第19卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 19, No. 5
1995年5月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS May, 1995

2+1维 CP^1 模型拓扑项可移性研究*

高孝纯 徐东辉
(浙江大学物理系 杭州 310027)

1994-02-21 收稿

摘 要

求得了移去2+1维 CP^1 模型拓扑项的经典正则变换及相应的量子么正变换,并指出模型中拓扑项的存在性不仅与微观自旋模型有关,还与系统真空态的性质有关.

关键词 CP^1 模型,拓扑项,可移性.

1 引 言

2+1维 $O(3)$ σ 模型是分数自旋与统计这一猜想的第一个场论实现[1,2],同时在凝聚态物理中有重要的应用[3-6],因此对它的研究一直受到人们的重视.

2+1维 $O(3)$ σ 模型中是否存在拓扑项(即Hopf项)是一个重要的问题. Haldane等人从微观自旋模型取连续极限没有找到拓扑项,因而断言模型中拓扑项不存在[7-9];但是由于没有考虑系统真空态的性质,他们的结论可能是不完全的. 我们曾经通过1+1维 $O(3)$ σ 模型及1+1维 CP^1 模型中拓扑项的可移性研究来说明拓扑项的存在性不仅与微观自旋模型有关,同时与系统真空态的性质有关[10-13]. 本文将进一步研究2+1维 CP^1 模型拓扑项的可移性问题.

由于2+1维 $O(3)$ σ 模型或2+1维 CP^1 模型是具有内规范自由度的约束系统,它们的量子化较为复杂[14,15].最近, Pak 等讨论了这一问题[16],由于利用欧勒角作参数化自动解除了一约束,量子化较为简明. 我们将在Pak等人工作的基础上来讨论2+1维 CP^1 模型拓扑项的可移性问题.

2 移去拓扑项的经典正则变换及量子幺正变换

2+1维 $O(3)$ 非线性 σ 模型(含 Hopf 项)的作用量为[1,2]

$$S = \frac{1}{2g^2}\int d^3x\partial_\mu n^a\partial^\mu n^a + \frac{\Theta}{4\pi}\int d^3x\varepsilon^{\mu\nu\lambda}a_\mu\partial_\nu a_\lambda \tag{1}$$

* 高等学校博士点专项基金、国家自然科学基金及浙江省自然科学基金资助.

规范势 a_μ 由拓扑守恒流 J_μ 来定义 $J_\mu=\left(\frac{1}{8\pi}\right)\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\cdot\varepsilon^{abc}n^a\partial_\nu n^b\partial_\lambda n^c=\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\partial_\nu a_\lambda$. 作用量中的第二项即系数为 Θ 的 Hopf 不变量. 由于 Hapf 项的非局域性,非线性 σ 模型的处理变得困难，最好在等价的 CP^1 框架中讨论[5]. 定义 $n_a=Z^+\sigma^aZ$，Z 是一复的二分量旋量，满足 $Z^+Z=1$，σ^a 是通常的泡利矩阵: Pak 等进一步用欧勒角对复的 Z 场作参数化[16]

$$Z=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\exp(+i\varphi/2)\\ \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\exp(-i\varphi/2)\end{pmatrix}\exp(i\psi/2)$$

得到用欧勒角作参数化的 CP^1 模型的拉氏密度

$$\mathscr{L}=\frac{1}{2g^2}(\partial_\mu\theta\partial^\mu\theta+\sin^2\theta\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi)+\frac{\Theta}{16\pi^2}\varepsilon^{\lambda\mu\nu}\sin\theta\partial_\lambda\theta\partial_\mu\varphi\partial_\nu\psi \tag{2}$$

这一系统实际上是以 ψ 为内规范自由度的约束体系。经过通常的正则手续，文献[16]给出了相应的哈密顿量

$$H=\int d^2x(\mathscr{H}_0+\lambda(x)c(x)) \tag{3a}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_0=\frac{g^2}{2}&\left[\left(\pi_\theta-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\varphi\partial_j\psi\right)^2\right.\\&\left.+\frac{1}{\sin^2\theta}\left(\pi_\varphi-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\varphi\partial_j\theta\right)^2\right]\\&+\frac{1}{2g^2}(\partial_i\theta\partial_i\theta+\sin^2\theta\partial_i\varphi\partial_i\varphi)\end{aligned} \tag{3b}$$

其中 $C(x)=\pi_\psi-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\theta\partial_j\varphi$ 是初约束条件，$\lambda(x)$ 是拉氏乘子. 因为约束与哈密顿量对易,所以无相应的次级约束.

下面考察上述系统在正则变换下的行为. 考虑如下正则变换

$$\theta\to\theta'=\theta,\varphi\to\varphi'=\varphi,\psi\to\psi'=\psi \tag{4a}$$

$$\pi_\theta\to\pi_{\theta'}=\pi_\theta-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\varphi\partial_j\psi \tag{4b}$$

$$\pi_\varphi\to\pi_{\varphi'}=\pi_\varphi-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\psi\partial_j\theta \tag{4c}$$

$$\pi_\psi\to\pi_{\psi'}=\pi_\psi-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\theta\partial_j\varphi \tag{4d}$$

这时

$$\mathscr{H}_0\to\mathscr{H}'_0=\frac{g^2}{2}\left(\frac{\pi^2_{\theta'}+\pi^2_{\varphi'}}{\sin^2\theta'}\right)+\frac{1}{2g^2}(\partial_i\theta'\partial_i\theta'+\sin^2\theta'\partial_i\varphi'\partial_i\varphi') \tag{5a}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{L}\to\mathscr{L}'&=\dot\theta'\pi_{\theta'}+\dot\varphi'\pi_{\varphi'}+\dot\psi'\pi_{\psi'}-\mathscr{H}'_0\\&=\frac{1}{2g^2}(\partial_\mu\theta'\partial^\mu\theta'+\sin^2\theta'\partial_\mu\varphi'\partial^\mu\varphi')\end{aligned} \tag{5b}$$

我们看到，$\mathscr{L}'$ 不再包括拓扑项,拓扑项已经被一个经典正则变换移去了.

下面我们转向 CP^1 模型的量子理论，并寻找相应于经典正则变换的量子幺正变换．采用 Pak 的方案作量子化，这样量子哈密顿为[16]

$$\hat{H}=\int d^2x(\hat{\mathscr{H}}_0+\lambda(x)\hat{c}(x)) \tag{6a}$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathscr{H}}_0=&\frac{g^2}{2}\left[\frac{1}{\sin\theta}\left(\hat{\pi}_\theta-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\varphi\partial_j\psi\right)\sin\theta\right.\\&\times\left(\hat{\pi}_\theta-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\varphi\partial_j\psi\right)\\&\left.+\frac{1}{\sin^2\theta}\left(\hat{\pi}_\varphi-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\psi\partial_j\theta\right)^2\right]\\&+\frac{1}{2g^2}(\partial_i\theta\partial_i\theta+\sin^2\theta\partial_i\varphi\partial_i\varphi)\end{aligned} \tag{6b}$$

对易关系为 $[\hat{\theta}(x),\ \hat{\pi}_\theta(x')]=[\hat{\varphi}(x),\hat{\pi}_\varphi(x')]=[\hat{\psi}(x),\hat{\pi}_\psi(x')]=i\delta^2(x-x')$．约束算符为 $\hat{C}(x)=\hat{\pi}_\psi-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\theta\partial_j\varphi$ 物理态在约束算符作用下为零．现在来寻找与移去拓扑项的经典正则变换相应的量子幺正变换，首先看拉氏密度中对应 Hopf 不变量的项

$$\begin{aligned}&\frac{\Theta}{16\pi^2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\sin\theta\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi\partial_\lambda\psi\\&=\frac{\Theta}{16\pi^2}(\dot{\theta}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\varphi\partial_j\psi+\dot{\varphi}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\psi\partial_j\theta+\dot{\psi}\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\theta\partial_j\varphi)\\&\equiv\frac{\Theta}{16\pi^2}(\dot{\theta}A_\theta+\dot{\varphi}A_\varphi+\dot{\psi}A_\psi)\end{aligned} \tag{6c}$$

用 A_θ、A_φ、A_ψ 可将哈密顿密度改写为

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_0=&\frac{g^2}{2}\left[\frac{1}{\sin\theta}(\hat{\pi}_\theta-\hat{A}_\theta)\sin\theta(\hat{\pi}_\theta-\hat{A}_\theta)+\frac{1}{\sin^2\theta}(\hat{\pi}_\varphi-\hat{A}_\varphi)^2\right]\\&+\frac{1}{2g^2}(\partial_i\theta\partial_i\theta+\sin^2\theta\partial_i\varphi\partial_i\varphi)\end{aligned} \tag{7}$$

用引入参考位形的方法[2]，求得移去拓扑项的量子幺正变换

$$U=\exp\left[i\frac{\Theta}{16\pi^2}\int_c A_\theta\delta_\theta+A_\varphi\delta\varphi+A_\psi\delta\psi\right] \tag{8}$$

其中 c 代表连接参考位形与所考虑位形的路径．显然这样一个与路径有关的量子幺正变换是多值的．可以用参数 τ 对路径 c 作参数化：$\theta=\theta(\tau)$，$\varphi=\varphi(\tau)$，$\psi=\psi(\tau)$；$\tau=0$ 时的位形对应参考位形，$\tau=t$（t 不是时间，只是参数的一个值）时的位形对应所考虑的位形．这样，量子幺正变换可写成

$$U=\exp\left[i\frac{\Theta}{16\pi^2}\int_c d^3x\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\sin\theta\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi\partial_\lambda\psi\right] \tag{9}$$

注意到 $\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\sin\theta\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi\partial_\lambda\psi=\partial_\mu\omega^\mu$ 为一全散度，上面的积分可化为表面项；如果取 $\omega^\mu=\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\psi\sin\theta\partial_\nu\theta\cdot\partial_\lambda\varphi$，表面项中关于空间无穷远处的贡献为零，暂略去参考位形的影响，量子幺正变换的表达式进一步可写为

$$U = \exp\left[i\frac{\Theta}{16\pi^2}\int d^2x\phi\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\theta\partial_j\varphi\right] \tag{10}$$

易验证 $UH_\Theta U^+ = H_{\Theta=0}$，即这样的量子幺正变换对应经典正则变换，将拓扑项移去了．应该指出，在场位形空间中，H_Θ 内的 π_θ,π_φ 和 π_ϕ 等均为局域算符，所以 $UH_\Theta U^+=H_{\Theta=0}$ 是场位形空间中的一个局域关系．证明此关系在 $\theta(t)=\theta$，$\varphi(t)=\varphi$，$\phi(t)=\phi$ 附近成立时，可略去参考位形的影响．但要在大范围内定义 U，必须用(9)式．即在大范围内移去拓扑项的 U 是非单值的．

3 CP^1 模型拓扑项的可移性

下面我们讨论移去拓扑项的物理意义．首先来看量子幺正变换对态的影响．态满足约束条件，在薛定谔图象，波泛函可写作

$$\Psi(\theta,\varphi,\phi) = \exp\left(-i\frac{\Theta}{16\pi^2}\int d^2x\phi\sin\theta\varepsilon^{ij}\partial_i\theta\partial_j\varphi\right)\Psi'(\theta,\varphi).$$

这样的波泛函实际上就是 $U(1)$ 规范群的投影表示[17]．如果记这样的由参数 $\vartheta=\Theta$ 标志的态为 $|\vartheta=\Theta\rangle$，那么在量子幺正变换下有 $U|\vartheta=\Theta\rangle = |\vartheta=0\rangle$，即由 $\vartheta=\Theta$ 标志的态变为由 $\vartheta=0$ 标志的态．

为了进一步分析态的性质，我们来考察约束条件的起源．事实上在拉氏量中 ϕ 是 $U(1)$ 规范自由度；由于拓扑项的存在拉氏量不再严格地保持规范不变，在 $U(1)$ 规范变换下拉氏量可相差一表面项．如果要求初态至末态的跃迁幅规范不变，那么必须要求态是投影表示（不再规范不变）．因此态是投影表示是初态至末态的跃迁幅规范不变的结果．但是态之间的跃迁幅规范不变并不总是成立，因为初态的性质不能由系统的哈密顿量来决定．例如在标准模型中，拉氏量是规范不变的，但是真空态由于对称性的自发破缺而不再是规范不变的．在这里非规范不变的真空态可作为 Hopf 项的来源，此真空态可由与另一系统的耦合产生．

因此，如果放宽态之间的跃迁幅规范不变的要求，那么当拉氏量中存在拓扑角为 Θ 的拓扑项时，态可以是 $|\vartheta=0\rangle$；同样，当拉氏量中不存在拓扑项时，态可以是 $|\vartheta=\Theta\rangle$．下面考虑真空到真空的跃迁幅

$$\begin{aligned}&\langle\vartheta=0|p\exp(-iH_\Theta T)|\vartheta=0\rangle\\&=\langle\vartheta=0|U^+Up\exp(-iH_\Theta T)U^+U|\vartheta=0\rangle\\&=\langle\vartheta=\Theta|p\exp(-iH_{\Theta=0}T)|\vartheta=\Theta\rangle\end{aligned} \tag{11}$$

这就是说，一真空态由 $\vartheta=0$ 标志，拉氏量中含拓扑项的系统（拓扑角为 Θ）等价于一真空态由 $\vartheta=\Theta$ 标志，拉氏量中不含拓扑项的系统．因为拓扑项是可移的，所以我们的结果表明，CP^1 模型在 2＋1 维情形是否存在拓扑项不仅与微观自旋模型有关，还与系统真空态的性质有关．因此从微观自旋模型中没有发现拓扑项的存在并不能完全排除拓扑项存在的可能性．这里的结论与我们关于 1＋1 维 CP^1 模型的结论相似[13]．

在量子场论中真空到真空的跃迁幅十分重要，此跃迁幅可在欧空计算，可以称为欧空相因子．下面用路径积分表示出此相因子．

Shape 态可写作 $|\theta(x),\varphi(x),\psi(x)\rangle$，利用此 Shape 态的完备性，令 $T=N\varepsilon(N\to\infty)$，即得

$$
\begin{aligned}
&\langle 0|\exp(-HT)|0\rangle \\
&=\langle 0|\theta_N(x),\varphi_N(x),\psi_N(x)\rangle\left(\prod_{x_1x_2}\sin\theta_N \mathrm{d}\theta_N \mathrm{d}\varphi_N \mathrm{d}\psi_N \mathrm{d}\lambda_N\right)\\
&\quad\cdot\langle\theta_N(x),\varphi_N(x),\psi_N(x)|\exp(-H\varepsilon)|\theta_{N-1}(x),\varphi_{N-1}(x),\psi_{N-1}(x)\rangle\cdots\\
&\quad\cdot\left(\prod_{x_1x_2}\sin\theta_1 \mathrm{d}\theta_1 \mathrm{d}\varphi_1 \mathrm{d}\psi_1 \mathrm{d}\lambda_1\right)\\
&\quad\cdot\langle\theta_1(x),\varphi_1(x),\psi_1(x)|\exp(-H\varepsilon)|\theta_0(x),\varphi_0(x),\psi_0(x)\rangle\\
&\quad\cdot\left(\prod_{x_1x_2}\sin\theta_0 \mathrm{d}\theta_0 \mathrm{d}\varphi_0 \mathrm{d}\psi_0 \mathrm{d}\lambda_0\langle\theta_0(x),\varphi_0(x),\psi_0(x)|0\rangle\right.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

约束已通过对拉氏乘子 λ 的积分加入. 令 $\theta_{n+1}=\theta_n+\dot{\theta}_n\varepsilon$, $\varphi_{n+1}=\varphi_n+\dot{\varphi}_n\varepsilon$, $\psi_{n+1}=\psi_n+\dot{\psi}_n\varepsilon$, 保留至 ε 的一阶项，用与[13]中相似的推导，可得

$$
\begin{aligned}
&\langle 0|\exp(-HT)|0\rangle\\
&=C_N\int\left(\prod_{m=0}^{N-1}\prod_{x_1x_2}\mathrm{d}p_m \mathrm{d}k_m \mathrm{d}q_m\right)\left(\prod_{n=1}^{N-1}\prod_{x_1x_2}\sin\theta_n \mathrm{d}\theta_n \mathrm{d}\varphi_n \mathrm{d}\psi_n \mathrm{d}\lambda_n\right)\\
&\quad\cdot\exp\Bigg\{\varepsilon\sum_{k=0}^{N-1}\int \mathrm{d}^2x(p_k\dot{\theta}_k+k_k\sin\theta_k\dot{\varphi}_k+q_k\dot{\psi}_k)\\
&\quad-\frac{g^2}{2}\left[\left(p_k-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta_k\varepsilon^{ij}\partial_i\varphi_k\partial_j\psi_k\right)^2\right.\\
&\quad\left.+\frac{1}{\sin^2\theta_k}\left(k_k-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta_k\varepsilon^{ij}\partial_i\psi_k\partial_j\theta_k\right)^2\right]\\
&\quad+\frac{1}{2g^2}[(\partial_i\theta_k)^2+\sin^2\theta_k(\partial_i\varphi_k)^2]\\
&\quad+i\lambda_k\left(q_k-\frac{\Theta}{16\pi^2}\sin\theta_k\varepsilon^{ij}\partial_i\theta_k\partial_j\varphi_k\right)\Bigg\}\\
&\xrightarrow[N\to\infty]{\varepsilon\to 0}C_N\int\left(\prod_{x_0x_1x_2}\sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\psi\right)\exp\Bigg\{-\varepsilon\int \mathrm{d}^2x\Bigg[\frac{1}{2g^2}(\partial_\mu\theta\partial^\mu\theta\\
&\quad+\sin^2\theta\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi)+i\frac{\Theta}{16\pi^2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\sin\theta\partial_\lambda\theta\partial_\mu\varphi\partial_\nu\psi\Bigg]\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{13}
$$

其中 $i\dfrac{\Theta}{16\pi^2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\sin\theta\partial_\lambda\theta\partial_\mu\varphi\partial_\nu\psi$ 即为欧空中有效拉氏密度里的拓扑项. 此项对应的几何相因子与 A-B 效应有关[18].

4 讨　　论

(1) 本文求得了移去 2+1 维 CP¹ 模型拓扑项的经典正则变换及相应的量子幺正变换. 这表明: 与 1+1 维 $O(3)$ 模型或 CP¹ 模型相似[10—13], 2+1 维 CP¹ 模型中拓扑项是可移的，它的存在不仅与微观自旋模型有关，还与系统基态的性质有关. 最近在文

献[17]中也讨论了类似的问题，但是由于采用Z场表示，量子化较复杂，也没有给出量子幺正变换的显式。本文采用欧勒角作参数化，量子化较简明，同时移去拓扑项的量子幺正变换也有明显的表达式。

(2) 按照文献[1]，Wilczek 和 Zee 曾提出通过量子涨落，2 + 1 维 $O(3)$ σ 模型的真空态中可有正负孤子对存在。如何用正负孤子对来构造量子真空，特别是构造我们前面所讨论的由 ϑ 标志的真空态，是值得进一步研究的问题。

(3) 研究分子中的相因子问题时，有所谓分子的 A-B 效应[19]，此效应实来自"核"变量与"电子"变量的耦合。在第3节末曾指出拓扑项 $i\frac{\Theta}{16\pi^2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\sin\theta\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi\partial_\lambda\psi$ 对应的几何相因子，实代表一种 A-B 效应。与分子物理一样，这种效应可能是某种耦合机制的结果。另外，我们知道，在量子力学中讨论 A-B 效应时，可把含矢量势的项从哈密顿中移去，而单值波函数为多值波函数所取代。在本文讨论的量子场论问题中，亦有类似情况，即可用一个多值 U 变换把拓扑项移去，此多值 U 变换使描写场系统状态的单值波泛函为多值波泛函所取代。

(4) 在 Yang-Mills 理论有关强 CP 破缺的讨论中曾引入 Peccei-Quinn 机制，即多引入一个 Higgs 的多重态与原系统耦合的机制来确定 ϑ 项 (拓扑项)[20,21]。分子物理和 Yang-Mills 理论的有关结果都启发我们从某种有物理依据的耦合机制探求拓扑项的根源。这方面的工作正在进行之中。

参 考 文 献

[1] F. Wilczek, A. Zee, *Phys. Rev. Lett.*, **51** (1983) 2250.
[2] Y. S. Wu, A. Zee, *Phys. Lett.*, **147B** (1984) 325.
[3] S. Chakravaty, B. I. Halperin, D. Nelson, *Phys. Rev.*, **39B** (1989) 2344.
[4] I. Affleck, *Phys. Rev.*, **37B** (1988) 5186.
[5] I. Dzyaloshinskii, A. M. Polyakov, P. Wiegmann, *Phys. Lett.*, **127A** (1988) 1057.
[6] X. G. Wen, A. Zee, Phys. *Rev. Lett.*, **63** (1989) 461.
[7] F. D. M. Haldane, Phys. *Rev. Lett.*, **61** (1988) 1029.
[8] X. G. Wen, A. Zee, *Phys. Rev. Lett.*, **61** (1988) 1025.
[9] E. Fradkin, M. Stone, *Phys. Rev*. **38B** (1988) 7215.
[10] 高孝纯，汪浦，许晶波，李文铸，高能物理与核物理，**13**(1989)527.
[11] 高孝纯，许晶波，严激进，李文铸，高能物理与核物理，**15**(1991)591.
[12] J. B. Xu (许晶波), X. C. Gao (高孝纯), J. J. Yan (严激进), W. Z. Li (李文铸), *Z. Phys.*, **51C** (1991) 133.
[13] 高孝纯，钱铁铮，高能物理与核物理，**18**(1994)136.
[14] M. Bowick, etc., *Nucl. Phys.*, **271B** (1986) 417.
[15] P. Voruganti, *Phys. Rev.*, **39D** (1989) 1179.
[16] N. K. Pak, R. Percacei, *Phys. Rev.*, **43D** (1991) 1375.
[17] D. Bergeron, etc., *Int. J. Mod. Phys.*, **7A** (1992) 2417.
[18] Y. S. Wu, A. Zee, *Nucl. Phys.*, **272B** (1986) 417.
[19] C. A. Mead, *Reviews of Modern Phys.*, **64** (1992) 51.
[20] P. D. Peccei, H. Quinn, *Phys. Rev. Lett.*, **38** (1977) 1440.
[21] S. M. Barr, X. C. Gao (高孝纯), D. B. Reiss, *Phys. Rev.*, **26D** (1982) 2176.

Removability of the Topological Term in the 2+1 Dimensional CP^1 Model

Gao Xiaochun　　Xu Donghui

(*Physics Department, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

Received 21 February 1994

Abstract

The removability of the topological term in 2 + 1Dimensional CP^1 model is studied. Both the classical canonical transformation and quantum unitary transformation for the removal of the topological term are obtained. It is pointed out that, in order to give an answer to the question of whether the topological term exists or not, one has to study not only the corresponding microscopic spin model but also the vacuum structure of the CP^1 model.

Key words CP^1 model, topological term, removability.