第17卷 第10期
1993年10月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol. 17, No. 10
Oct., 1993

带权重的分布及其间歇性*

陆中道 萨本豪 郑玉明 张孝泽

(中国原子能科学研究院,北京102413)

摘　要

为考虑粒子平均分布对间歇行为的影响,本文提出了带权重的分布.权重分布的权重因子由粒子的平均分布确定和计算.计算表明,对于不平的粒子平均分布,权重分布的 $\ln\langle F_i\rangle \sim \ln M$ 曲线具有双斜率.这和实验一致,对正确理解相对论碰撞多重产生中的间歇行为有重要意义.

一、引　言

最近几年,人们对粒子多重产生中的间歇现象发生了浓厚兴趣.在高能 e^+e^- 湮灭,强子反应和重离子碰撞的粒子多重产生中似乎都存在着所谓"间歇"."间歇"(intermittency)这个词是从流体涡流理论的唯象描述中借用来的术语,它包含着高能粒子碰撞中在产生粒子的快度(或赝快度)分布中存在着非统计起伏的特殊性质.对于一个给定的粒子分布,其间歇性通常用阶乘矩描述[1].这一方法自1986年提出以后,已对很多实验用此方法作了分析[2-10].但从这些分析中不难发现,不同的分析得到的 $\ln\langle F_i\rangle \sim -\ln\delta y$ 曲线也不同:有些图中 $\ln\langle F_i\rangle$ 值比较大,有些却比较小;有些曲线只有一个斜率,有些曲线却有两个斜率.因此搞清楚这些问题对正确理解存在于粒子快度分布中的间歇行为具有重要意义.

就理论描述而言,随机级联过程[1,11,12]具有某种间歇性质,但它的 $\ln\langle F_i\rangle \sim -\ln\delta y$ 曲线只有一个斜率,只能描述大 $-\ln\delta y$ 时的间歇行为,不能描述小 $-\ln\delta y$ 时的间歇行为.本文在随机级联模型(α 模型)的基础上,考虑粒子平均分布的影响,引入带权重的随机级联分布(简称权重分布).权重分布的权重因子由粒子的平均分布确定和计算.对于不平的粒子平均分布,权重分布的 $\ln\langle F_i\rangle \sim -\ln\delta y$ 曲线具有双斜率.这和实验一致,从而使间歇行为在一个较大的 δy 范围内的变化得到一个统一的描述,并且使在小 $-\ln\delta y$ 区域中的斜率得到一个恰当的解释:它是由不平的粒子平均分布产生.

首先简单讨论一下阶乘矩,然后介绍权重分布,最后是例子及计算结果和讨论.

* 国家自然科学基金资助.

本文1992年3月11日收到.

二、阶乘矩与间歇

假设所讨论的粒子分布限定在快度间隔 ΔY 中. 在后面的讨论中可以看到，这间隔的大小将对分布的间歇行为有重要影响. 把这间隔分成 M 个小间隔，其大小为 $\delta y = \Delta Y / M$. 则 i 阶的阶乘矩为

$$\langle F_i \rangle = \langle \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \frac{k_m(k_m - 1)\cdots(k_m - i + 1)}{\langle \bar{k} \rangle^i} \rangle , \tag{1}$$

$$\langle \bar{k} \rangle = \langle \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} k_m \rangle . \tag{2}$$

其中 k_m 为一次事件在第 m 个小间隔中的粒子数目. 括号〈 〉表示对大量事件的平均，事件按一定的物理要求选取.

注意到公式(1)只有在粒子多重数很大时才合理. 若所有小间隔中的粒子数都相同，则 $\langle F_i \rangle \approx 1$；反之，若所有的粒子都集中于一个小间隔中，则 $\langle F_i \rangle \approx M^{i-1}$. 因此对于一个一般的粒子分布，必有 $1 < \langle F_i \rangle < M^{i-1}$. 这表明 $\langle F_i \rangle$ 对于小间隔大小 δy 或小间隔数目 M 具有一种指数依赖性质，即

$$\langle F_i \rangle = M^{f_i} = \left(\frac{\Delta Y}{\delta y} \right)^{f_i}, \tag{3}$$

而 $0 < f_i < i - 1$.

应该注意到，虽然矩可以写成(3)的形式，但对于一个一般的分布，f_i 并不总是一个常数，不随 M 变化. 例如，如果粒子的快度分布是个连续的但并不是一个平的常数分布，则当 M 很大时 f_i 为零，而当 M 比较小时就不为零，且随 M 变化. 因此当 M 变化时，$\ln\langle F_i \rangle$ 和 $\ln M$ 并不总是具有线性依赖关系. 这一点在文献[1]所给的例子中也已显示出来.

把(3)写成对数形式

$$\ln\langle F_i \rangle = f_i \ln M = a + f_i(-\ln\delta y) , \tag{4}$$

则当 $M \to \infty$ 或 $\delta y \to 0$ 时，如 f_i 不为零，就可说分布具有某种非统计涨落的性质. 如果 $M \to \infty$ 时，$\ln\langle F_i \rangle$ 和 $\ln M$ 具有线性依赖关系，则这种分布具有间歇性质. 系数 f_i 表示非统计涨落的强度.

三、权重分布

前面已提到，理论上人们通常用随机级联模型（α 模型）来模拟粒子分布[1,11,12]. 这种分布能很好地描述 M 很大时的间歇行为，但它不能描述 M 比较小时的行为. 实际上，在应用随机级联模型时，总包含着一个假定：各小间隔具有相同的权重. 这意味着粒子的平均分布是完全平的等值分布.（这里所指的“平均”是指各个小间隔中的粒子数平均.）但完全平的等值分布只在非常窄的中心快度区近似存在，而实际的实验结果表明粒子的平均

分布并不完全是平的. 这种"不平"将影响 $\ln\langle F_i\rangle \sim \ln M$ 曲线的行为，这特别表现在 M 比较小的区域. 为把由平均分布不平引起的影响考虑进来，这里引入带权重的分布：在 M 个小间隔中真正的粒子分布几率为

$$a_1p_1、a_2p_2,\cdots a_Mp_M, \tag{5}$$

其中 $a_1, a_2\cdots a_M$ 为权重因子，由粒子的平均分布确定和计算.

设 $g(y)$ 为粒子在快度空间的平均密度，粒子分布的快度间隔取在 Y_0 到 $Y_{\max}$ 之间. 把这间隔分成 M 个小间隔，则在第 m 个小间隔中的平均粒子数为

$$n_m = \int_{y_{m-1}}^{y_m} g(y)\mathrm{d}y,\ y = y_0 + m\delta y,\ m = 1,2\cdots M, \tag{6}$$

而权重因子定义为

$$a_m = n_m/n. \tag{7}$$

这里 $n = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} n_m$ 是这 M 个间隔中的平均粒子数. 权重因子满足平均规一化条件：

$$\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} a_m = 1\ . \tag{8}$$

显然，对于粒子的平均分布是一个完全平的等值分布，所有的权重因子都为1，公式(5)就约化为通常讨论的几率分布.

像文献[1]中所做的那样，定义权重分布的阶乘矩为

$$\langle F_i\rangle = \langle \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}(Ma_mP_m)^i\rangle. \tag{9}$$

上述公式中，$P_m(m=1,2\cdots M)$ 是几率因子. 文献[1,11,12]已证明随机级联过程具有一种自相似结构并能很好地描述大 M 时的间歇行为. 我们应用这个过程来确定几率因子如下. 首先把初始快度间隔 $\Delta Y = Y_{\max} - Y_0$ 分成两个大小相等的子间隔，每个子间隔的大小为 $\delta y_1 = \Delta Y/2$. 再把每个子间隔分成两个大小相等的子间隔 $\delta y_2 = \delta y_1/2$. 这样一直分下去，最后经过 v 步，得到大小为 $\delta y = \Delta Y/M(M=2^v)$ 的小间隔. 每一步分的时候，在两个间隔中的几率由下面两式确定[13]：

$$\eta_1 = \frac{1+\alpha\gamma}{2} = \frac{W_1}{2}\ ,\ \eta_2 = \frac{1-\alpha\gamma}{2} = \frac{W_2}{2}\ , \tag{10}$$

这里 γ 是定义在[－1,1]上的随机数. α 为参数，取值范围在0到1之间. 经过 v 步，在每个间隔中的几率都是 v 重 η 函数的乘积. 在第 m 个间隔中的几率为

$$P_m = \eta(\gamma_v)\eta(\gamma_{v-1})\cdots\eta(\gamma_1) = \frac{1}{M}W(\gamma_v)W(\gamma_{v-1})\cdots W(\gamma_1)\ . \tag{11}$$

这里 η 和 W 是(10)式的改写，它们是在第 i 步抽取的随机数 γ_i 的函数. 对大量事件作平均，这些 W 因子将互相独立，结果(11)式就导致

$$\langle P_m\rangle = \{W\}^v = 1\ , \tag{12}$$

(9)式中的矩也变成

$$\langle F_i\rangle = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} a_m^i\{W^i\}^v = \langle F_i^A\rangle\cdot\langle F_i^P\rangle\ . \tag{13}$$

这里 $\langle F_i^A\rangle = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} a_m^i$，$\langle F_i^P\rangle = \{W^i\}^v$. 矩因子 $\langle F_i^A\rangle$ 来自于粒子平均分布的贡献. 显然，对于

一个完全平的平均分布，有$\langle F_i^A \rangle = 1$，它对矩$\langle F_i \rangle$无影响，矩$\langle F_i \rangle$完全由随机级联过程产生的矩$\langle F_i^P \rangle$决定．下一节我们将给出一个例子，从中可以看到，$\langle F_i^A \rangle$和$\langle F_i^P \rangle$的行为是很不同的．$\ln\langle F_i^P \rangle$和$\ln M$具有线性依赖关系，而$\ln\langle F_i^A \rangle$没有这种关系．然而，如果平均分布是不平的，那么$\ln\langle F_i^A \rangle$的存在对$\ln\langle F_i \rangle$产生两个影响：一是在小$\ln M$区域产生一个新的斜率，二是在大$\ln M$区域产生一个大于零的常数值，从而使$\ln\langle Fi \rangle$的标度发生变化．

四、结果和讨论

许多实验表明粒子的平均分布是不平的，而是近似于高斯型的分布．作为例子，以高斯型分布作为粒子的平均分布来说明它对矩产生的影响．

假设粒子的平均分布是具有宽度σ的高斯型分布e^{-y^2/σ^2}并考察在快度中心两边快度间隔ΔY内的粒子平均分布．在不同大小的快度间隔内，粒子的平均分布具有不同的平坦程度：在较小的快度间隔内，分布比较平坦；反之，在较大的快度间隔内，分布有较大的起伏．作变量变换$y=\sigma x$，上述分布就变成e^{-x^2}．因此不同快度间隔内具有不同起伏程度的分布也可通过取不同Δx大小的e^{-x^2}得到．图1表示计算得到的分布．实线表示权重分布，它是一个合成分布：平均分布（虚线表示）迭加上随机级联分布（点虚线表示）而成．图1(a)、(b)、(c)有不同的Δx大小，它们分别是3.2，4.0，4.8．显然，不同的Δx大小对分布产生不同的影响．较窄的Δx具有较平坦的分布，而较宽的Δx相当于使几率更集中于中心区域．图2表示$\ln\langle F_i^A \rangle$和$\ln\langle F_i^P \rangle$的不同的行为．图2也明显显示出$\ln\langle F_i \rangle$具有双斜率．在整个$\ln M$区域，随机级联分布的$\ln\langle F_j^P \rangle$和$\ln M$具有线性依赖关系，这是典型的间隔行为．而对于平均分布，在小$\ln M$区域，$\ln\langle F_i^A \rangle$首先迅速上升，然后趋于一个常数值．两种分布的结合，使$\ln\langle F_i \rangle$具有双斜率结构．第一个斜率总要比第二个斜率大，它主要来自平均分布的贡献．从图也可看出，虽然粒子平均分布并不影响$\ln\langle F_i \rangle$在大$\ln M$区域的斜率，但它影响$\ln\langle F_i \rangle$的标度．这些都和实验一致[2-5]．这里需要指出，有些实验的 ln～ln 曲线具有双斜率，且标度比较大[2-5]，有些却只有一个斜率，标度也较小[8]．这是由于各个作者所取的快度（或赝快度）间隔大小不同引起．较宽的Δx（相应于快度或赝快度取较宽的间隔）相应于粒子比较集中于中心区域一些间隔中，正像只有少数几个间隔具有比较多的粒子数一样，$\ln\langle F_i^A \rangle$和$\ln\langle F_i \rangle$具有较大的值．图3就说明了这一点．图中对于同一种曲线（实线为$\ln\langle F_i \rangle$，虚线为$\ln\langle F_i^A \rangle$）从上到下分别为$\Delta x = 4.8$，4.0和3.2．关于第一个斜率，有些作者[7]图中不画，文中不提，但文献[7]中的图明显显示出在小$-\ln\delta y$区域有一个斜率存在．另外一些作者[3]把第一个斜率解释为粒子之间的短程关联，但实际上这只是粒子的平均分布不平所产生的效应罢了．特别指出，虽然可以通过选择一个比较窄的快度间隔或赝快度间隔来减少平均分布的影响，但粒子的多重数也相应减少．这将导致阶乘矩公式的不合理使用．因此，在研究粒子多重产生中的间歇性质时，需要选择一个合适的快度范围其中有足够大的粒子多重数．

如果我们只对粒子分布的间歇性感兴趣，想消除不平的粒子平均分布对间歇行为的影响，根据(13)式，只要从$\langle F_i \rangle$中扣除$\langle F_i^A \rangle$部分的贡献就可以了．为了消除粒子平均分布不平引起的对间歇行为的影响．一些作者曾作过研究[14,15]，其中有 Bialas 的新变量法[15]．

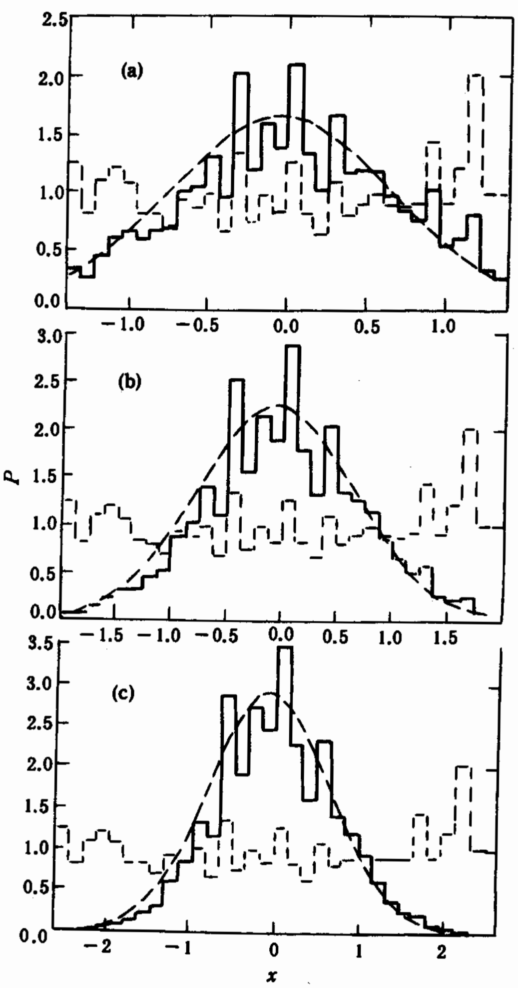

图1　具有不同 Δx 大小的分布，(a)，(b)，(c)分别相应于 $\Delta x=3.2,4.0,4.8$

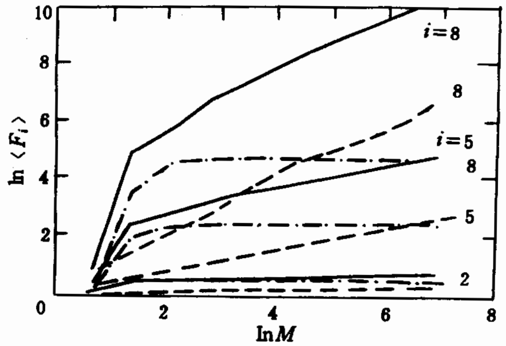

图2　不同矩因子的行为

虚线表示 $\ln\langle F_i^P\rangle$，点划线表示 $\ln\langle F_i^A\rangle$，实线表示 $\ln\langle F_i\rangle$.

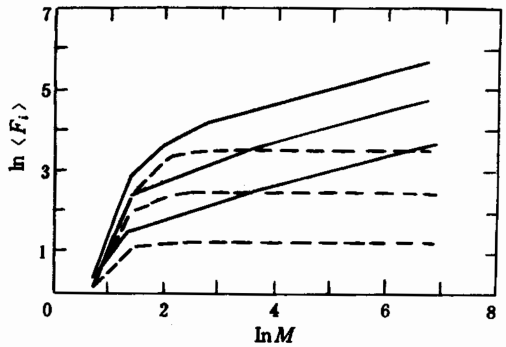

图3　不同 Δx 大小对于 $\ln\langle F_i^A\rangle$（虚线表示）和 $\ln\langle F_i\rangle$（实线表示）的影响

对于同一种曲线，从上到下分别表示 $\Delta x=4.8,4.0,3.2$.

所谓新变量，实际上就是归一化了的粒子数．新变量法把通常的对快度或赝快度的等间隔划分改变成对归一化的粒子数等间隔划分．这种划分要求在中心快度区粒子密度大的地方，快度或赝快度间隔取得比较小，而在远离中心快度区粒子密度小的地方，快度或赝快度间隔必须取得比较大，以便保证各间隔中的粒子数相等．因此这种分法在粒子密度很小的地方不能很好使用，只能在粒子密度比较大的一个范围内有效使用，消除粒子的平均分布不平所引起的对间歇行为的影响．另外，这种做法也不能直接模拟粒子在快度或赝快度空间中的分布．而我们的权重法不存在这种局限性，在粒子密度比较小的地方，自然地导致权重比较小．权重法不仅能消除粒子平均分布不平所引起的影响，而且能直接模拟粒子在快度或赝快度空间中的分布．此外，通过和实验结果的直接比较，还可以选取获得一个最恰当的粒子平均分布，这个分布对做其它方面的研究是十分有用的．至于从一维向二维及多维的推广，那是比较容易做的，本文就不再做进一步的讨论了．

参 考 文 献

[1] A. Bialas, R. Peschanski., *Nucl. Phys.*, **B273**(1986), 703; B308(1988)857.
[2] EHS/NA22 Collab., I. V. Ajinenko et al., *Phys. Lett.*, **B222**(1989), 306.
[3] EMU08 Collab., K. Sengupta et al., *Phys. Lett.*, **B236**(1990), 219.
[4] EHS/NA22 Collab., N. M. Agababyan, *Phys. Lett.*, **B261**(1991), 165.
[5] J. B. Singh, J. M. Kohli, *Phys. Lett.*, **B261**(1991), 160.
[6] TASSO Collab., W. Braunschwig et al., *Phys. Lett.*, **B231**(1989), 548.
[7] EHS/NA22 Collab., I. V. Ajinenko et al., *Phys. Lett.*, B235(1990), 373.
[8] WA80 Collab., R. Albrecht et al., *Phys. Lett.*, **B221**(1989), 427.
[9] OPAL Collab., M. Z. Akrawy et al., *Phys. Lett.*, **B262**(1991), 351.
[10] R. Holynski et al., *Phys. Rev Lett.*, **62**(1989), 733.
[11] A. Bialas, R. Peschanski., *Phys. Lett.*, **B207**(1988), 59.
[12] H. Satz, CERN-TH5589/89.
[13] 吴元芳、张昆实、刘连寿、科学通报, **1**(1991), 21.
[14] K. Fialkowski et al., *Acta Phys. Pol.*, **B20**(1989), 639.
[15] A. Bialas, M. Gazdzicki, *Phys. Lett.*, **B252**(1990), 483.

Intermittency for Weighted Distribution

LU ZHONGDAO SA BENHAO ZHENG YUMING ZHANG XIAOZE
(*Institute of Atomic Energy, Beijing* 102413)

ABSTRACT

In order to take the influence of the average distribution of particles into account in the intermittent behavior, the weighted distribution is proposed. The weight factors are determined and calculated by the average distribution of particles. The calculations show that the ln $\langle F_i\rangle\sim$lnM drawings of the weighted distribution has a double-slope behavior which is consistent with the experimental prediction and is important for correctly understanding the intermittent behavior in the multiparticle production in the relativistic reactions.