第16卷 第5期　高能物理与核物理　Vol. 16, No. 5
1992年5月　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　May, 1992

具有重新加速的银河宇宙线核的传播

张力　张鸣　木钧　喻传赞
(云南大学物理系,昆明, 650091)

摘　要

通过引入银河宇宙线在星际空间传播中的有效能量变化率，获得了求解具有重新加速的银河宇宙线核的传播方程的一般方法——修正的厚板权重方法. 并在漏箱模型中,给出了计算的次级与原初之比和原初能谱与观测结果的比较.

一、引　言

银河宇宙线(GCR)加速和传播的研究是宇宙线物理学研究的主要课题之一. 目前,对 GCR 的加速和传播存在两种不同的观点:其一认为 GCR 的加速仅发生于源区,而在传播期间,除与星际介质发生核相互作用外,GCR 的能量变化仅由能损过程决定,从而把加速与传播分离考虑、依此观点、已建立起了各种传播模型(如泄漏箱模型、扩散模型等)以及相应的 GCR 传播方程,还发展了一个求解传播方程的方法,即厚板权重方法[1],该方法与传播模型无关;其二认为 GCR 不仅在其源区受到加速,而且传播期间还经历重新加速过程,于是传播期间 GCR 的能量变化由能损和重新加速导致的能量增益共同决定,即能损率与重新加速率之间存在竞争. 对 GCR 核而言,在大于某个能量(该能量由能损率等于重新加速率确定)处有净能量增益,目前人们大都是在某一特定的模型中考虑这种观点的(详见 Cesarsky[2] 和 Berezinsky[3] 的近期综述),能否也发展一个与模型无关的求解具有重新加速的 GCR 传播方程呢?这正是本文要解决的问题.

通过引入有效能量变化率,我们获得了求解具有重新加速的 GCR 传播方程的处理方法,把该方法称之为修正的厚板权重方法,它与模型无关且在仅考虑能损时简化为厚板权重方法. 本文使用该方法进行了有关的计算并与观测结果进行了比较.

二、传播方程及其解

由于 GCR 核在传播期间存在着能损和重新加速的竞争,故其有效能量变化可由引入有效能量变化率 $W_{eff}(E)$ 来描述:

$$W_{eff}(E)=W_a(E)+W_i(E), \tag{1}$$

其中,E 为粒子的能量;W_a 和 W_i 分别是重新加速率和能损率. 引入 W_{eff} 后,GCR 的

本文 1991 年 8 月 29 日收到.

传播方程为

$$\frac{1}{\rho\beta(E)c}\frac{\partial J_i}{\partial t} - K\nabla^2 J_i + \frac{\partial}{\partial E}W_{\rm eff}J_i + \frac{J_i}{\lambda_i} = Q(\boldsymbol{r},E,t) + \sum_{j>i}\frac{J_j}{\lambda_{ji}} = Q', \qquad (2)$$

其中，J_i 是以位矢 $\boldsymbol{r}$、时间 t 和能量 E 为变量的第 i 类核的微分能谱，$\beta(E)c$ 是对应于 E 的核的速度；ρ 是星际密度；K 为空间扩散系数；λ_i 为第 i 类核的核作用平均自由程；λ_{ji} 是第 j 类核散裂成第 i 类核的平均自由程；Q 为源项。

求解方程(2)之前，先考虑 $W_{\rm eff}(E)$ 随能量的变化。对于 GCR 核而言，能损为电离能损，它随能量增加而迅速减小，一般而言，在大于 2GeV/N 动能区域，该能损可略，另一方面，重新加速率随能量增加的变化比电离能损的变化慢，故有：(1) $E < E_{\rm b}$ 时，$W_{\rm eff} = -|W_{\rm eff}|$，即该能区中 GCR 核有净能量损失；(2) $E > E_{\rm b}$ 时，$W_{\rm eff} = |W_{\rm eff}|$，即该能区 GCR 核有净能量增益 ($W_{\rm a} > W_i$)，其中，$E_{\rm b}$ 是 $W_{\rm eff} = 0$ 时所确定的能量，它表示在该能量处 GCR 核无能量变化。

方程(2)可由格林函数方法求解。对应于方程(2)的格林函数满足如下方程

$$\frac{1}{\rho\beta c}\frac{\partial G_i}{\partial t} - K\nabla^2 G_i + \frac{\partial}{\partial E}W_{\rm eff}G_i + \frac{G_i}{\lambda_i} = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta(E-E')\delta(t-t'). \qquad (3)$$

为求解方程(3)，令

$$G_i = \frac{A}{W_{\rm eff}}\exp\left(-\int_{E'}^{E}\frac{\mathrm{d}u}{W_{\rm eff}(u)\lambda_i(u)}\right)\Phi(\boldsymbol{r},E;\boldsymbol{r}',E')\delta(t-t'), \qquad (4)$$

其中 A 待定，令 $E < E'$ 时 $A = A_1$，$E > E'$ 时 $A = A_2$，将(4)式代入(3)式，有

$$-\frac{K}{W_{\rm eff}}\nabla^2 A\Phi + \frac{\partial A\Phi}{\partial E} = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta(E-E') \qquad (5)$$

为定出 A，在 $E = E'$ 的无穷小间隔内对方程(5)积分，有

$$A_2\Phi(\boldsymbol{r}',E'+\varepsilon;\boldsymbol{r}',E') - A_1\Phi(\boldsymbol{r},E'-\varepsilon;\boldsymbol{r}',E') = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'),$$

其中 ε 为无穷小量。上式中，$\Phi(\boldsymbol{r},E';\boldsymbol{r}',E')$ 表示传播期间 GCR 无能量变化的情况，由(4)式及(5)式知 $\Phi(\boldsymbol{r},E';\boldsymbol{r}',E')$ 为一正交函数，于是有

$$A_2 - A_1 = 1 \qquad (6)$$

当 $E < E'$ 时，$A_2 \equiv 0$，故有 $A = -H(E'-E)$；而当 $E > E'$ 时，$A_1 \equiv 0$，有 $A = H(E-E')$，即

$$A = \begin{cases} -H(E'-E) & E < E', \qquad (7a) \\ H(E-E') & E > E', \qquad (7b) \end{cases}$$

其中，(7a)式对应于有净能损失的能区，(7b)式对应于有净能量增加的能区。$H(E-E')$ 为阶跃函数。

由格林函数方法，有

$$J_i(\boldsymbol{r},E) = \int_{E'}\int_{\boldsymbol{r}'}\int_{t'} G_i(\boldsymbol{r},E,t;\boldsymbol{r}',E',t')\Big(Q_i(\boldsymbol{r}',E',t') + \sum_{j>i}\frac{1}{\lambda_{ji}(E')}J_j(\boldsymbol{r}',E',t')\Big)\mathrm{d}E'\mathrm{d}t'\mathrm{d}\boldsymbol{r}'. \qquad (8)$$

为了方便，我们处理原初 GCR 核的传播，即上式中圆括号内第二项(次级产生项)可略。假定 $Q_i(\boldsymbol{r}',E') = q_i(E')\chi(\boldsymbol{r}',t')$，并用下标 P 代替下标 i，则有

$$J_p = \frac{1}{W_{eff}(E)} \int_E^{E_b} dE' q_p(E') \exp\left(-\int_{E'}^{E} \frac{du}{W_{eff}(u)\lambda_p(u)}\right) P(\boldsymbol{r}, E, E'), \quad E' > E, \tag{9a}$$

$$J_p = \frac{1}{W_{eff}(E)} \int_{E_b}^{E} dE' q_p(E') \exp\left(-\int_{E'}^{E} \frac{du}{W_{eff}(u)\lambda_p(u)}\right) P(\boldsymbol{r}, E, E'), \quad E > E', \tag{9b}$$

其中

$$P(\boldsymbol{r}', E, E') = \int d^3\boldsymbol{r}' \Phi(\boldsymbol{r}, E; \boldsymbol{r}', E') \chi(\boldsymbol{r}', t'). \tag{9c}$$

考虑到 $E' > E$ 时，$W_{eff} = -|W_{eff}|$；$E > E'$ 时，$W_{eff} = |W_{eff}|$，则 (9a) 和 (9b) 式可合写成

$$J_p = \frac{1}{|W_{eff}|} \int_{E_b}^{E} dE' q_p(E') \exp\left(-\int_{E'}^{E} \frac{du}{W_{eff}(u)\lambda_p(u)}\right) P(r, E, E') \ (E \neq E_b). \tag{10}$$

为了获得与厚板权重方法相同的数学形式，引入如下变量

$$x = \int_{E'}^{E} \frac{du}{W_{eff}(u)} = \rho\beta c(t - t'), \tag{11a}$$

$$y = \int_{E'}^{E} du \frac{K(u)}{W_{eff}(u)}, \tag{11b}$$

则方程(5)变成

$$\nabla^2 A\Phi - \frac{\partial A\Phi}{\partial y} = \delta(y)\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'), \tag{12}$$

方程(12)满足与方程(5)相同的边界条件. 考虑到 $dx' = -dE'/W_{eff}(E')$，则方程(10)可写成

$$J_p(\boldsymbol{r}, E) = \int_{0}^{x_0} dx J_p(E, x) P(\boldsymbol{r}, x, E) \tag{13}$$

其中

$$x_0 = \int_{E_b}^{E} du/W_{eff}(u), \tag{14a}$$

$$P(\boldsymbol{r}, x, E) = \int d^3\boldsymbol{r}' \Phi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}', y) \chi(\boldsymbol{r}', \rho\beta ct - x), \tag{14b}$$

$$J_p(E, x) = \frac{W_{eff}(E')}{|W_{eff}(E)|} q_p(E') \exp\left(-\int_0^x \frac{dx'}{\lambda_i}\right), \tag{14c}$$

$P(\boldsymbol{r}, x, E)$ 是程长分布，一般而言，不同的 GCR 传播模型有不同的程长分布，计及(14a)—(14c)式的(13)式就是所需的解，可以看出，这种求解方法具有普适性且类似于厚板权重方法，我们称该法为修正的厚板权重方法.

下面说明厚板权重方法只是修正的厚板权重方法的一个特例. 若 GCR 核的传播中仅计及电离能损 ($W_{eff} = W_p$)，则 $E_b \to \infty$，导致 $x_0 \to \infty$，注意到在此考虑下

$$x = \int_{E'}^{E} du/W_p(u),$$

则有

$$J_p(\boldsymbol{r}, E) = \int_0^\infty dx J_p(E, x) P(\boldsymbol{r}, x, E), \tag{15a}$$

$$J_{p}(E,x)=\frac{W_{p}(E')}{W_{p}(E)}q_{p}(E')\exp\left(-\int_{0}^{x}\frac{dx'}{\lambda_{i}}\right),\tag{15b}$$

其中程长分布的形式与(14b)式相同，(15a)和(15b)正是由厚板权重方法获得的结果.

上面给出了处理原初 GCR 核的修正的厚板权重方法，对于更为一般的情况，即 GCR 核不仅在源区产生，而且在传播期间还有散裂产生的情况((8)式中圆括号内第二项不可略)，上面的处理方法仍适用，此时，只需使

$$q_{p}(E')\to q_{i}(E')+\sum_{j>i}\frac{1}{\lambda_{ji}}J_{j}(E',r'),$$

同时，把下标 P 都换成 i 即可，其中 J_j 就是原初 GCR 核之微分通量.

三、计算实例和与观测的比较

作为所给出的方法的应用，考虑程长分布为一指数的情况(即泄漏模型)

$$P(x,E)=\exp\left(-\int_{0}^{x}\frac{dx'}{\lambda_{e}}\right)\tag{16}$$

其中 λ_e 为平均逃逸程长. 在此考虑下，计算了 GCR 的稳定核的次级与原初之比以及原初 GCR 的能谱.

在计算程序中，需涉及如下物理量. (1) 星际介质的平均质量 $\langle m\rangle$，取星际介质为纯氢介质；(2) 总非弹性截面 $\sigma_i(\lambda_i=\langle m\rangle/\sigma_i)$，采用了文献[4]给出的经验公式；(3) 散裂截面 $\sigma_{ji}(\lambda_{ji}=\langle m\rangle/\sigma_{ji})$，利用了文献 [5] 给出的最新测量结果，并依此拟合了一个经验公式；(4) 电离能损率，采用了 Beth 公式；(5) 重新加速率 W_a，考虑了 $W_a=E/\lambda_a$ 的情况，其中 E 为核的功能，λ_a 为平均加速程长且满足[3]

$$\lambda_e\cdot\lambda_a=\text{常数};\tag{17}$$

(6) 源项，根据超新星爆发的扩散激波加速理论[6]，取 $q_p(p')=q_{0p}P'^{-\gamma_0}$，其中 P' 为源处核的动量，γ_0 为源谱指数且 $\gamma_0=2.1$，源丰度取自文献 [7]；(7) 太阳调制参数 φ，使用力-场近似来描述太阳对 GCR 的调制，并取 $\varphi=600\text{MV}$.

在以上考虑下，分别计算了 B/C 比，V/Fe 比以及 O 谱和 Fe 谱，并与观测结果(其中，B/C 比的测量数据取自文献[8]，V/Fe 比的数据取自文献[9]，O 谱及 Fe 谱的数据

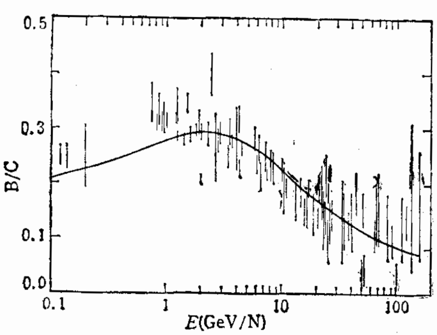

图 1　计算的 B/C 比与观测数据的比较

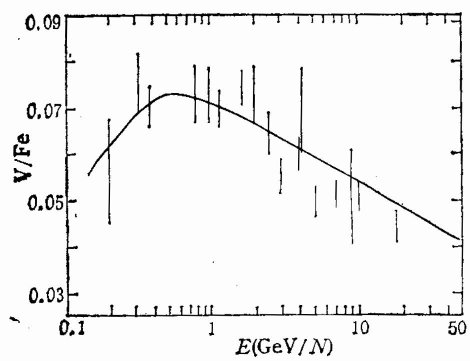

图 2　计算的 V/Fe 比与观测数据的比较

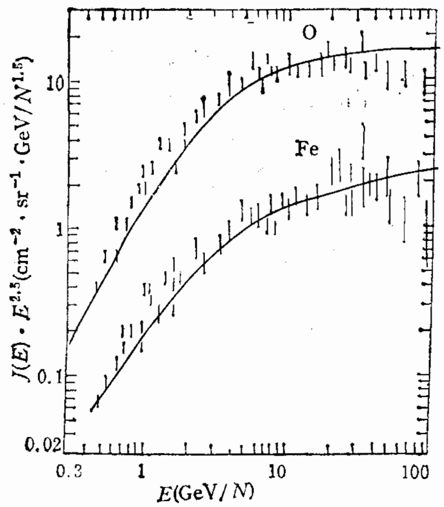

图 3　计算的 O 能谱和 Fe 能谱与观测数据的比较

取自文献[10,11]进行了比较，见图 1、2 和 3. 作为与观测结果的最佳拟合，获得

$$\lambda_e = \begin{cases} 6.33R^{-\frac{1}{3}} & R \geqslant 1\mathrm{GV} \\ 6.33 & R < 1\mathrm{GV}; \end{cases} \tag{18a}$$

$$\lambda_a = \begin{cases} 3.16R^{\frac{1}{3}} & R \geqslant 1\mathrm{GV} \\ 3.16 & R < 1\mathrm{GV}. \end{cases} \tag{18b}$$

可以看出，$\lambda_e \cdot \lambda_a = 20$. 其中 R 为粒子的刚度.

需指出的是，由于 E_b 由 $W_{\mathrm{eff}}(E_b) = 0$ 确定，而 W_i 与所考虑的核的质量数和电荷数有关，故对不同的核有不同的 E_b 值.

四、结论和讨论

我们获得了求解计及重新加速的 GCR 核传播方程的方法——修正的厚板权重方法，该方法与传播模型无关且厚板权重方法只是修正的厚板权重方法在 $W_{\mathrm{eff}} = W_i$ 时的一个特例. 从数学形式上看，它们是相同的，然而，这两种方法的物理图象并不相同，修正的厚板权重方法表明，对任一给定能量 E 观测到的 GCR 核，当 $E < E_b$ 时，它由 E 到 E_b 能区的 GCR 核产生，而 $E > E_b$ 时，由 E_b 到 E 能区的 GCR 核产生；而厚板权重方法则表明观测到的能量为 E 的 GCR 核由大于 E 能区的 GCR 核产生.

GCR 核在星际空间传播中经历重新加速的观点正得到人们的广泛承认. 近期，Berezinsky[3] 指出，GCR 通过扩散而传播，当 GCR 粒子与磁流体波共振散射时，则自然地导致 GCR 粒子在传播期间经历重新加速过程，该加速的一个特点是平均逃逸时间与加速时间之积为一常数，关于此，Schlickeiser[12] 也由其导出的基本的宇宙线传播方程获得了该结论，也可见文献[13]. 为此，在本文的实例计算中，采用了该观点，与不考虑重新加速的情况（$\lambda_e \propto R^{-0.6\sim-0.7}$）相比，计及重新加速后，平均逃逸程长随能量的变化减弱（见

(18a)式)，这有助于解决同时解释各种 GCR 粒子的能谱形状及各向异性的观测结果所出现的问题。

Giler 等[14]引入平均逃逸时间为常数的唯象模型，较好地解决了上面提到的问题，在他们的模型中，不仅较好地拟合了次级与原初之比随能量而减少的观测结果，同时也较好地解释了直到 10^{14}eV 能区几乎恒定的各向异性度的观测结果。然而，他们在利用 $W_{eff}(E_b)=0$ 求出 E_b 后，只计及重新加速率(即令 $W_{eff}=W_a$)，我们认为在较低能处这种近似不太合理。

本文的计算工作是在云南大学计算中心的 VAX8350 机上完成的，特此致谢。

参　考　文　献

[1] Letaw, J. R., et al., *Astrophys. J. Suppl.*, **56**(1984), 369.
[2] Cesarsky, C. J., 20th *ICRC Rapporteur Talk*, **8**(1987), 87.
[3] Berezinsky, V. S., 21th *ICRC Rapporteur Talk*, **11**(1990), 115.
[4] Letaw, J. R., et al., *Astrophy. J. Suppl.*, **51**(1983), 271.
[5] Webber, W. R., et al., *Phys. Rev.* **C**, **41**(1990), 533.
[6] Drury, LOC, *Prog. Phys.*, **46**(1983), 973.
[7] Simpson, J. A., *Ann. Rev. Nucl. Part, Sci.*, **33**(1983), 323.
[8] Heinbach, U. and Simon, M., 21th *ICRC*, **3**(1990), 361.
[9] Wiedenbeck, M. E., 21th *ICRC*, **11**(1990), 57.
[10] Simon, M., et al., *Astrophys. J.*, **300**(1986), 32.
[11] Tang, K. K., 21th *ICRC*, **3**(1990), 373.
[12] Schlickeiser, R., *Astrophys. J.*, **336**(1989), 243.
[13] 张力，喻传赞，天体物理学报，**11**(1991)，111.
[14] Giler, M., et al., *Astron. Astrophys.*, **217**(1989), 311.

Propagation of Cosmic-Ray Nuclei with Reacceleration

ZHANG LI　ZHANG MING　MU JUN　YU CHUANZAN

(Deparment of Physics, Yunnan University, Kunming 650091)

ABSTRACT

Introducing effective energy change rate of galactic cosmic ray (GCR) during interstellar propagation, we obtain a general method of solving the propagation equation of GCR nuclei-modified slab weighted method. In the leaky box model, we give comparisons of calculated ratios of secondary and primary nuclei and primary energy spectra with observed results.