^2b^2$  相比较基本一样(相差 1% 左右), 本征态波函数相差也很小(小于 1%), 这一现象有待于进一步的研究.

总之, 本文采用过去研究中采用过的  $SD$  对, 在“真实”的  $SD$  子空间作了低能集体态的微观计算, 发现在过去计算中被忽略的单粒子能量项对低能集体态的性质是有影响的, 它的存在削弱了集体性; 在 FDSM 中被忽略的反常宇称态对于这几个核素的集体态贡献在 10% 左右; FDSM 在质子和中子数都属于 50—82 壳层时给不出转动谱(实验上有转动谱), 但通过调节参数可以做到这一点. 另一方面, 基于配对壳模型的计算中还存在一些问题, 如怎样获取可靠性强的单粒子能级、 $SD$  对的对结构如何确定、哈密顿量如何选取及参数的变化规律等, 这些都应在今后的工作中加以改进.

感谢 F. Iachello 教授的有益讨论, 感谢吴式枢院士和徐躬耦教授的热情指教和鼓励.

### 参 考 文 献

- [1] 赵玉民、陈金全、陈冰青, 高能物理与核物理, **21**(1997)356.
- [2] W. J. Baldridge, *Phys. Rev.*, **C18**(1978)530.
- [3] B. Fogelberg *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A429**(1984)205.
- [4] C. L. Wu *et al.*, *Phys. Rev.*, **C36**(1987)1157.
- [5] F. Iachello, A. Arima, the Interacting Boson Model, Cambridge Univ. Press (1987).
- [6] J. Q. Chen *et al.*, the Nuclear Pair Shell Model: even system, 预印本.
- [7] K. T. Hecht *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A197**(1972)369.
- [8] K. Allart *et al.*, *Phys. Rep.*, **169**(1988)209.
- [9] Y. M. Zhao *et al.*, *Phys. Rev.*, **C52**(1995)1154.
- [10] Y. M. Zhao *et al.*, *Chin. Phys. Lett.*, **12**(1995)68, 385; **13**(1996)85.
- [11] Y. Chen, Y. M. Zhao, J. Q. Chen, *Phys. Rev.*, **C52**(1995)2520.
- [12] 廖继志, 私人通讯.
- [13] 陈金全、潘兴旺, A Shell Model Calculation in the SD Subspace, 预印本.
- [14] 徐躬耦, 私人通讯.

## Nuclear Pair Shell Model and Its Numerical Calculation (II)

Zhao Yumin

(Department of Physics, Southeast University, Nanjing 210018)

Chen Jinquan

(Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008)

Received 30 January 1996

### Abstract

Within the framework of the nuclear pair shell model, numerical calculation is performed in the truncated  $SD$  subspace. In this calculation, the  $S$  pair is taken as that from the BCS calculation, the  $D$  pair is obtained through  $D^\dagger = [S^\dagger, Q]$  for the even-even nuclei with  $N_\rho (\rho = \pi, \nu) \leq 3$  cases in the  $N, Z \in [50, 82]$  region. The contributions from the single-particle energy term  $H_0$  and from the abnormal parity level are discussed.

**Key words** nuclear pair shell model, single particle energy, abnormal parity level.