

对称多重裂变的形变位势位垒 及其对核温度的依赖性*

戴光曦

(中国科学院近代物理研究所 兰州 31 号信箱 730000)

J. B. Natowitz R. Wada Y. N. Lou K. Hagel B. Xiao

(美国德克萨斯农工大学回旋加速器研究所, College Station, TX-77843-3366)

1993-11-08 收稿, 94-02-28 收修改稿

摘 要

提出用多个准卡西亚回转头围绕一个内接球来作为对称 2 重及多重碎裂的形状. 该形状可以从一球形平滑地形变到断点(仅用一个形变参数). 此形状是卡西亚卵形体的推广, 在二裂变情况下已证明它是一个良好的近似. 利用这种参数化的类卡西亚形状, 计算出了 2、3、4、6 和 8 重碎裂的形变位势和位垒, 计算中考虑了亲近势和裂变位垒对温度的依赖性. 此外还讨论了裂变动力学延时效应对于平衡统计多重碎裂的影响.

关键词 对称多重碎裂、裂变, 亲近势, 表面张力的温度依赖性.

1 前 言

在许多中能重离子引发的近心碰撞反应中, 核被解体了^[1,2]. 在稍低于解体的能量时, 常出现多重裂片的发射, 或多重碎裂、裂变的过程. 不论这个过程是否达到了平衡, 瞬发裂片发射时都必须克服位垒. 该位垒的形成时间比裂片挣脱的时间要短. 这是因为液滴模型位垒是由库仑作用和近域的表面核作用所决定的, 而这两种作用均是快速的; 又因为碎裂总是某种集体运动, 它必然是缓慢的, 尤其在对称碎裂时其碎片质量与弹、靶核的相差很大时, 更是如此^[3]. 三裂变的位垒在文献[4—7]中已有报道, 近来在 F. Haddad 与 G. Royer^[8] 的论文中对直到 8 重碎裂的对称情况也作了估算.

本工作提出一个对称多重碎裂从球形状变到断点的通用形变方程. 在此方程下计算了 2、3、4、6 和 8 重对称碎裂的位势、鞍点形状和位垒高度, 并得到裂变碎片的总动能. 考虑到多重形变中各支裂片凸起间存在表面作用, 而引入亲近势. 亲近势的引入使得大形变的鞍点到断点间的位势大大降低. 由于多重碎裂仅发生于热核, 而热核温度又降低了

* 美国能源部、Robert A. Welch 基金会和中国国家自然科学基金资助.

表面势, 因此本文计算了从 ^{139}La 到 $^{352}134$ 等中重核系统的位垒高度对核温度的关系曲线。

最后讨论了平衡时对称多重碎裂受到裂变动力学延时效应的影响。

2 对称多重碎裂形变几何

质量数为 A 的核, 采用无量纲的矢径 ρ , 则 $\rho = r/(r_0 A^{1/3})$ 。对于 m 重碎裂从球形变成有 m 个凸起的裂片, 每支凸起的矢径满足类卡西尼亚 (Cassinian) 卵形线, 它可表示为:

$$\rho^2 = \delta \cos a_m \theta + \sqrt{1 - \delta^2 \sin^2 a_m \theta}, \quad \theta \leq \theta_{\text{mh}} \quad (1)$$

在此 δ 为形变参数, 由 0 (球形) 变到 1 (断点); a_m 为 m 重裂变的特定系数, 其值列于表 1; 在 2 裂时 $a_2 = 2$, (1) 式成为卵形线。(1) 式中的 θ 变量是在半最大张角 θ_{mh} 内变化, 它为最大张角 θ_{max} 的一半, 它们均列于表 1 中。

将 (1) 式表示的曲线围绕对称轴 ($\theta = 0$) 转动后形成该支裂片凸起的体积, m 个这样的凸起内接一个球, 该球半径为 $\sqrt{1 - \delta}$, 就形成一个 m 重裂变的形变体。它在 $\delta = 0$ 时为一个球, 在 $\delta = 1$ 时成为 m 个在空间均匀分布并在一点相联结的断点形状。考虑到核物质的不可压缩性, 即体积守恒, 积分 (1) 式后, 可以得到体积守恒因子 $f_v(\delta, m)$ 。这时实际核的矢径 $R = R_0 f_v(\delta, m) \rho$ 。在图 1 中显示了 6 重裂变的形状随 δ 的变化。图中仅显示了四支裂片, 出平面的前后两裂片未能绘出。

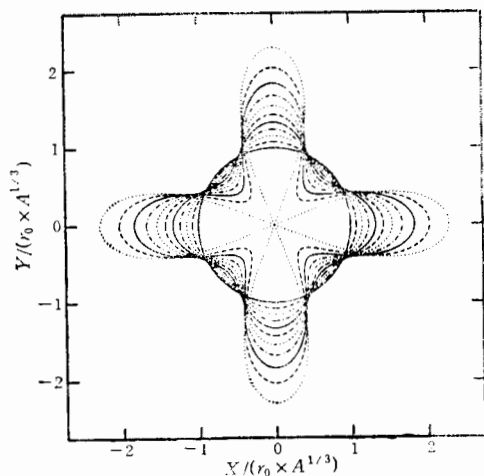


图 1 6 重裂变的形变剖面图, 形变参数 δ 从 0 (球形) 逐渐变化 (步长 0.1) 到 1 (断点) 时的情形

—— $\delta = 0.0$ (圆), $\delta = 1$ (外)。

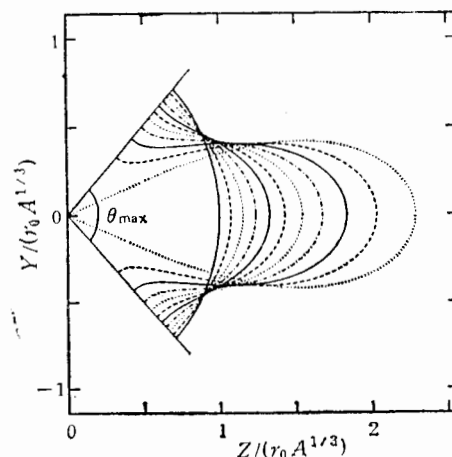


图 2 6 重裂变中的一支裂片凸起, 从球形演变到断点时的情形

图中标出的 θ_{max} , 它应为 90° (图中 X, Y 坐标长度不同表观上有差别)。

4 重裂变中四支裂片的对称轴就是正四面体的 4 个顶点和中心的连线; 8 重时, 应是正方体的 8 个顶点与中心的连线。但是 8 重还有另外一种方式, 就是上面 4 个顶点与下

表 1

m (重度)	2	3	4	6	8
a_m	2.0	3.0	3.2886	4.0	5.1043
$\theta_{\max}(\circ)$	180.0	120.0	109.47	90.0	70.53
$\theta_{\text{mh}}(\circ)$	90.0	60.0	54.74	45.0	35.26
Z_{c0}/R_0	0.375	0.5	0.563	0.625	0.656
Z_{cs}/R_0	1.205	1.424	1.382	1.386	1.490
$B_s(\delta = 1)$	1.286	1.558	1.745	2.084	2.437
B'_s	1.260	1.442	1.5874	1.817	2.00
$f_v(1)$	1.482	1.687	1.629	1.619	1.730
$\Delta E_s/E'_{s0}(\%)$	2.10	8.00	9.93	14.70	21.85

面 4 个顶点相对错开 45° ; 即上面 4 个顶点所在的平面沿此平面的法线扭转 45° 。这后一种情况的位势与前一种稍有不同, 本文用 $8c$ 来标志。在表 2 中列出了各重裂变下的对称轴间的夹角 $\theta_{i,j}$ 。

积分(1)式, 并考虑内接球的剩余表面后可以写出形变下 m 重的表面积:

$$S(\delta, m) = 2m\pi \int_0^{\theta_{\text{mh}}} d\theta [1 + \delta \cos a_m \theta / \sqrt{1 + \delta^2 \sin^2 a_m \theta}] \sin \theta \cdot \sqrt{1 + \delta^2 \sin^2 a_m \theta} (0.25 a_m - 1) + 4\pi [1 - 0.5m(1 - \cos \theta_{\text{mh}})] (1 - \delta), \quad (2)$$

式中非积分项的第二项为上述的剩余表面。这样可以得到零温度下的相对表面能 B_s :

$$B_s = f_v^2(\delta, m) \cdot S(\delta, m) / 4\pi = E_s / E_{s0}. \quad (3)$$

在图 3 中显示了 $f_v(\delta, m)$ 和 $B_s(\delta, m)$ 值, 这时 m 值为 4、6 和 8。

断点时 ($\delta = 1$), 单支裂片质心到原点的距离 Z_{cs} 也列于表 1 中, 这时以 $R_0 = r_0 A^{1/3}$ 为长度单位。每支裂片在球形时是 m 个均分的圆锥, 该圆锥的质心距 Z_{c0} 容易由下式算出:

$$Z_{c0} = 0.75 R_0 \frac{(m-1)}{m}, \quad (4)$$

它也列于表 1 中, 以便与 Z_{cs} 进行比较。

在表 1 中还列出一个球核裂开成 m 个球核的相对表面能 B'_s , 它实际上等于 $m^{1/3}$ 。而新生裂片的表面能与本身变成球的表面能的差 ΔE_s 将作为裂片表面形变能的来源, 它与球形表面能的比值 $\Delta E_s / E'_{s0}$ 也列在表 1 中。该比值实际上就等于 $(B_s - B'_s) / B'_s$ 。随着 m 的增加, 此形变能占的比例也迅速增加, 反映出多重裂片将获得更大的激发能。

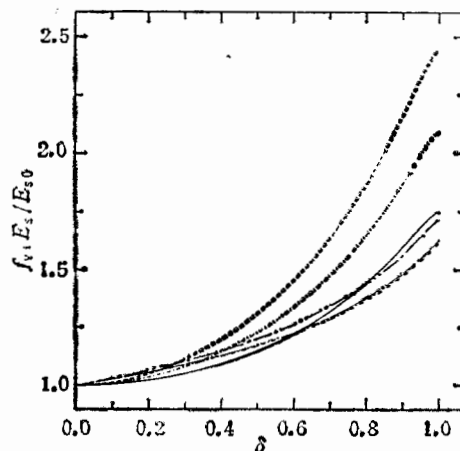


图 3 体积守恒因子 $f_v(\delta, m)$ 和相对表面能 $B_s(\delta, m) = E_s/E_{s0}, m = 4, 6$ 和 8

— $E_s/E_{s0}, 4$; — $f_v, 4$ 重; - - - $E_s/E_{s0}, 6$;
- - - $f_v, 6$ 重; - - - $E_s/E_{s0}, 8$ - - - $f_v, 8$ 重。

3 位势与位垒

3.1 库仑势

由于形变方程(1)对单支裂片凸起是轴对称的, m 个轴交于一点, 除2裂变外没有共同的对称轴, 因此对相对库仑势 B_c 的积分就必须将形变体分成几个部分进行; 最简单的办法是将 m 个裂片凸起与内接球分开计算然后加在一起. 内接球的库仑势 B_g 可直接写出, 而 m 个裂片凸起仅计算一个自库仑势 b_f 然后乘上 m 即可: $B_f = mb_f$. 剩下的是计算裂片间的相互作用库仑势 B_{gg} 和一个裂片与内接球的相互作用库仑势 b_{fg} . 这样总的相对库仑势 B_c 为:

$$B_c = B_f + B_{fg} + B_{gg} + B_g, \quad (5)$$

式中 $B_{fg} = mb_{fg}$.

在 B_{gg} 的计算中要考虑裂片 i 与裂片 j 对称轴之间的夹角 $\theta_{i,j}$ 和各种可能的配对数目 $M_{i,j}$, 它们列于表2中. 从表2可见, 对于8重裂变, 有4种夹角, 除 109.47° 为4外其余均为8. B_{gg} 的积分计算将对每一种 $\theta_{i,j}$ 进行, 然后乘以相应的 $M_{i,j}$, 最后加起来. 在图4中显示了计算的 $B_c(\delta, m)$ 值. 上述 B_c 的直接积分计算, 精度好于 10^{-6} . 满足了位势由两个大数库仑势与表面势相减的精度要求.

表2 两支裂片突起的对称轴之间的夹角和其组合数

m (重度)	2	3	4	6	8	8c
$\theta_{i,j}(^\circ)$	180.0	120.0	109.47	90.0 180.0	70.53 109.47 180.0	70.53 82.06 109.47 143.58
$M_{i,j}$	1	3	6	12 3	12 12 4	8 8 4 8

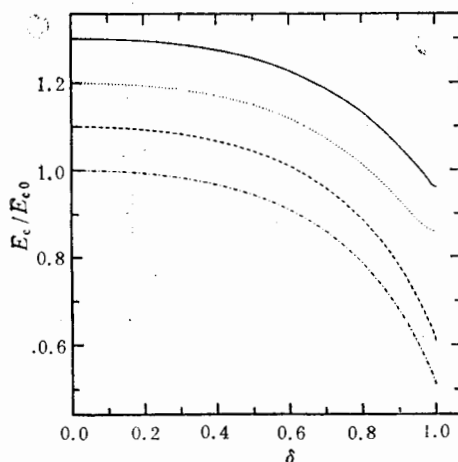


图4 相对库仑能 $B_c = E_c/E_{c0}$ 对4、6、8重和8c重作为 δ 函数的曲线
 - · - · - 8c重; - - - - 8重+0.1; ····· 6重+0.2; ——— 4重+0.3.

表 3 计算出的多重碎裂总动能 TKE

m (重度)	2	3	4	6	8	8c
TKE/ E_{c0}	0.178	0.234	0.2869	0.3435	0.3528	0.3520
TKE/ $(Z^2/A^{1/3})$	0.126	0.165	0.202	0.242	0.249	0.248
TKE'/ E_{c0}	0.178	0.225	0.2769	0.3337	0.3451	0.3441

在 $\delta = 1$ (断点) 时, B_{gg} 就是裂变碎片总动能 TKE. 在表 3 中列出了 TKE 值, 以 A 核球的库仑能 E_{c0} 或 $(Z^2/A^{1/3})$ 作单位; 后者的 Z 用格林公式从 A 求得. 为了比较, 也列出质心估算的值 TKE', 它是将 m 个相等的点电荷分别置于 Z_c . 质心上算出的. 从表 3 可见 TKE 略大于估算值, 这是由新生裂片的形变和它对 Z_c 点的非对称性引起的.

至于断点时的自能 B_f , 也可以从 m 个球裂片的自能和 B_{mc} 来估算; 这时 $B_{mc} = (1/m)^{2/3}$, 对于 2、3、4、6 和 8 重裂变, 其值分别为 0.630, 0.481, 0.397, 0.303 和 0.250. 我们计算出的形变新生裂片, 对应的 B_g 值略小于上述值, 这是由形变造成的.

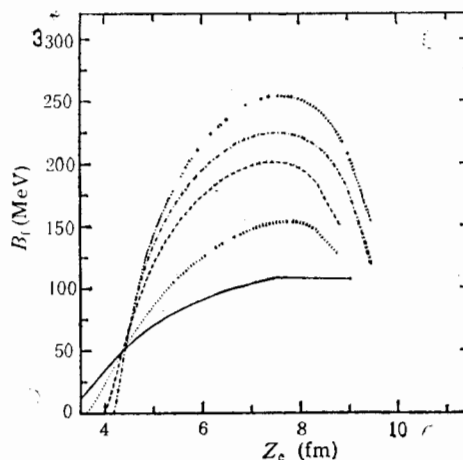
3.2 亲近势和位垒

有了 B_c 和 B_s , 对于具体核就可以计算位势. 在计算中发现当裂变重度高于 4 后, 位垒很高, 这是不真实的. 因为在高重度时, 形变近于鞍点, 相邻两支裂片凸起之间的表面靠得较近, 表面间的亲近势 E_{prox} 吸引不可忽略. 按照文献[9]作如下积分:

$$E_{prox} = \frac{\pi}{2.0} \int_0^{\theta_{mh}} \Phi(D/b) r dl, \quad (6)$$

式中 D 为面元 $\frac{\pi}{2} r dl$ 间的距离, dl 为弧元,

r 为凸起的回转半径. 将文献[9]中的函数 Φ 代入 (令 $b = 1\text{fm}$) 并考虑形变方程 (1) 后, 对具体核作出计算. 对于从 ^{139}La 、 ^{238}U 、 ^{252}Cf 直到 $^{298}114$ 和 $^{352}134$ 等核所作的计算表明, E_{prox} 随 m 和 δ 呈单调上升趋势, 但对 A 并不灵敏. 例如对 ^{139}La 核计算出的 E_{prox} 值, 在鞍点到断点附近, 对 3、4、6 和 8 重裂变, 其值分别为 -16、-40、-120 和 -250 MeV. 考虑到 E_{prox} , 从 B_c 与 B_s , 计算出零温度下的 ^{139}La 位势显示在图 5 中. 从图可见, 在鞍点的位垒, 对 2、3、4、6、8 和 8c 重的, 分别为 45、115、160、205、225 和 255 MeV. 为了比较, 在文献[8]中对应的 2、3、4、6 和 8 重的值分别为 40、95、140、220 和 275 MeV.

图 5 计算出的 ^{139}La 的多重对称碎裂位势

— 3重; 4重; —— 6重;
- - - - 8重; ····· 8c重.

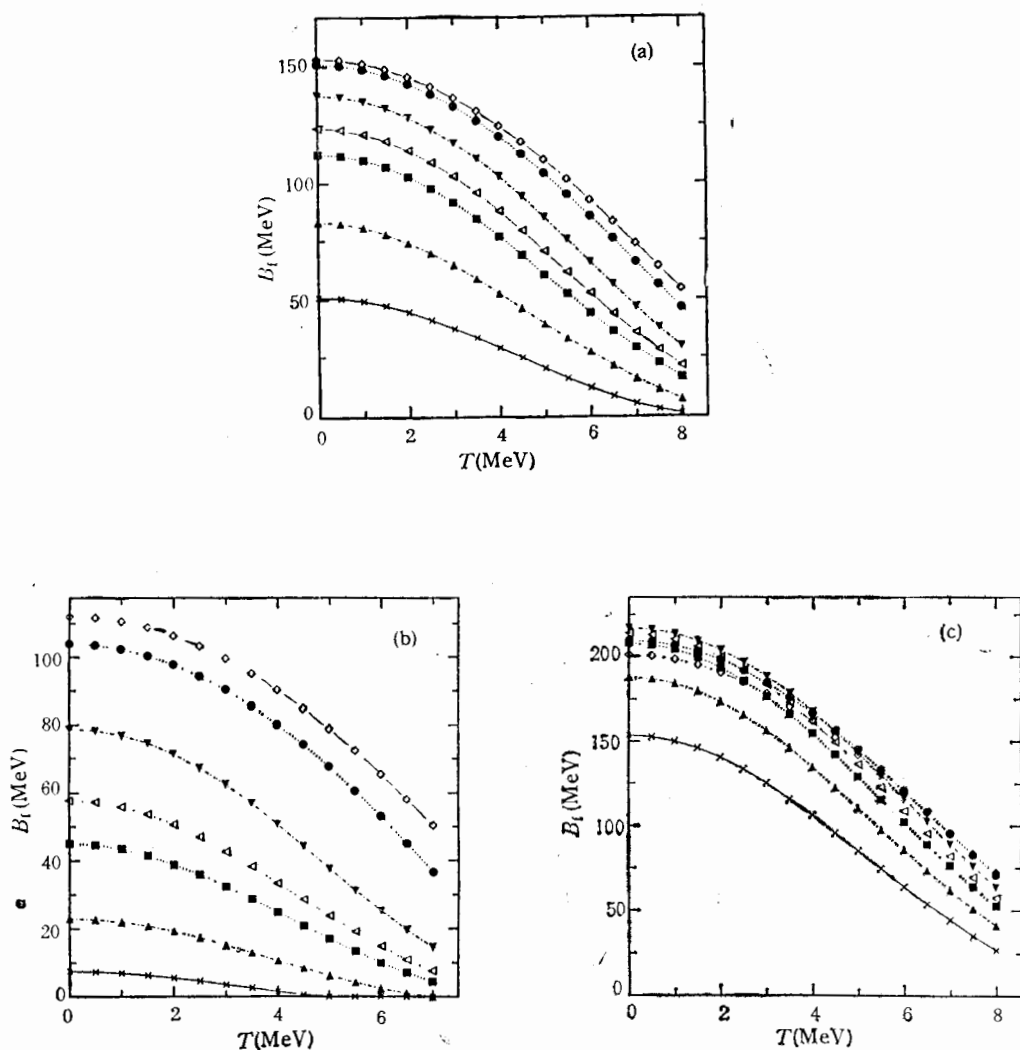


图6 多重碎裂位垒 B_l 随核温度 T 的变化

(a) 6重时; (b) 4重时; (c) 8重时, Δ ^{238}U , \times $^{352}134$, ∇ ^{208}Pb ,
 \blacksquare ^{252}Cf , \diamond ^{139}La , \blacktriangle $^{298}114$, \bullet ^{159}Tb .

3.3 位垒对核温度的依赖性

按照文献[10]我们采用表面能对温度 T 依赖的因子如下:

$$F(T) = (1.0 + 1.5T/17.2)(1.0 - T/17.2)^{2/3}, \quad (7)$$

将表面能单位用 $F(T) \cdot E_{s0}$ 代替, 则可以计算各个温度下的位势, 从而得到位垒 $B_l(T, m)$. 在图6中显示了6重、4重和8重的位垒随核温度的变化曲线. 从图可见, 随着温度升高, 位垒值显著下降. 在热核时, 将出现较高重度的碎裂过程, 这与实验上的测量结果是一致的.

4 讨论与结论

从上面可见, 采用空间均匀分布的梨形凸起围绕一个内接球的形状来描述对称的直到 8 重碎裂, 并采用类卡西尼亚回转体描述这个凸起, 则仅用一个形参即可满意地得到从球形到断点的多重碎裂形变. 基于这种形变, 可以算出库仑势、表面势和亲近势, 从而得到集体碎裂势垒. 这个势垒随着多重度的增加而很快增加, 这主要是表面势的快速增加所致, 而库仑势的增加实际上是十分缓慢的. 当重度增加, 裂片表面增加而且形变增加, 这使位垒升高.

引进核温度后, 降低了表面势, 从而使热核的多重碎裂有较大几率. 但是近年来在两裂变实验中发现^[3], 核的动力学效应延缓了裂变过程. 粒子蒸发的竞争使得裂变前的激发能降低, 从而使核温度降低; 效果是裂变几率大为减小. 对于高重度的裂变, 由于大质量的集体迁移, 势必使动力学延时更长些. 为了定量地了解这个过程, 我们对 ^{208}Pb 作了计算, 并在激发能 E_{ex} 和核温度 T 的空间来看这个过程, 见图 7. 在图 7 中将 ^{208}Pb 的多裂位垒 B_i 与 T 关系的 5 组曲线和 $E_{\text{ex}} = AT^2/10$ 的曲线画在一起. 从图可见, 这两种曲线的交点所对应的温度 T , 就是可发生各重裂变的最低温度; 例如要发生 8 重多裂, 则核温度应超过 3.2 MeV. 但是由于裂变的动力学延时, 情况并非这样. 例如一般估计, 裂变延时到 10^{-20}s , ^{208}Pb 的初始单核子激发能为 3—6 MeV/u 以下, 由于大量蒸发粒子使热核猛烈降温, 将裂变可用的核温度下降到图 7 中的阴影区, 即 2 MeV 左右. 这时 3 重平衡裂变还是可能的. 如果复合核系统超过 100, 4 重裂变也有一定几率. 问题在于延时定量的测定、动力学的粘滞系数等也都需要进行深入研究^[11].

以上是对统计平衡情况, 在部分平衡或对人射道的集体运动尚未完全阻尼的情况下, 近心碰撞出现的非完全平衡的多重碎裂也是可能的. 它们完全可用上述计算的位垒进行估量, 这时直到 8 重碎裂都可能发生.

上述计算中是作了锐表面近似的. 在核温度升高时表面弥散度增加, 但在所涉及的核温度范围核的体密度变化甚微, 即体电荷密度不变, 不会影响到上述库仑势计算结果. 进一步考虑表面弥散度对库仑势的影响有待于今后的工作.

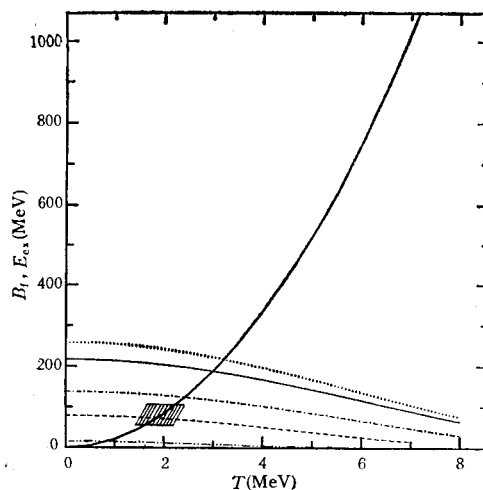


图 7 在 $E_{\text{ex}}-T$ 图中 ^{208}Pb 的多重碎裂位垒曲线簇和 $E_{\text{ex}} = AT^2/10$ 的曲线

阴影区为统计平衡裂变发生区(见正文中叙述).
 2 重 —— 6 重 - - - - 3 重 - · - · - 8 重
 - · - · - 4 重 —— E_{ex}

心感谢,在他的邀请下,戴光曦在那里与该组进行了有成效的合作研究。

参 考 文 献

- [1] Nuclear Dynamics, Nuclear Disassembly, J.B. Natowitz editor, World Scientific (1989).
- [2] P.Roussel-Chomaz, N. Colonna, Y. Blumenfeld et al., *Nucl. Phys.*, **A551** (1993)508.
- [3] D. Hilscher, H. Rossner, Hahn-Meitner Institute Preprint {HMI-92-P2}-Hill (1992).
- [4] V.V. Pashkevich, *Nucl. Phys.*, **A169** (1971) 275.
- [5] 戴光曦、李伟生,高能物理与核物理 12(1988) 669; G.Dai, W.Li, *Chinese Phys.* 8(1988) 427.
- [6] G. Dai, AIP Confer. Proc. 250 NIKKO 1991 Japan, 383(1991).
- [7] A.Diehl, W. Greiner, *Nucl. Phys.*, **A229** (1974)29.
- [8] F.Haddad, G.Royer, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **18** (1992)L153.
- [9] J.Blocki, J.Randrup, W.J. Swiatecki, C.F. Tsang, *Ann. Phys.*, **NY105** (1977) 427.
- [10] H.R. Jaqaman, *Phys. Rev.*, **C40** (1989)1677.
- [11] N. Carjan, *Nucl. Phys.*, **A452** (1986)381.

Deformation Potentials in Symmetric Multi-Fold Fission and Their Temperature-Dependence

Dai Guangxi

(Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

J.B. Natowitz R.Wada Y.N. Lou K.Hagel B.Xiao

*(Cyclotron Institute and Physics Department, Texas A&M University,
College Station, Texas 77843)*

Received 8 November 1993, Received 28 February 1994

Abstract

Deformation consisting of a series of quasi-Cassinian rotating bodies surrounding a inner joined sphere is assumed to be that associated with symmetric multi-fold fissions into two or more fragments. The deformation shapes with only one parameter evolve smoothly from that of an initial spherical nucleus to the scission point. The shapes are calculated using a quasi-Cassinian ovaloid shape parameterization, which has been demonstrated to be a good approximation for binary fission. Using this parameterization the deformation potential and barriers in 2,3,4,6 and 8-fold multifold fissions are calculated. Proximity effects are included. The temperature dependence of these fission barriers is considered too. Finally the fission dynamics delay effects on the multi-fission processes is also discussed.

Key words symmetry multi-fold fragmentation/fission, proximity potential, temperature-dependence of surface tension.