第19卷第11期 高能物理与核物理 Vol.19, No.11
1995年11月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1995

^{100}Sn 核基态性质的微观研究 *

任中洲 徐躬耦

(南京大学物理系 南京 210008)

1994-11-02 收稿

摘 要

用相对论平均场理论和非相对论平均场理论计算了双幻核 ^{100}Sn 的结合能，核物质分布半径，中子分布半径和质子分布半径等，并对这两种理论计算结果进行了比较和讨论. 这是对 ^{100}Sn 核的第一个微观计算.

关键词 ^{100}Sn 核，相对论平均场，非相对论平均场.

1 引 言

近年来，合成双幻核 ^{100}Sn 引起人们极大的兴趣，原因在于 ^{100}Sn 是最重的 $N=Z$ 的稳定双幻核，对其进行研究可检验已有的核模型理论在质子滴线附近的适用性，并可有助于理解在高温和高密度星系中与丰质子核有关的核天体反应过程.

法国 GANIL 国家实验室和德国 GSI 实验室为合成 ^{100}Sn 核已于近两年进行了数个实验. 在此基础上，终于在今年四月，利用弹核碎片分离技术，分别合成了 ^{100}Sn 核[1,2].

本文将对 ^{100}Sn 核的基态性质进行理论研究. 目前，已有的关于 ^{100}Sn 核结合能等的计算都是基于核液滴模型或其它宏观模型，引入多个参数，利用核结合能的系统性，然后给出 ^{100}Sn 核的结果[3]. 本文将利用相对论平均场理论和非相对论平均场理论研究 ^{100}Sn 核的基态性质，通过这种不含任何可调参数的微观计算，我们希望解决以下两个问题:

(1) 预言 ^{100}Sn 核的结合能，核物质分布半径、中子分布半径和质子分布半径等.

(2) 检验相对论平均场理论和非相对论平均场理论在质子滴线附近的适用性.

2 非相对论平均场理论

我们用零程，密度和动量有关的 Skyrme 力，进行 Hartree－Fock 计算[4]，研究 ^{100}Sn 核的基态性质. 由于 Skyrme 力，Hartree－Fock 计算是研究球形核基态性质的一种成熟的方法，故这里仅给出大概的框架，而不对此进行过多的细节讨论.

通常，可通过对核的总能量泛函求变分而导出 Hartree－Fock 方程. 核的总能量泛函可写为[4]:

* 国家教委留学回国人员基金资助.

$$E=E_{\mathrm{Skyrme}}+E_{\mathrm{Coulomb}}+E_{\mathrm{pair}}-E_{\mathrm{cm}} \tag{1}$$

这里 E_{Skyrme} 为 Skyrme 力的能量泛函，E_{Coulomb} 是库仑能，E_{pair} 是对能．E_{cm} 用于消除多余的质心激发.

零程，密度和动量有关的 Skyrme 力具体形式为[4]:

$$\begin{aligned} V_{\mathrm{Skyrme}}= & t_0(1+x_0 P_x)\delta(\vec{r}_i-\vec{r}_j) \\ & +\frac{1}{2} t_1(1+x_1 P_x)\{\vec{p}_{12}^2 \delta(\vec{r}_i-\vec{r}_j)+\vec{p}_{12}^2 \delta(\vec{r}_i-\vec{r}_j)\} \\ & +t_2(1+x_2 P_x)\vec{p}_{12} \delta(\vec{r}_i-\vec{r}_j)\vec{p}_{12} \\ & +\frac{1}{6} t_3(1+x_3 P_x)\rho^\alpha(\vec{r})\delta(\vec{r}_i-\vec{r}_j) \\ & +i t_4 \vec{p}_{12} \delta(\vec{r}_i-\vec{r}_j) \cdot (\vec{\sigma}_i+\vec{\sigma}_j)\times \vec{p}_{12}, \end{aligned} \tag{2}$$

这里 $\vec{p}_{12}=\vec{p}_1-\vec{p}_2$ 为相对动量，P_x 为空间交换算符，$\vec{\sigma}$ 为 Pauli 自旋矩阵，$\vec{r}=\frac{1}{2}(\vec{r}_i+\vec{r}_j)$，而 t_0，t_1，t_2，t_3，t_4 和 x_0，x_1，x_2，x_3，α 为 Skyrme 力参数.

对球形核基态，单粒子波函数可写为:

$$\varphi_\beta(\vec{r})=\frac{R_\beta(r)}{r} \mathscr{Y}_{j_\beta l_\beta m_\beta(\theta,\varphi)}, \tag{3}$$

这里 $\mathscr{Y}_{j_\beta l_\beta m_\beta}$ 为旋量球谐函数.

总的 Skyrme 能量泛函为:

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{Skyrme}}= & 4\pi\int_0^\infty \mathrm{d}r\, r^2\left\{\frac{\hbar^2}{2m}\tau+\frac{1}{2} t_0\left(1+\frac{1}{2} x_0\right)\rho^2\right. \\ & -\frac{1}{2} t_0\left(\frac{1}{2}+x_0\right)\sum_q \rho_q^2+\frac{1}{12} t_3\left(1+\frac{1}{2} x_3\right)\rho^{\alpha+2} \\ & -\frac{1}{12} t_3\left(\frac{1}{2}+x_3\right)\rho^\alpha \sum_q \rho_q^2 \\ & +\frac{1}{4}\left[t_1\left(1+\frac{1}{2} x_1\right)+t_2\left(1+\frac{1}{2} x_2\right)\right]\rho\tau \\ & -\frac{1}{4}\left[t_1\left(\frac{1}{2}+x_1\right)-t_2\left(\frac{1}{2}+x_2\right)\right]\sum_q \rho_q \tau_q \\ & -\frac{1}{16}\left[3t_1\left(1+\frac{1}{2} x_1\right)-t_2\left(1+\frac{1}{2} x_2\right)\right]\rho\nabla^2\rho \\ & +\frac{1}{16}\left[3t_1\left(1+\frac{1}{2} x_1\right)+t_2\left(1+\frac{1}{2} x_2\right)\right]\sum_q \rho_q \nabla^2 \rho_q \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}t_4\left[\rho\vec{\nabla}\cdot\vec{J}+\sum_q\rho_q\vec{\nabla}\cdot\vec{J}_q\right]\Bigg\}. \tag{4}$$

这里 $\nabla^2=\partial_r^2+\frac{2}{r}\partial_r$，$\partial_r$ 是 $\frac{\partial}{\partial r}$ 的缩写，对定态，流密度 $\vec{J}$ 为零. 其中

$$\rho_q(r)=\sum_{n_\beta j_\beta l_\beta}w_\beta\frac{2j_\beta+1}{4\pi}\left(\frac{R_\beta}{r}\right)^2,$$

$$\tau_q(r)=\sum_{n_\beta j_\beta l_\beta}w_\beta\frac{2j_\beta+1}{4\pi}\left[\left(\partial_r\frac{R_\beta}{r}\right)^2+\frac{l(l+1)}{r^2}\left(\frac{R_\beta}{r}\right)^2\right], \tag{5}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J}_q(r)=\left(\partial_r+\frac{2}{r}\right)J_q(r),$$

$$J_q(r)=\sum_{n_\beta j_\beta l_\beta}w_\beta\frac{2j_\beta+1}{4\pi}\left[j_\beta(j_\beta+1)-l_\beta(l_\beta+1)-\frac{3}{4}\right]\frac{2}{r}\left(\frac{R_\beta}{r}\right)^2.$$

这里 w_β 为占有权重. 式(4)中其它量定义为:

$$\begin{gathered}\rho=\rho_{\rm pr}+\rho_{\rm ne},\\ \tau=\tau_{\rm pr}+\tau_{\rm ne},\\ \vec{\nabla}\cdot\vec{J}=\vec{\nabla}\cdot\vec{J}_{\rm pr}+\vec{\nabla}\cdot\vec{J}_{\rm ne}.\end{gathered} \tag{6}$$

能量泛函对 R_β 变分，可得到 Hartree－Fock 方程

$$h_q R_\beta=\varepsilon_\beta R_\beta, \tag{7}$$

这里 h_q 为平均场哈密顿量,

$$h_q=\partial_r B_q\partial_r+U_q+U_{ls,q}\vec{l}\cdot\vec{\sigma}. \tag{8}$$

这里

$$\begin{aligned}B_q=&\frac{\hbar^2}{2m_q}+\frac{1}{8}\left[t_1\left(1+\frac{1}{2}x_1\right)+t_2\left(1+\frac{1}{2}x_2\right)\right]\rho\\ &-\frac{1}{8}\left[t_1\left(\frac{1}{2}+x_1\right)-t_2\left(\frac{1}{2}+x_2\right)\right]\rho_q.\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}U_q=&t_0\left(1+\frac{1}{2}x_0\right)\rho-t_0\left(\frac{1}{2}+x_0\right)\rho_q\\ &+\frac{1}{12}t_3\rho^\alpha\left[(2+\alpha)\left(1+\frac{1}{2}x_3\right)\rho\right.\\ &\left.-2\left(\frac{1}{2}+x_3\right)\rho_q-\alpha\left(\frac{1}{2}+x_3\right)\frac{\rho_{\rm pr}^2+\rho_{\rm ne}^2}{\rho}\right]\\ &+\frac{1}{4}\left[t_1\left(1+\frac{1}{2}x_1\right)+t_2\left(1+\frac{1}{2}x_2\right)\right]\tau\end{aligned}$$

$$-\frac{1}{4}\left[t_1\left(\frac{1}{2}+x_1\right)-t_2\left(\frac{1}{2}+x_2\right)\right]\tau_q$$

$$-\frac{1}{8}\left[3t_1\left(\frac{1}{2}+x_1\right)-t_2\left(\frac{1}{2}+x_2\right)\right]\Delta\rho$$

$$+\frac{1}{8}\left[3t_1\left(\frac{1}{2}+x_1\right)+t_2\left(\frac{1}{2}+x_2\right)\right]\Delta\rho_q$$

$$-\frac{1}{4}t_4(\nabla\cdot\vec{J}+\nabla\cdot\vec{J}_q)+U_{\mathrm{Coul}}. \tag{10}$$

$$U_{ls,q}=\frac{1}{4}t_4(\rho+\rho_q)+\frac{1}{8}(t_1-t_2)J_q-\frac{1}{8}(x_1t_1+x_2t_2)J, \tag{11}$$

这里

$$U_{\mathrm{Coul}}=U_{\mathrm{Coul,dir}}+U_{\mathrm{Coul,exch}}. \tag{12}$$

$$-\Delta U_{\mathrm{Coul,dir}}=4\pi e^2\rho_{\mathrm{c}}. \tag{13}$$

$$U_{\mathrm{Coul,exec}}=-\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}\rho_{\mathrm{pr}}^{\frac{1}{3}}. \tag{14}$$

这样，知道了Skyrme力参数，就可通过叠代方法求解Hartree－Fock方程，计算单粒子能量、波函数并进而求得核的总能量和核物质分布半径. 通常，Skyrme力参数通过拟合一系列球形核的基态性质得到，故不同的Skyrme力参数对球形核的基态性质结果差异不大，本文采用skm*计算^{100}Sn双幻核的基态性质，skm*力参数的具体数值为：$t_0=-2645.0$，$t_1=410.0$，$t_2=-135.0$，$t_3=15595.0$，$t_4=130.0$，$x_0=0.09$，$x_1=0.0$，$x_2=0.0$，$x_3=0.0$，$\alpha=\frac{1}{6}$，它们的量纲可参考文献[4]，skm*是公认的一组比较好的Skyrme力参数.

对^{100}Sn双幻核，Skyrme力，Hartree－Fock计算的数值结果由表1的第二行给出.

3　相对论平均场理论

对有限核，相对论Dirac－Hartree方程可从介子和重子相互作用的量子场论导出[5]，相互作用拉格朗日为：

$$\mathscr{L}=\mathscr{L}_0+\frac{1}{2}(\partial_\mu\vec{\pi}\cdot\partial^\mu\vec{\pi}-m_\pi^2\vec{\pi}\cdot\vec{\pi})-ig_\pi\overline{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\cdot\vec{\pi}\psi$$
$$-\frac{1}{4}\vec{B}_{\mu\nu}\cdot\vec{B}^{\mu\nu}+\frac{1}{2}m_\rho^2\vec{b}_\mu\cdot\vec{b}^\mu-\frac{1}{2}g_\rho\overline{\psi}\gamma_\mu\vec{\tau}\cdot\vec{b}^\mu\psi$$
$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}-eA_\mu\left[\overline{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}(1+\tau_3)\psi+(\vec{b}_\nu\times\vec{B}^{\nu\mu})_3\right.$$
$$\left.+(\vec{\pi}\times(\partial^\mu\vec{\pi}+g_\rho(\vec{\pi}\times\vec{b}^\mu)))_3\right], \tag{15}$$

这里

$$\mathscr{L}_0=\overline{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu-M)\psi+\frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi\partial^\mu\phi-m_s^2\phi^2)-\frac{1}{4}G_{\mu\nu}G_{\mu\nu}$$

$$+\frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu-g_v\overline{\psi}\gamma_\mu\psi V^\mu+g_s\overline{\psi}\psi\phi \tag{16}$$

是 Walecka[6] 模型的拉格郎日密度，在 $\mathscr{L}_0$ 中，M，m_s，m_v 分别是核子，标量介子和矢量介子的质量，$G^{\mu\nu}=\partial^\mu V^\nu-\partial^\nu V^\mu$ 为矢量介子场函数，通常称这里的标量和矢量介子为 σ 和 ω 介子. 在 $\mathscr{L}$ 的表达式中，$\vec{\pi}$，$\vec{b}_\mu$，$\vec{A}_\mu$ 分别是 π，ρ 和电磁场函数，而 $\vec{B}^{\mu\nu}$ 为 ρ 介子场强，$\vec{B}^{\mu\nu}\equiv\partial^\mu\vec{b}^\nu-\partial^\nu\vec{b}^\mu-g_\rho(\vec{b}^\mu\times\vec{b}^\nu)$，$F_{\mu\nu}$ 为电磁场场强、ψ 为旋量场（核子场）.

通常取近似，认为介子场函数为经典场. 并进一步仅讨论球形核基态，则 π 介子场在 Dirac－Hartnee 近似下不进入方程，σ，ω，ρ 介子、光子以及核子所满足的方程为[5]：

$$\frac{d^2}{dr^2}\phi_0(r)+\frac{2}{r}\frac{d}{dr}\varphi_0(r)-m_s^2\phi(r)=-g_s\rho_s(r), \tag{17}$$

$$\frac{d^2}{dr^2}V_0(r)+\frac{2}{r}\frac{d}{dr}V_0(r)-m_v^2V_0(r)=-g_v\rho_\beta(r), \tag{18}$$

$$\frac{d^2}{dr^2}b_0(r)+\frac{2}{r}\frac{d}{dr}b_0(r)-m_\rho^2b_0(r)=-\frac{1}{2}g_\rho\rho_3(r), \tag{19}$$

$$\frac{d^2}{dr^2}A_0(r)+\frac{2}{r}\frac{d}{dr}A_0(r)=-e\rho_p(r), \tag{20}$$

$$\frac{d}{dr}\mathrm{G}_\alpha(r)+\frac{k}{r}G_\alpha(r)-[\varepsilon_\alpha-g_vV_0(r)-t_\alpha g_\rho b_0(r)$$

$$-\left(t_\alpha+\frac{1}{2}\right)eA_0(r)+M-g_s\phi_0(r)]F_\alpha(r)=0, \tag{21}$$

$$\frac{d}{dr}F_\alpha(r)-\frac{k}{r}F_\alpha(r)+[\varepsilon_\alpha-g_vV_0(r)-t_\alpha g_\rho b_0(r)$$

$$-\left(t_\alpha+\frac{1}{2}\right)eA_0(r)-M+g_s\phi_0(r)]G_\alpha(r)=0. \tag{22}$$

这里 $F_\alpha(r)$ 和 $G_\alpha(r)$ 对应正能旋量波函数的两个分量，对实势，$F_\alpha(r)$ 和 $G_\alpha(r)$ 是束缚态波函数，其归一化条件为：

$$\int_0^\infty dr(|G_\alpha(r)|^2+|F_\alpha(r)|^2)=1, \tag{23}$$

在上述方程中，ρ_s，ρ_B，ρ_3 和 ρ_p 的定义为[5]：

$$\rho_s=\sum_\alpha^{occ}\left(\frac{2j_\alpha+1}{4\pi r^2}\right)(|G_\alpha(r)|^2-|F_\alpha(r)|^2), \tag{24}$$

$$\rho_B=\sum_\alpha^{occ}\left(\frac{2j_\alpha+1}{4\pi r^2}\right)(|G_\alpha(r)|^2+|F_\alpha(r)|^2), \tag{25}$$

$$\rho_3=\sum_\alpha^{occ}\left(\frac{2j_\alpha+1}{4\pi r^2}\right)(|G_\alpha(r)|^2+|F_\alpha(r)|^2)(-)^{t_\alpha-\frac{1}{2}}, \tag{26}$$

$$\rho_p(r)=\sum_{\alpha}^{occ}\left(\frac{2j_\alpha+1}{4\pi r^2}\right)(|G_\alpha(r)|^2+|F_\alpha(r)|^2)\left(t_\alpha+\frac{1}{2}\right). \tag{27}$$

这里 t_α 为同位旋.

方程(17)—(22)是一组耦合的非线性方程，其中(21)和(22)为重子波函数所满足的 Dirac-Hartree 方程，在给定介子势下，可进行数值叠代求解方程(17)—(22). 有了方程的解，可计算系统的总能量及其它物理量，系统的总能量由下式给出

$$E=\sum_{\alpha}^{occ}\varepsilon_\alpha(2j_\alpha+1)-\frac{1}{2}\int d\vec{r}\,[-g_s\phi_0(r)\rho_s(r)+g_v V^0(r)\rho_B(r)+\frac{1}{2}g_\rho b_0(r)\rho_3(r)+eA_0(r)\rho_p(r)]. \tag{28}$$

在球形核基态的数值计算中，一些参数取自实验值 $M=939\mathrm{MeV}$，$M_v=m_\omega=783\mathrm{MeV}$，$m_\rho=770\mathrm{MeV}$ 和 $\frac{e^2}{4\pi}=\alpha=\frac{1}{137}$，其它参数通过拟合核物质和 ^{40}Ca 基态性质得到，$g_s^2=109.6$，$g_v^2=190.4$，$g_\rho^2=65.23$，$m_s=520\mathrm{MeV}$. 在本文中，我们采用上述这些参数的标准输入，而不引入其它任何附加参数或做任何修改，来计算双幻核 ^{100}Sn基态的一些性质，数值结果见表 1.

表 1 ^{100}Sn 核基态性质的数值结果

计算方法	$-E/A$(MeV / 每核子)	R_p(fm)	R_n(fm)	$E_{1g\frac{9}{2}}$(p)(MeV)
非相对论平均场	8.078	4.434	4.349	−2.432
相对论平均场	6.713	4.384	4.304	−3.400

4 计算结果和讨论

^{100}Sn 核的平均结合能，质子物质分布半径，中子物质分布半径及最后一个质子单粒子能级的能量分别在表 1 中给出，从表 1 可看出，相对论平均场理论和非相对论平均场理论所给出的质子物质分布半径和中子物质分布半径的数值几乎一致，两种方法所给出的最后一个质子能级的束缚能数值也和 Wapstra 及 Audi 预言的质子分离能数值 $E(\mathrm{p})=2.84\pm0.67$[7] 接近. Wapstra 和 Audi[7] 根据系统性预言的 ^{100}Sn 核的平均结合能数值为 $-E/A=8.245\mathrm{MeV}$，非相对论平均场的理论结果与此接近. 但相对论平均场的理论结果小于此数值，这是因为在相对论平均场理论中，我们未考虑标量介子场自作用所导致的非线性项，引入这些项无疑会导致核子结合能的增加.

表 2 相对论平均场理论所给出的^{100}Sn 核的单粒子能级

单粒子能级	质子能量	中子能量	单粒子能级	质子能量	中子能量
$1S_{1/2}$	−50.23	−66.15	$1F_{7/2}$	−15.90	−30.52
$1P_{3/2}$	−40.22	−55.69	$1F_{5/2}$	−8.40	−23.17
$1P_{1/2}$	−38.50	−54.10	$2P_{3/2}$	−5.15	−19.78
$1D_{5/2}$	−28.42	−43.47	$2P_{1/2}$	−3.46	−18.00
$1D_{3/2}$	−24.06	−39.30	$1G_{9/2}$	−3.40	−17.55
$2S_{1/2}$	−19.21	−34.59			

在表2 中，给出了相对论平均场理论所计算出的^{100}Sn 核的单粒子能级. 从表 2 还可以看出，由于^{100}Sn 核接近质子滴线，故质子最后一个单粒子能级的束缚能明显小于中子最后一个单粒子能级的束缚能.

5 结　论

我们用相对论平均场理论和非相对论平均场理论计算了^{100}Sn 核的结合能，质子物质分布半径和中子物质分布半径等物理量. 除核子平均结合能外，两种理论计算结果基本一致，也与 Wapstra 和 Audi 根据系统性所预言的数值接近. 我们还对计算结果进行了分析和讨论，结果表明非相对论平均场理论和相对论平均场理论可适用于^{100}Sn 这种质子滴线附近的核.

参　考　文　献

[1] M. Lewitowicz et al., *Phys. Lett.*., **B332** (1994) 20.

[2] R. Schneider et al., *Z. Phys.*, **A348** (1994) 241.

[3] P. E. Haustein, *Atomic Data Table and Nuclear Data Table*, **39** (1988) 185.

[4] J. Friedrich, P. G. Reinhard, *Phys. Rev.*, **C33** (1986) 335.

[5] C. J. Horowitz, B. D. Serot, *Nucl. Phys.*, **A368** (1981) 503.

[6] J. D. Walecka, *Ann. Phys.*, (N. Y.) **83** (1974) 491.

[7] A. H. Wapstra, G. Audi, *Nucl. Phys.*, **A565** (1993) 1.

Microscopic Studies on Ground State Properties of the Nucleus ^{100}Sn

Ren Zhongzhou　Xu Gongou

(*Department of Physics, Nanjing University, Nanjing* 210008)

Received 2 November 1994

Abstract

The average binding energy, the radius of proton distributions and the radius of neutron distributions for the nucleus ^{100}Sn have been calculated by the relativistic mean-field theory and the nonrelativistic mean-field theory. The numerical results by two methods have been compared and discussed. This is the first microscopic calculation on ^{100}Sn.

Key words nucleus ^{100}Sn, relativistic mean-field theory, nonrelativistic mean-field theory.