第16卷 第7期 高能物理与核物理 Vol. 16, No. 7
1992年7月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS July, 1992

自对偶场规范理论的路径积分光锥量子化

缪炎刚
(兰州大学物理系，兰州 730000)

摘　　要

对一种规范形式的自对偶场拉氏理论，采用光锥量子化的泛函积分形式，给出了明显体现自对偶性约束的 S 矩阵元.

一、引　　言

由于二维自对偶场，也叫手征玻色子，是构造 heterotic 弦[1]和一些二维统计系统[2]的基本要素，因此对它的研究引起人们广泛的兴趣. 作为基本问题之一的量子化，一个方面的讨论是把手征玻色子作为向左运动的无质量的相对论粒子[3]，通过 BFV[4] 过程量子化；在场论形式方面，由 Floreanini 和 Jackiw[5] 提出的零维玻色场形式受到人们的重视并得到较大的发展[6]. 但是，Floreanini-Jackiw 形式的量子化破坏微观因果律. 作为解决这个困难的一种方法，Srivastava[7] 构造了一个非规范的自对偶场拉氏量

$$\mathscr{L}^N = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + B_\mu(\epsilon^{\mu\nu} + \eta^{\mu\nu})\partial_\nu\phi, \tag{1}$$

其中 $\epsilon_{01} = 1, \eta_{00} = -\eta_{11} = 1, B_\mu$ 是一个非物理的矢量场. 通过 Dirac[8] 量子化，得到一个自洽的哈密顿量子化形式，而且保证微观因果律. 此外，该作者[9]在(1)式中加入 Wess-Zumino[10] 项

$$\mathscr{L}^{WZ} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu\theta)(\partial^\mu\theta) + \theta(\eta^{\mu\nu} + \epsilon^{\mu\nu})\partial_\nu B_\mu, \tag{2}$$

θ 是 Wess-Zumino 场，构造出自对偶场的一种规范形式

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}^N + \mathscr{L}^{WZ}, \tag{3}$$

并采用 BFV 量子化，给出了仅由自对偶场的正则变量的泛函积分表示的 S 矩阵元. 可以证明[11]，自对偶场的这种泛函积分形式与参考文献[7]中的正则形式是等价的.

本文中，我们采用路径积分光锥量子化方法[12]，对由(3)式描述的系统量子化. 从这方面进行讨论的一个启示来自于自对偶性约束在二维光锥坐标(也称 null-plane)中具有非常简洁的形式；另一个考虑则是为了避免 BFV 过程中那种扩大相空间然后积分多余自由度的繁琐的步骤. 我们处理的系统既含有第一类也含有第二类约束，导出的 S 矩阵元

本文 1991 年 7 月 8 日收到.

明显体现出自对偶场是满足自对偶性约束的标量场。

二、路径积分光锥量子化

引入光锥坐标 $x^{\pm}=(x^0\pm x^1)/\sqrt{2}$，则有 $\partial_{\pm}=(\partial_0\pm\partial_1)/\sqrt{2}$，因此(3)式可以改写为

$$\mathscr{L}=\partial_+\phi\partial_-\phi+B_+\partial_-\phi-\partial_+\theta\partial_-\theta+\theta\partial_-B_+, \tag{4}$$

其中 $B_+=\sqrt{2}(B_0+B_1)$ 是辅助矢量场的一个光锥分量.

定义相应的共轭动量

$$\begin{aligned}\pi&=\partial\mathscr{L}/\partial(\partial_+\phi)=\partial_-\phi,\\ \pi_\theta&=\partial\mathscr{L}/\partial(\partial_+\theta)=-\partial_-\theta,\\ \pi_B&=\partial\mathscr{L}/\partial(\partial_+B_+)=0.\end{aligned} \tag{5}$$

(5)式明显地给出了三个初级弱约束条件．把它们写成

$$\begin{aligned}T_1&=\pi-\partial_-\phi\approx 0,\\ T_2&=\pi_\theta+\partial_-\theta\approx\theta,\\ \Gamma_1&=\pi_B\approx 0.\end{aligned} \tag{6}$$

接下来寻找系统的次级约束．先给出系统的正则哈密顿量

$$\mathscr{H}=-B_+\partial_-\phi-\theta\partial_-B_+, \tag{7}$$

再引入三个函数 $u(x)$,$v(x)$ 和 $w(x)$，它们都是正则变量的泛函，定义

$$\mathscr{H}'=\mathscr{H}+uT_1+vT_2+w\Gamma_1, \tag{8}$$

则次级约束由初级约束的自洽性条件[12]

$$\dot{T}_1=\{T_1,H'\}=0, \tag{9}$$

$$\dot{T}_2=\{T_2,H'\}=0, \tag{10}$$

$$\dot{\Gamma}_1=\{\Gamma_1,H'\}=0 \tag{11}$$

给出．利用正则变量间基本的 equal-x^+ Poisson 括号以及(7)，(8)两式，我们发现，(9)，(10)两式都不给出新的约束条件，而(11)式给出系统的一个次级约束

$$\Gamma_2=\partial_-\phi-\partial_-\theta\approx 0. \tag{12}$$

由于该次级约束的自洽性条件 $\dot{\Gamma}_2=\{\Gamma_2,H'\}=0$ 不再给出新的约束条件，因此，我们研究的规范形式的自对偶场系统一共有四个约束条件：T_1,T_2 和 Γ_1,Γ_2．根据对约束分类的定义可知，T_1,T_2 为第二类约束，而 Γ_1,Γ_2 是第一类约束．对这两个第一类约束，我们相应引入两个规范条件

$$\chi_1=B_+\approx 0,\ \chi_2=\pi_\theta\approx 0. \tag{13}$$

利用约束条件和规范条件的 equal-x^+ Poisson 括号，不难算出

$$\begin{aligned}|\det\|\{T_a,T_b\}\||^{1/2}&=|\det(2\partial_-)|,\\ |\det\|\{\Gamma_a,\chi_b\}\||&=|\det(\partial_-)|,\ a,b=1,2,\end{aligned} \tag{14}$$

因此，可以写出自对偶场规范理论的 S 矩阵元[12]

$$\langle \text{out}|S|\text{in}\rangle = N \int [d\phi][d\pi][dB_+][d\pi_B][d\theta][d\pi_\theta]|\det(2\partial_-)|\delta[\pi - \partial_-\phi]$$
$$\times \delta[\pi_\theta + \partial_-\theta]|\det(\partial_-)|\delta[\pi_B]\delta[\partial_-\phi - \partial_-\theta]\delta[B_+]\delta[\pi_\theta]$$
$$\times \exp\left[i\int d^2x(\pi\partial_+\phi + \pi_\theta\partial_+\theta + \pi_B\partial_+B_+ - \mathscr{H})\right], \tag{15}$$

其中 d^2x 表示二维体积元，它在光锥坐标中的形式为 dx^+dx^-。把(7)式代入，并对 π, B_+, π_B, θ 和 π_θ 积分，得到用自对偶场 ϕ 表示的 S 矩阵元.与

$$\langle \text{out}|S|\text{in}\rangle = N' \int [d\phi]\delta[\partial_-\phi]|\det(2\partial_-)|\exp\left(i\int d^2x\partial_-\phi\partial_+\phi\right). \tag{16}$$

N, N' 都是归一化常数. 指数上的被积函数正好是自由标量场的拉氏量；泛函 δ 函数 $\delta[\partial_-\phi]$ 正是自对偶性约束的体现，它对自由标量场附加一自对偶性约束，保证该标量场为自对偶场. 此外，因子 $|\det(2\partial_-)|$ 与场量无关，因此可以把它归并到归一化常数中而不会影响该量子体系的 Feynman 规则.

三、讨论与说明

1. 对(1)式描述的非规范的自对偶场拉氏理论，完全可按上节的步骤量子化，得到的 S 矩阵元也是(16)式.

2. 在参考文献[9]中，自对偶场的 S 矩阵元被写成 ϕ 及其共轭动量 π 的泛函积分

$$Z = N'' \int [d\phi][d\pi]\exp\left[i\int d^2x(\pi\dot{\phi} - \pi\partial_1\phi)\right]. \tag{17}$$

N'' 为归一化常数. 不难证明[11]，把(16)式变换到 (x^0, x^1) 坐标后，它与(17)式是等价的. 比较起来，(16)式明显包含了自对偶性约束.

3. 关于反自对偶场可作类似的讨论. 它的 S 矩阵元只是把(16)式中的自对偶性约束换成反自对偶性约束 $\delta[\partial_+\phi]$ 即可.

参考文献

[1] D. J. Gross et al., *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 502; *Nucl. Phys.*, **B256**(1985), 253; **B267**(1986), 75.

[2] J. V. Jose et al., *Phys. Rev.*, **B16**(1977), 1217; P. Wiegman, *J. Phys.*, **C11**(1987), 1583; D. Boyanovsky and R. Holman, *Nucl. Phys.*, **B332**(1990), 641.

[3] M. Gomes et al., *Phys. Lett.*, **B218**(1989), 63.

[4] I. A. Batalin and G. A. Vilkovisky, *Phys. Lett.*, **B69**(1977), 309; E. S. Fradkin and G. A. Vilkovisky, *Phys. Lett.*, **B55**(1975), 224.

[5] R. Floreanini and R. Jackiw, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 1873.

[6] J. Sonnenschein, *Nucl. Phys.*, **B309**(1988), 752; F. Bastianelli and P. Van Nieuwenhuizen, *Phys. Lett.*, **B217**(1989), 98; A. Tseytlin and P. West, *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 541.

[7] P. P. Srivastava, *Phys. Rev. Lett.*, **63**(1989), 2791.

[8] P. A. M. Dirac, Lectures on Quantum Mechanics. Belfer Graduate School of Science, Yeshiva Univ. Press, 1964.

[9] P. P. Srivastava, *Phys. Lett.*, **B234**(1990), 93.

[10] J. Wess and B. Zumino, *Phys. Lett.*, **B37**(1971), 95.

[11] 缪炎刚，兰州大学学报(自然科学版)，待发表.

[12] P. Senjanovic, *Ann. Phys.*, (N. Y.) **100**(1976), 227.

Path Integral Light-Cone Quantization of a Gauge Theory of Self-Dual Fields

Miao Yangang

(*Department of Physics, Lanzhou University, Lanzhou* 730000)

Abstract

For a gauge theory of self-dual fields, whose S-matrix element manifestly including the self-duality constraint is obtained by using the path integral light-cone quantization.