第19卷 第7期 高能物理与核物理 Vol. 19, No. 7
1995年7月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS July, 1995

非弹性度和集团数在高能极限下的行为*

王 群 刘希明 谢去病
(山东大学物理系 济南 250100)

1994-06-27 收稿

摘 要

在胶子相互作用模型基础上作了两点改进，把所有部分子的相互作用(qq,qg,gg)都包括进来，并考虑部分子分布函数随能量标度的演化. 在没有区分软硬过程的贡献及部分子分布函数的具体形式下，导出了非弹性度和集团数在高能极限下的行为.

关键词 强子碰撞，强子化，非弹性度，部分子.

1 引 言

非弹性度K的概念在强子-强子（hh）碰撞和核-核（AA）碰撞以及宇宙线物理中非常重要，它通常定义为用于强子化的有效能量占总碰撞质心能量 $\sqrt{s}$ 的分数，即 $\sqrt{s_{\text{eff}}}=K\sqrt{s}$. 在hh碰撞的多粒子产生过程中，它是强子化模型计算各种末态量的基础；尤其是在AA碰撞中，K随$\sqrt{s}$的变化趋势对于夸克胶子等离子体（QGP）形成的判断很有价值，因为K随$\sqrt{s}$增加而变小会使QGP更难形成，所以许多作者从不同角度研究高能下$\langle K\rangle$的变化行为[1-4]，其中较全面是Fowler等人提出的相互作用胶子模型（IGM），它假设微扰QCD下成立的不等式 $\sigma_{qq}<\sigma_{qg}<\sigma_{gg}$ 在非微扰情况下也成立，因此在hh碰撞中只考虑胶子相互作用，由胶子熔聚形成许多独立的集团（或小火球）并释放出中心区粒子，而价夸克相互穿越形成领头粒子，他们得出$\langle K\rangle$随$\sqrt{s}$下降的趋势[3]. 考虑到minijet的比例在高能下变得越来越大，他们又把半硬过程的贡献也包括进来，根据gg的QCD硬碰撞截面σ_{gg}^{H}随作用能量增大而缓慢增加，得出了$\langle K\rangle$随能量增加的趋势[4].

集团数的饱和现象是Ekspong[5]，Giovannini和Van Hove[6]发现的，在他们研究hh碰撞的多重数分布$P(n)$的展宽时发现，如果假定末态粒子是由C个独立的源（或集团，火球等）产生的，则源的平均数$\langle C\rangle$随$\sqrt{s}$增加而变大，在$\sqrt{s}\geqslant 63$GeV时饱和. 这个现象可能反映出软过程的某些基本性质，但人们对此现象和源及其个数C的物理意义不很清楚. 最近文献[7]在原始IGM图象下把$\langle C\rangle$的缓慢增加与$\langle K\rangle$的下降联系起来，自然地解释了$\langle C\rangle$的饱和现象，并赋予源的一个确切的含意，即IGM中的集团.

但是上述模型都未考虑部分子分布函数的QCD演化. 本文在此基础上，进一步包

* 国家自然科学基金资助.

括所有部分子的相互作用，发现只需考虑部分子分布函数的 QCD 演化，就可得到与上述工作相似的 $\langle K\rangle$ 的高能行为及 $\langle K\rangle$ 与 $\langle C\rangle$ 的关系，而不必区分软硬过程的贡献及部分子分布函数的具体形式。

2 模　　型

在 hh 碰撞中，我们假设中心区的粒子来源于两个碰撞强子中的部分子(夸克，胶子)相互作用而产生的许多独立的集团，剩下的未参与作用的夸克和胶子则形成领头粒子。同 IGM 一样，假设能量分数为 $K_i = E_i/\sqrt{s}$ 的集团数 n_i 的分布为独立的泊松分布[3,4]

$$P(n_i) = (\bar{n}_i)^{n_i} \times \exp(-\bar{n}_i)/n_i!. \tag{2.1}$$

落在中心区的总能量分数就是非弹性度 K，则 K 的分布为[3]

$$\begin{aligned} P(K) &= \sum_{\{n_i\}} \delta\left(K - \sum_i n_i K_i\right) \prod_i p(n_i) \\ &= (2\pi)^{-1} \int_{l_0 - i\infty}^{l_0 + i\infty} dl \cdot \exp\left[Kl + \int dK' \cdot (dn/dK') \cdot (\exp(-K'l) - 1)\right]. \end{aligned} \tag{2.2}$$

上式中 $l = l_0 + il_1$，积分是从 $l_1 = -\infty$ 到 $l_1 = +\infty$，l_0 不变；这里已把 $\sum_i \bar{n}_i f(K_i)$ 换成连续的积分形式 $\int dK' \cdot (d\bar{n}/dK') \cdot f(K')$.

用最陡下降法得

$$P(K) \sim (\langle K^2\rangle)^{-1/2} \cdot \exp[-(K - \langle K\rangle)^2/\langle K^2\rangle]. \tag{2.3}$$

上式左右两边差一个归一因子；式中

$$\langle K\rangle = \int dK' \cdot (d\bar{n}/dK') \cdot K', \tag{2.4}$$

$$\langle K^2\rangle = \int dK' \cdot (d\bar{n}/dK') \cdot K'^2. \tag{2.5}$$

因为集团数是由碰撞粒子的部分子相互作用产生的，所以集团数 n 的分布与部分子分布函数及部分子的相互作用截面有关；与此对应，$d\bar{n}/dK$ 应为

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{n}}{dK} &= \frac{1}{\sigma_{AB}^{in}} \int dx_1 \int dx_2 \sigma_{gg} F^1(x_1, Q^2) F^2(x_2, Q^2)\, \delta(\sqrt{x_1 x_2} - K) \\ &= \int dx_1 \int dx_2 \frac{dn}{dx_1 dx_2} \delta(\sqrt{x_1 x_2} - K), \end{aligned} \tag{2.6}$$

这里

$$\frac{dn}{dx_1 dx_2} = \frac{1}{\sigma_{AB}^{in}} \sigma_{gg} F^1(x_1, Q^2) F^2(x_2, Q^2), \tag{2.6a}$$

其中 σ_{AB}^{in} 是碰撞粒子 A 和 B 的非弹相互作用截面；$F^k(x_k, Q^2)$ 是等效部分子分布函数[8]，这里 $k = 1,2$，分别表示粒子 A 和 B，

$$F^k(x_k, Q^2) = g^k(x_k, Q^2) + \frac{4}{9} q^k(x_k, Q^2)$$

$$= g^k(x_k, Q^2) + \frac{4}{9}\sum_{i=1}^{N_f}[(q_i^k(x_k,Q^2) + \bar{q}_i^k(x_k,Q^2)], \tag{2.7}$$

其中 $q^k(x_k,Q^2)$ 是A和B中的夸克单态分布函数，Q^2 是能量标度；求和是对味道指标 i 进行的，N_f 是味道数，$q_i^k(x_k,Q^2)$ 是味道 i 的夸克分布函数，$\bar{q}_i^k(x_k,Q^2)$ 是其反夸克的分布函数，通过(2.7)式的等效部分子分布函数把 qq,qg,gg 的颜色相互作用归结为部分子分布函数的加权形式，从而把相互作用截面统一用 σ_{gg} 表示，因此（2.6a）式包括了所有部分子的相互作用．在 IGM 中未考虑部分子分布函数 QCD 演化，但在高能极限下，我们认为它不能忽略．具体取[9,10]，

$$Q^2 = \overline{p_t^2} \xrightarrow{s\to\infty} A_1 + A_2\ln(s/\mu^2), \tag{2.8}$$

这里，μ^2 是能量标度．(2.6)式中 σ_{gg} 是胶子胶子相互作用截面，在 $\sqrt{s}\to\infty$ 时，我们仍用文献[3]给出的参数化形式，并忽略小项，得：

$$\sigma_{gg}(\hat{s}) \xrightarrow{\hat{s}\to\infty} C_1 + C_2\ln(\hat{s}/\mu^2), \tag{2.9}$$

其中 $\hat{s} = x_1x_2s$ 是部分子相互作用的质心能量，在文献[3]的计算中，由于只考虑软过程而略去了第二项．

由上可见，我们在 IGM 基础上发展了一个相互作用部分子模型，它对 IGM 的改进是把所有部分子的相互作用（qq,qg,gg）都包括进来，着重去研究部分子分布函数随能量演化对 $\langle K\rangle$ 和 $\langle C\rangle$ 渐进行为的影响．

3 非弹性度在高能极限下的行为

由上述模型，我们就可以研究平均非弹性度在高能极限下的行为．

平均非弹系数

$$\langle K\rangle = \int \mathrm{d}K\cdot P(K)\cdot K. \tag{3.1}$$

把(2.3)式代入，得

$$\langle K\rangle = \int_0^1\mathrm{d}x_1\int_0^1\mathrm{d}x_2\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2}\sqrt{x_1x_2}. \tag{3.2}$$

把(2.7)和(2.9)式代入上式，得

$$\begin{aligned}\langle K\rangle = \frac{1}{\sigma_{AB}^{in}}[&C_1\langle\sqrt{x_1}\rangle\langle\sqrt{x_2}\rangle + C_2\langle\sqrt{x_1}\ln x_1\rangle\langle\sqrt{x_2}\rangle\\ &+ C_2\langle\sqrt{x_2}\ln x_2\rangle\langle\sqrt{x_1}\rangle + C_2\langle\sqrt{x_1}\rangle\langle\sqrt{x_2}\rangle\ln\rho],\end{aligned} \tag{3.3}$$

其中

$$\begin{aligned}\rho \equiv \ln(s/\mu^2),\ \langle\sqrt{x_k}\rangle &= M_g^k(0.5,Q^2) + 4/9M_q^k(0.5,Q^2),\\ \langle\sqrt{x_k}\ln x_k\rangle &= \widetilde{M}_g^k(0.5,Q^2) + 4/9\widetilde{M}_q^k(0.5,Q^2).\end{aligned} \tag{3.4}$$

上式中，$M_g^k(0.5,Q^2)$ 和 $M_q^k(0.5,Q^2)$ 是胶子和夸克单态分布函数的 $n=1/2$ 阶矩；$\widetilde{M}_g^k(0.5,Q^2)$ 和 $\widetilde{M}_q^k(0.5,Q^2)$ 是胶子和夸克单态分布函数的 $n=1/2$ 阶对数矩；n 阶矩和 n 阶对数矩可写为

$$M_{\mathrm{g}}^{k}(n,Q^2)=\int_0^1 \mathrm{d}x\cdot x^n\cdot g^k(x,Q^2), \tag{3.5a}$$

$$M_{\mathrm{q}}^{k}(n,Q^2)=\int_0^1 \mathrm{d}x\cdot x^n\cdot q^k(x,Q^2), \tag{3.5b}$$

$$\widetilde{M}_{\mathrm{g}}^{k}(n,Q^2)=\int_0^1 \mathrm{d}x\cdot x^n\ln x\cdot g^k(x,Q^2), \tag{3.5c}$$

$$\widetilde{M}_{\mathrm{q}}^{k}(n,Q^2)=\int_0^1 \mathrm{d}x\cdot x^n\ln x\cdot q^k(x,Q^2). \tag{3.5d}$$

如所周知，胶子和夸克单态分布函数的 n 阶矩与 n 阶对数矩满足 A.P. 方程的矩方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\ln(Q^2/\Lambda^2)}\begin{pmatrix}M_{\mathrm{q}}^{k}(n,Q^2)\\ M_{\mathrm{g}}^{k}(n,Q^2)\end{pmatrix}=\frac{2}{\beta_0\ln(Q^2/\Lambda^2)}\begin{pmatrix}MP_{\mathrm{qq}}(n) & 2N_fMP_{\mathrm{qg}}(n)\\ MP_{\mathrm{gq}}(n) & MP_{\mathrm{gg}}(n)\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}M_{\mathrm{q}}^{k}(n,Q^2)\\ M_{\mathrm{g}}^{k}(n,Q^2)\end{pmatrix}, \tag{3.6}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\ln(Q^2/\Lambda^2)}\begin{pmatrix}\widetilde{M}_{\mathrm{q}}^{k}(n,Q^2)\\ \widetilde{M}_{\mathrm{g}}^{k}(n,Q^2)\end{pmatrix}=\frac{2}{\beta_0}\frac{1}{\ln(Q^2/\Lambda^2)}\left[\begin{pmatrix}MP_{\mathrm{qq}}(n) & 2N_fMP_{\mathrm{qg}}(n)\\ MP_{\mathrm{gq}}(n) & MP_{\mathrm{gg}}(n)\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\widetilde{M}_{\mathrm{q}}^{k}(n,Q^2)\\ \widetilde{M}_{\mathrm{g}}^{k}(n,Q^2)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\widetilde{M}P_{\mathrm{qq}}(n) & 2N_f\widetilde{M}P_{\mathrm{qg}}(n)\\ \widetilde{M}P_{\mathrm{gq}}(n) & \widetilde{M}P_{\mathrm{gg}}(n)\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}M_{\mathrm{q}}^{k}(n,Q^2)\\ M_{\mathrm{g}}^{k}(n,Q^2)\end{pmatrix}\right]. \tag{3.7}$$

(3.6)和(3.7)式中 P_{ab} 是 $\mathrm{b}\to\mathrm{a}$ 的劈裂函数，ab=qq, qg, gq, gg; $MP_{\mathrm{ab}}(n)\equiv\int_0^1\mathrm{d}z\cdot z^n\cdot P_{\mathrm{ab}}(z)$, $\widetilde{M}P_{\mathrm{ab}}(n)\equiv\int_0^1\mathrm{d}z\cdot z^n\ln z\cdot P_{\mathrm{ab}}(z)$, $\beta_0=11-2N_f/3$, N_f 是味道数；Λ 是 QCD 标度参量。

下面我们对于 $n=0.5$，解微分方程(3.6)，得出(3.4)式中 $M_{\mathrm{q}}^{k}(0.5,Q^2)$ 和 $M_{\mathrm{g}}^{k}(0.5,Q^2)$ 的解。这时

$$MP(0.5)\equiv\begin{pmatrix}MP_{\mathrm{qq}}(0.5) & 2N_fMP_{\mathrm{qg}}(0.5)\\ MP_{\mathrm{gq}}(0.5) & MP_{\mathrm{gg}}(0.5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1.06 & 0.44N_f\\ 4.09 & 1+0.5\beta_0\end{pmatrix}. \tag{3.8}$$

其解为

$$\begin{pmatrix}M_{\mathrm{g}}^{k}(0.5,Q^2)\\ M_{\mathrm{q}}^{k}(0.5,Q^2)\end{pmatrix}=U\begin{pmatrix}\Delta_1 & 0\\ 0 & \Delta_2\end{pmatrix}U^{-1}\begin{pmatrix}M_{\mathrm{g}}^{k}(0.5,Q_0^2)\\ M_{\mathrm{q}}^{k}(0.5,Q_0^2)\end{pmatrix}. \tag{3.9}$$

上式中

$$U=\begin{pmatrix}0.44N_f & 0.44N_f\\ \lambda_1+1.06 & \lambda_2+1.06\end{pmatrix},$$

$$U^{-1}=\frac{1}{0.44N_f(\lambda_2-\lambda_1)}\begin{pmatrix}\lambda_2+1.06 & -0.44N_f\\ -\lambda_1-1.06 & 0.44N_f\end{pmatrix}, \tag{3.10}$$

和

$$\Delta_i=\left(\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right)^{2\lambda_i/\beta_0},\ (i=1,2). \tag{3.11}$$

这里 λ_1 和 λ_2 是 $MP(0.5)$ 的两个本征值，它们是

$$\lambda_1 = \begin{cases} 6.10, & N_f = 5 \\ 6.17, & N_f = 4, \end{cases} \qquad \lambda_2 = \begin{cases} -2.3, & N_f = 5 \\ -2.1, & N_f = 4. \end{cases} \tag{3.12}$$

在高能极限情况下，(3.9)式的解变为

$$\begin{pmatrix} M_g^k(0.5,Q^2) \\ M_q^k(0.5,Q^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15M_q^k(0.5,Q_0^2) + 0.26M_g^k(0.5,Q_0^2) \\ 0.48M_q^k(0.5,Q_0^2) + 0.85M_g^k(0.5,Q_0^2) \end{pmatrix} \times \left(\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right)^\delta \quad (N_f = 5), \tag{3.13a}$$

$$\begin{pmatrix} M_g^k(0.5,Q^2) \\ M_q^k(0.5,Q^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.13M_q^k(0.5,Q_0^2) + 0.27M_g^k(0.5,Q_0^2) \\ 0.41M_q^k(0.5,Q_0^2) + 0.87M_g^k(0.5,Q_0^2) \end{pmatrix} \times \left(\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right)^\delta \quad (N_f = 4), \tag{3.13b}$$

其中，$\delta = \frac{2}{\beta_0}\ \lambda_1 = \begin{cases} 1.6, & N_f = 5 \\ 1.5, & N_f = 4. \end{cases}$

类似地得到(3.7)式的解在高能极限下的形式为

$$\begin{pmatrix} \widetilde{M}_g^k(0.5,Q^2) \\ \widetilde{M}_q^k(0.5,Q^2) \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} \left\{ \ln\left[\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right] \right\} \cdot \left(\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right)^\delta, \tag{3.14}$$

其中 B_1 和 B_2 是与 $\widetilde{M}_q^k(0.5,Q_0^2)$ 和 $\widetilde{M}_g^k(0.5,Q_0^2)$ 有关的常数。

将(3.13)和(3.14)式代入(3.3)式中，则得第一项，第二，三项及第四项的高能渐进行为分别是，

$$\langle\sqrt{x_1}\rangle\langle\sqrt{x_2}\rangle \sim [\ln(\ln s)]^{2\delta}, \tag{3.15}$$

$$\langle\sqrt{x_1}\ln x_2\rangle \text{ 或 } \langle\sqrt{x_2}\ln x_1\rangle \sim \left[\ln\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right] \cdot \left(\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right)^{2\delta} \sim [\ln(\ln s)]^{2\delta}[\ln(\ln(\ln s))], \tag{3.16}$$

$$\langle\sqrt{x_1}\rangle\langle\sqrt{x_2}\rangle\ln\rho \sim [\ln(\ln s)]^{2\delta} \cdot \ln s. \tag{3.17}$$

可见第四项远远大于前三项，所以 $\langle K\rangle$ 的高能行为决定于第四项，即

$$\langle K\rangle \xrightarrow{\sqrt{s}\to\infty} \frac{C_2}{\sigma_{AB}^{in}} \langle\sqrt{x_1}\rangle\langle\sqrt{x_2}\rangle \ln\frac{s}{\mu^2}$$

$$\underline{\underline{N_f=5}}\ \frac{C_2}{\sigma_{AB}^{in}} \left[\ln\frac{s}{\mu^2}\right] \cdot [0.30\langle q_1\rangle\langle q_2\rangle + 0.53\langle g_1\rangle\langle q_2\rangle + 0.53\langle q_1\rangle\langle g_2\rangle + 0.93\langle g_1\rangle\langle g_2\rangle] \cdot \left(\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right)^{2\delta} \tag{3.18a}$$

$$\underline{\underline{N_f=4}}\ \frac{C_2}{\sigma_{AB}^{in}} \left[\ln\frac{s}{\mu^2}\right] \cdot [0.22\langle q_1\rangle\langle q_2\rangle + 0.46\langle g_1\rangle\langle q_2\rangle + 0.46\langle q_1\rangle\langle g_2\rangle + 0.98\langle g_1\rangle\langle g_2\rangle] \cdot \left(\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right)^{2\delta}, \tag{3.18b}$$

这里 $\langle q_1\rangle\langle q_2\rangle \equiv M_q^1(0.5,Q_0^2) \cdot M_q^2(0.5,Q_0^2)$，其它完全类似。

在高能极限下，(3.18)可简写为

$$\langle K\rangle \sim \frac{C_2}{\sigma_{AB}^{in}}(\ln(\ln s))^{2\delta}\ln s. \tag{3.19}$$

(3.19)式就是我们得到的 $\langle K\rangle$ 的高能极限形式，下面对它进行几点讨论：

(a) (3.19) 是在不区分软硬过程贡献及部分子分布函数的具体形式下，考虑部分子分布函数的 QCD 演化得出的．它与文献[4]中的形式相似，但多出一个 $(\ln(\ln s))^{2\delta}$ 项，因此 $\langle K\rangle$ 随能量增加而变大(或变小)的速度将比文献[4]的结果略快(或略慢)．但 $\langle K\rangle$ 随能量的变化还取决于 σ_{AB}^{in} 的高能行为．因为 σ_{gg} 增长的速度必须不快于 σ_{AB}^{in}，即以不慢于 $(\ln s)$ 形式增长．假设 σ_{AB}^{in} 的渐进行为是 $(\ln s)^b$，则必须 $b>1$ 或 $b=1$；如象文献[10]预言的那样，$b>1$，则 $\langle K\rangle\to 0$；如果 $b=1$，则 $\langle K\rangle\sim C_2(\ln(\ln s))^{2\delta}$，即 $\langle K\rangle$ 随能量增加而缓慢增至某一饱和值，与文献[4]的预言类似．

(b) 因为夸克单态分布函数的 1/2 阶矩 $M_q(0.5,Q_0^2)$ 数值主要决定于夸克单态分布函数在小 x 区域的值，在小 x 区域主要是由海夸克贡献的，而海夸克在小 x 区的行为同胶子相近，所以 $M_q(0.5,Q_0^2)\sim M_g(0.5,Q_0^2)$，由此可见，qq 和 qg 相互作用对 $\langle K\rangle$ 的贡献同 gg 的贡献在同一量级，不能忽略．这与考虑 QCD 演化必须包括各种部分子之间相互转化是一致的．

4　集团数在高能极限下的行为

本节给出集团数的高能极限形式，这里只限于讨论 pp 或 p$\bar{\text{p}}$ 碰撞．

平均集团数可写为

$$\langle C\rangle = \int_{K_{\min}^2}^1 dK^2\int_0^1 dx_1\int_0^1 dx_2\frac{dn}{dx_1dx_2}\delta(x_1x_2-K^2)$$
$$=\frac{1}{\sigma_{AB}^{in}}\int_{K_{\min}^2}^1 dK^2\int_{K^2}^1\frac{dx}{x}\left(C_1+C_2\ln\frac{s}{\mu^2}+C_2\ln K^2\right)F^1(x,Q^2)F^2(K^2/x,Q^2). \tag{4.1}$$

因为部分子分布函数在 $x\to 0$ 时有奇异性，所以计算集团数时在小 x 区需引进截断，这里取 $K_{\min}^2=\mu^2/s=1/\rho$．集团数的高能行为决定于部分子分布函数在小 x 区的奇异行为．文献[11]给出在 $x\to 0$ 时，胶子和夸克单态分布函数的形式为，

$$g(x,Q^2),q(x,Q^2)\underset{x\to 0}{\sim}[\alpha_s(Q^2)]^{-d_+}x^{-\lambda_s-1}, \tag{4.2}$$

其中 λ_s 是单态分布函数矩的奇异点，$\lambda_s=(0.1\sim 0.6)$，d_+是 $MP(n=\lambda_s)$ 的正的本征值，它们的详细讨论见文献[11]．

这里我们略去了 $g^k(x,Q^2)$ 中的上角标 k，因为对于 pp 或 p$\bar{\text{p}}$ 碰撞，有 $g^1(x,Q^2)=g^2(x,Q^2)=g(x,Q^2)$ 和 $q^1(x,Q^2)=q^2(x,Q^2)=q(x,Q^2)$．

把(4.2)式代入(4.1)式得，

$$\langle C\rangle\sim\frac{1}{\sigma^{in}}[\alpha_s(Q^2)]^{-2d_+}\left[-(C_1+C_2\ln\rho)\int_{1/\rho}^1(\ln y)y^{-\lambda_s-1}dy\right.$$
$$\left.-C_2\int_{1/\rho}^1(\ln y)^2y^{-\lambda_s-1}dy\right]. \tag{4.3}$$

当 $\rho = s/\mu^2 \to \infty$ 时,(4.3)式变为,

$$\langle C\rangle \sim \frac{C_2}{\sigma^{\mathrm{in}}}[\ln(\ln s)]^{2d_+}s^{\lambda_s}\ln s \tag{4.4}$$

可见 $\langle C\rangle$ 与 $\langle K\rangle$ 一样，也依赖于 σ^{in} 的高能渐进行为. 如果象文献[9]认为的，$\sigma^{\mathrm{in}} \sim (\ln s)^b$，则 $\langle C\rangle \xrightarrow[s\to\infty]{} \infty$，将比文献[4]的 $\langle C\rangle \sim (\ln s)^b$ 的形式增长要快.

5 结 论

本文对 IGM 模型作了改进,把所有部分子的相互作用 (qq,qg,gg) 都包括进来,发现只需考虑部分子分布函数随能量标度的 QCD 演化,而不必区分软硬过程的贡献及部分子分布函数的具体形式，即可得到非弹性度和集团数的高能极限行为和它们之间的关系.

本文得到的非弹性度 $\langle K\rangle$ 的高能形式是,

$$\langle K\rangle \sim \frac{C_2}{\sigma_{\mathrm{AB}}^{\mathrm{in}}}(\ln(\ln s))^{2\delta}\ln s,$$

其中 $\delta = 1.6$ $(N_f = 5)$，$1.5(N_f = 4)$；如果 $\sigma_{\mathrm{AB}}^{\mathrm{in}} \to (\ln s)^b$，$b > 1$，则 $\langle K\rangle \to 0$；如果 $\sigma_{\mathrm{AB}}^{\mathrm{in}} \to \ln s$，则 $\langle K\rangle \to$ 增长→饱和值，但 $\langle K\rangle$ 的增长(减小)速度比文献[4]的预言要快(慢).

我们得到的 pp 或 p$\bar{\mathrm{p}}$ 反应中的平均集团数目 $\langle C\rangle$ 的高能行为是

$$\langle C\rangle \sim \frac{C_2}{\sigma^{\mathrm{in}}}[\ln(\ln s)]^{2d_+}s^{\lambda_s}\ln s$$

这里 $d_+ > 0$，$\lambda_s = (0.1 \sim 0.6)$，由此 $\langle C\rangle \xrightarrow[s\to\infty]{} \infty$，这比文献[7]的结果增长快.

由(3.19)和(4.4)式可得 $\langle K\rangle$ 与 $\langle C\rangle$ 的关系

$$\langle C\rangle \sim \langle K\rangle[\ln(\ln s)]^{2d_+-2\delta}s^{\lambda_s} \tag{5.1}$$

注意到 $\langle K\rangle$ 是 $\mathrm{d}\bar{n}/\mathrm{d}K$ 的 1 阶矩,$\langle C\rangle$ 是 $\mathrm{d}\bar{n}/\mathrm{d}K$ 的 0 阶矩而 δ 是 $MP(1)$ 的正的本征值,d_+ 是 $MP(n = \lambda_s)$ 的正的本征值. 上式表明，由于 QCD 演化，$\langle C\rangle/\langle K\rangle$ 随能量增加将明显快于文献[7]给出的 $\langle C\rangle/\langle K\rangle \sim \ln s$.

用本文的方法也可以得到 $\langle K\rangle$ 及 K 的分布在有限能量下的行为并与已有实验比较，对此我们将另文给出. 此外，本文计算 $\langle K\rangle$ 时所用的计算方法类似于文献 [12]，它同 IGM 的方法有些不同,它们在有限能量下的可能差别也将另文讨论.

参 考 文 献

[1] Yu. M. Shabelski et al., *J. Phys.*, **G18** (1992)1281 and refs. therein.
[2] K. Watanabe, S. Tone, *Phys. Rev.*, **D39** (1989)195.
[3] G. N. Fowler, R. M. Weiner, G. Wilk, *Phys. Rev. Lett.*, **55** (1985)173; G. N. Fowler et al., *Phys. Rev.*, **C40** (1989)1219.
[4] F. O. Duraes, F. S. Navarra, G. Wilk, *Phys. Rev.*, **D47** (1993)3049.
[5] G. Ekspong, in Multiparticle Dynamics 1985, Proceedings of the XIVth International Symposium, Kiryat Anavim, Israel, 1985, edited by J. Gronhaus (World Scientific, Singapore, 1985),

p. 309.

[6] A. Giovannini, L. Van Hove, *Z. Phys.*, **C30** (1986)391; *Acta Phys. Pol.*, **B19** (1988)495; **19** (1988)917; **19** (1988)931.

[7] R. M. Weiner, G. Wilk, Z. Wlodarczyk, *Phys. Rev.*, **D45** (1992)2308.

[8] UA1 Collaboration, G. Arnison et al., *Phys. Lett.*, **136B** (1984)294; L. Durand, H. Pi, in Proc. of the Shandong Workshop on Multiparticle production, Jinan, Shandong, China, June 1987 (World Scientific, Singapore 1988), p. 298.

[9] C. GEICH-GIMBEL, *Int. J. Mod. Phys.*, **A4** (1989)1633.

[10] G. A. Schuler, T. Sjostrand, *Phys. Rev.*, **D49** (1994)2257.

[11] F. J. Yndurain, Quantum Chromodynamics, Springer-Verlag New York Inc., 1983, p. 105; and refs. therein.

[12] 谢去病，高能物理与核物理，**8**(1984)306.

High Energy Behaviors of Inelasticity and Cluster Number in Interacting Parton Model

Wang Qun　　Liu Ximing　　Xie Qubing

(*Physics Department, Shandong University, Jinan* 250100)

Received 27 June 1994

Abstract

The interacting parton model is improved by including the interactions between all kinds of partons in colliding hadrons and the evolution of parton momentum distribution functions. The high energy behaviors of inelasticity and cluster number are derived without distinguishing. Soft and hard contributions and without using the explicit shapes of parton distribution functions.

Key words hadron collision, hadronization, inelasticity, parton.