

# IBM 与 BMM 的比较; 低激发 近似下的连续变量表示

梁世东

傅德基

(佛山大学物理系, 528000) (中国科学院上海原子核研究所, 201800)

徐躬耦<sup>1)</sup>

(南京大学, 210008)

## 摘 要

本文应用动力学群表示的生成坐标方法 (DGR-GCM), 在低激发近似下, 给出 IBM 的连续变量表示, 并从形式上与 BMM 比较, 统一地讨论了球形核和形变核; 通过对 Gd 同位素势能面分析和能谱计算及其与 IBM 代数解 (PHINT, CODE) 和实验值的比较, 检验这种几何化方法的准确性和适用范围。

## 一、引 言

自从 Arima, Iachello 提出相互作用玻色子模型<sup>[1]</sup> (IBM) 以来, 人们就一直试图探讨 IBM 与 Bohr, Mottelson 模型<sup>[2]</sup> (BMM) 的关系, 从而阐明低激发谱特征的根源和相应动力学对称性的意义。Ginocchio, Kirson<sup>[3]</sup> 等人根据 IBM 基态平均场近似下的内禀态函数得到 IBM 的连续变量表示, 但他们只给出非厄米的 Dyson 表示, 不能与厄米的 BMM 直接比较, 也未能作出数值计算<sup>[4]</sup>。也有人<sup>[5]</sup>给出 IBM 厄米的声子表示, 这种截断四极声子模型的哈密顿量, 对形变核不适于展开, 因而也不能与 BMM 直接比较。还有人<sup>[6]</sup>认为 BMM 的动力学群是非紧致的, 而 IBM 的动力学群是紧致的, 二者具有不同的能谱特征。如何建立它们之间的联系, 明确在什么条件下两种模型能给出一致的结果, 还是值得深入研究的问题。

本文应用动力学群表示的生成坐标方法<sup>[7]</sup> (DGR-GCM), 讨论 IBM 连续变量表示。考虑到在低激发态下, 核集体运动惯量较大, 速度较低, 对集体激发作动量展开, 并保留到二次项。整个过程保持在量子力学框架下进行。

应该指出, 对 IBM 表述的集体运动, 不难用代数方法求解。因此, 可以将 IBM 的连续变量表示结果与代数方法的结果比较, 并通过对 Gd 同位素势能面分析和能谱计算, 检验这方法的准确性和适用范围。

本文 1990 年 10 月 18 日收到, 1991 年 5 月 13 日收到修改稿。

1) 兰州大学, 730001

## 二、连续变量表示的 DGR-GCM 方法

DGR-GCM 是将集体态子空间通过相干态用连续变量表示<sup>[1]</sup>, 可以看作是一种广义表象变换。这样, 所有集体算子可以用连续变量表示, 这一过程保持哈密顿原有的一切性质。

集体运动空间中任一态矢, 可以由相干态生成,

$$|\phi\rangle = \int \frac{|\alpha\rangle}{\langle\alpha|\alpha\rangle^{1/2}} P f(\alpha) d^n \alpha, \quad (2.1)$$

其中

$$|\alpha\rangle = \exp(\alpha \cdot K^+) |\phi_0\rangle. \quad (2.2)$$

$K^+$  表示各种升算子,  $\alpha$  是连续变量, 在全空间中变化, 由于  $H$  对时间反演的不变性, 可取为实数<sup>[2]</sup>。  $n$  是连续变量空间的维数。相干态  $|\alpha\rangle$  是过完备的非正交系。引入投影算子  $P$ , 以排除非物理态, 使  $|\phi\rangle$  与  $P f(\alpha)$  一一对应。由 (2.1) 和 (2.2) 式可以得到,

$$\langle\phi|\phi\rangle = \iint f^*(\alpha) P \frac{\langle\alpha|\beta\rangle}{\langle\alpha|\alpha\rangle^{1/2}\langle\beta|\beta\rangle^{1/2}} P f(\beta) d^n \alpha d^n \beta, \quad (2.3)$$

$$\langle\phi|H|\phi\rangle = \iint f^*(\alpha) P \frac{\langle\alpha|H|\beta\rangle}{\langle\alpha|\beta\rangle} \frac{\langle\alpha|\beta\rangle}{\langle\alpha|\alpha\rangle^{1/2}\langle\beta|\beta\rangle^{1/2}} P f(\beta) d^n \alpha d^n \beta. \quad (2.4)$$

对低激发态, 体系表现为平衡点附近的小振动, 也就是说, 平均场的动效应主要表现在哈密顿矩阵对角线附近的非对角元, 沿用 Wigner 变换<sup>[3]</sup>的方法, 作变换,

$$\begin{aligned} \alpha &= x + \frac{1}{2} y, \\ \beta &= x - \frac{1}{2} y, \end{aligned} \quad d^n \alpha d^n \beta = d^n x d^n y, \quad (2.5)$$

把哈密顿量矩阵元、波函数和模函数作幂级数展开, 并保留到二次项, 可得:

$$\frac{\langle\alpha|H|\beta\rangle}{\langle\alpha|\beta\rangle} = H^{(0)}(x) + \frac{1}{8} H_{\mu\nu}^{(2)}(x) y_\mu y_\nu, \quad (2.6)$$

$$P f^*(\alpha) = P f^*(x) + \frac{1}{2} y_\mu \frac{\partial P f^*}{\partial x_\mu} + \frac{1}{8} y_\mu y_\nu \frac{\partial^2 P f^*}{\partial x_\mu \partial x_\nu}, \quad (2.7)$$

$$P f(\beta) = P f(x) - \frac{1}{2} y_\mu \frac{\partial P f}{\partial x_\mu} + \frac{1}{8} y_\mu y_\nu \frac{\partial^2 P f}{\partial x_\mu \partial x_\nu}, \quad (2.8)$$

$$\frac{\langle\alpha|\beta\rangle}{\langle\alpha|\alpha\rangle^{1/2}\langle\beta|\beta\rangle^{1/2}} = \exp\left(-\frac{1}{2} C_{\mu\nu} y_\mu y_\nu\right), \quad (2.9)$$

重复下标表示求和, 以下类同。把 (2.6) — (2.9) 式代入 (2.3) 和 (2.4) 式, 作正交变换后, 对  $y$  在  $(-\infty, \infty)$  积分, 再作逆正交变换, (2.3) 和 (2.4) 式可以表示为<sup>[4]</sup>

$$\langle\phi|\phi\rangle = \int F^+(x) F(x) d^n x, \quad (2.10)$$

$$\langle\phi|H|\phi\rangle = \int F^+(x) H^{(HP)}\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right) F(x) d^n x, \quad (2.11)$$

其中

$$H^{(\text{HP})}\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right) = H^{(0)} - \frac{1}{8} D_{\mu\nu} \frac{\partial^2 H^{(0)}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} + \frac{1}{8} D_{\mu\nu} H_{\mu\nu}^{(2)} + \frac{1}{8} \|C\|^{1/2} \frac{\partial}{\partial x_\mu} D_{\mu\rho} \frac{H_{\rho\sigma}^{(2)}}{\|C\|^{1/2}} D_{\sigma\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu}, \quad (2.12)$$

$$F(x) = (2\pi)^{n/4} \|C\|^{-1/4} \mathcal{N}^{1/2} P f(x), \quad (2.13)$$

$$\mathcal{N}^{1/2} = 1 + \frac{1}{4} \|C\|^{1/2} \left( \|C\|^{-1/2} D_{\mu\nu} \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \frac{1}{4} \frac{\partial \|C\|^{-1/2} D_{\mu\nu}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} \right), \quad (2.14)$$

$D_{\mu\nu}$  是  $C_{\mu\nu}$  的逆矩阵,  $D_{\mu\rho} C_{\rho\nu} = \delta_{\mu\nu}$ ,  $\|C\|$  是  $C_{\mu\nu}$  的行列式. 这样, 我们在 DGR-GCM 框架下, 给出哈密顿量的连续变量表示(2.12). 前三项是势能函数, 其中二三项是小量, 可以解释为动效应对静态平均场的影响, 即基态关联; 最后那项为动能项. 可见, 对不同的哈密顿量, 只要求出相应的  $H^{(0)}$ 、 $H^{(2)}$  和  $D_{\mu\nu}$ , 由(2.12)式就可以得到其连续变量表示.

### 三、IBM 的连续变量表示

对偶偶核的低激发态, 假设可用 sd 玻色子组成的 IBM 来描述, 哈密顿量可以表示为<sup>[11]</sup>,

$$H = \varepsilon n_d - \kappa Q \cdot Q - \kappa' L \cdot L \quad (3.1)$$

其中

$$\begin{aligned} n_d &= d^+ \cdot \tilde{d}, \\ Q_\mu &= d_\mu^+ s + s^+ \tilde{d}_\mu + \chi [d^+ \tilde{d}]_\mu^2, \\ L_\mu &= \sqrt{10} [d^+ \tilde{d}]_\mu^1. \end{aligned} \quad (3.2)$$

按 DGR-GCM, 连续变量由 IBM 的  $SU(6)$  群的相干态来定义,

$$|\alpha\rangle = \exp(\alpha_\mu d_\mu^+ s) |\phi_0\rangle, \quad (3.3)$$

其中

$$|\phi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} (s^+)^N |0\rangle,$$

$\alpha_\mu$  可取为实的连续变量<sup>[8]</sup>. 对  $SU(6)$  群, 其最大稳定子群的陪集可选为五维, 由(3.3)式可以得到模函数的微分方程<sup>[12]</sup>

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_\mu} \langle \alpha | \beta \rangle = \frac{\bar{\beta}_\mu N}{(1 + \bar{\beta}_\nu \alpha_\nu)} \langle \alpha | \beta \rangle, \quad (3.4)$$

解方程(3.4), 可以得到

$$\langle \alpha | \beta \rangle = (1 + \bar{\beta}_\nu \alpha_\nu)^N, \quad (3.5)$$

$N$  是总玻色子数. 类似地, 哈密顿量的矩阵元可以算出:

$$\begin{aligned} \frac{\langle \alpha | H | \beta \rangle}{\langle \alpha | \beta \rangle} &= -5N\kappa + (\varepsilon + 4\kappa - \chi^2\kappa - 6\kappa') N \alpha_\mu \bar{\beta}_\mu / (1 + \alpha \cdot \beta) \\ &\quad - \kappa N(N-1) (\alpha_\mu \bar{\alpha}_\mu + \beta_\mu \bar{\beta}_\mu + 2\alpha_\mu \bar{\beta}_\mu) / (1 + \alpha \cdot \beta)^2 \\ &\quad - \kappa \chi N(N-1) (\bar{\alpha}_\mu + \bar{\beta}_\mu) [\alpha \beta]_\mu^2 / (1 + \alpha \cdot \beta)^2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$-\kappa\chi^2 N(N-1)[\alpha\beta]_{\mu}^2[\alpha\beta]_{\bar{\mu}}^2/(1+\alpha\cdot\beta)^2.$$

作变换(2.5), (3.5)和(3.6)式可以表示为

$$\frac{\langle\alpha|\beta\rangle}{\langle\alpha|\alpha\rangle^{1/2}\langle\beta|\beta\rangle^{1/2}} = \exp\left(-\frac{1}{2}C_{\mu\nu}y_{\mu}y_{\nu}\right), \quad (3.7)$$

$$\frac{\langle\alpha|H|\beta\rangle}{\langle\alpha|\beta\rangle} = H^{(0)}(x) + \frac{1}{8}H_{\mu\nu}^{(2)}(x)y_{\mu}y_{\nu}, \quad (3.8)$$

其中

$$C_{\mu\nu} = \frac{N}{1+x\cdot x}\left(\delta_{\mu\nu} - \frac{x_{\mu}x_{\nu}}{1+x\cdot x}\right), \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} H^{(0)}(x) &= -5N\kappa + (\varepsilon + 4\kappa - \chi^2\kappa - 6\kappa')Nx\cdot x/(1+x\cdot x) \\ &\quad - 4\kappa N(N-1)x\cdot x/(1+x\cdot x)^2 - 4\kappa\chi N(N-1)x_{\mu}[xx]_{\mu}^2/(1+x\cdot x)^2 \\ &\quad - \kappa\chi^2 N(N-1)[xx]_{\mu}^2[xx]_{\bar{\mu}}^2/(1+x\cdot x)^2, \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$H_{\mu\nu}^{(2)}(x) = h^{(2)}(x)\delta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}^{(2)}(x), \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} h^{(2)}(x) &= -2N(\varepsilon + 4\kappa - \chi^2\kappa - 6\kappa')/(1+x\cdot x)^2 \\ &\quad - 16\kappa N(N-1)x\cdot x/(1+x\cdot x)^3 - 16\kappa\chi N(N-1)x_{\mu}[xx]_{\mu}^2/(1+x\cdot x)^3 \\ &\quad - 4\kappa\chi^2 N(N-1)[xx]_{\mu}^2[xx]_{\bar{\mu}}^2/(1+x\cdot x)^3, \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} h_{\mu\nu}^{(2)}(x) &= 8\kappa\chi N(N-1)C_{\mu\bar{\nu}}^{2\sigma}x_{\bar{\sigma}}/(1+x\cdot x)^2 \\ &\quad + 4\kappa\chi^2 N(N-1)C_{\mu\alpha,2\beta}^{2\sigma}C_{\bar{\mu},2\nu}^{2\bar{\sigma}}x_{\alpha}x_{\beta}/(1+x\cdot x)^2, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$D_{\mu\nu} = \frac{1+x\cdot x}{N}(\delta_{\mu\nu} + x_{\mu}x_{\nu}). \quad (3.14)$$

把(3.10)–(3.14)式结合(2.12)式,即得 IBM 的连续变量表示。这正是 BMM 哈密顿量的一般形式,可见,在低激发近似下,IBM 与 BMM 是一致的。

对形变核,体系存在集体转动,通常变换到内禀坐标中讨论,作坐标变换:

$$\{x_{\mu}\} \rightarrow \{a_0, a_2, \theta_i\} = \{q_{\mu}\},$$

$\theta_i$  为欧拉角,  $a_0, a_2$  与形变有关,可以得到<sup>[12]</sup>

$$x_{\mu} = D_{\mu\nu}^{2*} a_{\nu}, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_{\mu}} = D_{\mu\nu}^2 U_{\nu\sigma} \frac{\partial}{\partial q_{\sigma}}, \quad (3.16)$$

其中

$$U_{\nu\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2g_3}} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2g_1}} & 0 & \frac{-i}{\sqrt{2g_2}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2g_1}} & 0 & \frac{i}{\sqrt{2g_2}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2g_3}} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial}{\partial g_{\sigma}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial a_0} \\ L_1 \\ L_3 \\ L_2 \\ \frac{\partial}{\partial a_2} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

把(3.10)–(3.14)式代入(2.12)式,作(3.15)和(3.16)式的变换,经过一些运算<sup>[12]</sup>, IBM 在内禀坐标中的连续变量表示为

$$H = -\frac{1}{2J} \frac{\partial}{\partial a_\kappa} J(B^{-1})_{\kappa\lambda} \frac{\partial}{\partial a_\lambda} + \frac{1}{2G_\kappa} L_\kappa^2 + V(a_0, a_2), \quad (3.18)$$

$J$  是 Jacobi 行列式,  $\kappa, \lambda = 0, 2$ .  $B_{\kappa\lambda}$  是质量参数,  $G_\kappa$  是转动惯量, 它们与  $a_0, a_2$  和 IBM 参数有关<sup>[12]</sup>.  $L_\kappa$  是角动量,  $V(a_0, a_2)$  是静态近似下的势能函数, 即  $H^{(0)}(x)$  在内禀坐标中的形式.

#### 四、IBM 势能面分析及其连续变量表示解

引入 Bohr 形状参数  $(\beta, \gamma)$ <sup>[13]</sup>, 势能函数可以写为

$$\begin{aligned} V(\beta, \gamma) = & -5N\kappa + (\varepsilon + 4\kappa - \chi^2\kappa - 6\kappa')N\beta^2/(1 + \beta^2) \\ & - 4\kappa N(N-1)\beta^2/(1 + \beta^2)^2 + 4\sqrt{\frac{2}{7}}\kappa\chi N(N-1)\beta^3 \cos 3\gamma/(1 + \beta^2)^2 \\ & - \frac{2}{7}\kappa\chi^2 N(N-1)\beta^4/(1 + \beta^2)^2. \end{aligned} \quad (4.1)$$

通过分析势能函数极小值的性质和位置, 可以得到平均场的形态(详见文献[12]), 极小值的位置对应体系平衡点位置  $(\beta_0, \gamma_0)$ .

应该指出, 核形变是不能直接测量的, 形变参量  $\beta_0$  是与模型有关的. 因此, IBM 连续变量表示给出的平衡点  $\beta_0$  在数值上有别于 BMM 所求得的.

对球形核和强形变核, 势阱较深, 集体激发对平衡点影响不大, 在初步分析中可以认为平衡点是不变的, 把有关参数取平衡点处之值, 来求解动力学方程.

对球形核, 哈密顿量(2.12)式, 可简化为

$$H_s(x) = -\frac{1}{2B} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial}{\partial x_\mu} + \frac{1}{2} C x_\mu x_\mu + H'(x), \quad (4.2)$$

其中

$$H'(x) = -4\kappa\chi N(N-1)x_\mu [xx]_\mu^2 - \kappa\chi^2 N(N-1)[xx]_\mu^2 [xx]_\mu^2.$$

可见, 球形核对应的是五维非谐振子,  $B$  为质量参数,  $C$  为恢复力参数, 它们与 IBM 参数有关<sup>[12]</sup>,  $H'(x)$  是非谐项. 体系表现为原点附近的非谐振动. 对谐振子部分, 可以引入声子算子, 得到其解. 对非谐项, 可以用微扰论处理.

对轴对称形变, 令

$$\begin{aligned} a_0 &= \beta_0 + \zeta, \\ a_2 &= 0 + \eta. \end{aligned} \quad (4.3)$$

哈密顿量(3.18)可以表示为

$$H_D = H_{\text{rot}} + H_{\text{vib}} + H_{\text{rot, vib}}, \quad (4.4)$$

其中

$$H_{\text{rot}} = \frac{1}{2G_0}(L^2 - L_3^2) + \frac{1}{16B_2\eta^2} L_3^2, \quad (4.5)$$

$$H_{\text{vib}} = -\frac{1}{2B_0} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{4B_2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} C_0 \zeta^2 + C_2 \eta^2 - \frac{1}{16B_2 \eta^2}, \quad (4.6)$$

$$H_{\text{rot, vib}} = \frac{L^2 - L_3^2}{4G_0} \left( 2 \frac{\eta^2}{\beta_0^2} - 2 \frac{\zeta}{\beta_0} - \zeta \frac{\zeta^2}{\beta_0^2} \right) + \frac{L_+^2 - L_-^2}{4G_0} \left( 2 \sqrt{6} \frac{\xi \eta}{\beta_0^2} - \frac{2}{3} \sqrt{6} \frac{\eta}{\beta_0} \right). \quad (4.7)$$

$H_{\text{rot}}$  是哈密顿量中转动部分,  $H_{\text{vib}}$  是振动部分,  $H_{\text{rot, vib}}$  是转振耦合项, 运动参数 ( $B_0, B_2, G_0$ ) 与平衡点  $\beta_0$  和 IBM 参数有关<sup>[12]</sup>. 在大形变核, 集体转动频率远低于振动频率, 故转振耦合项是小量, 可以用微扰论处理. 对转动和振动部分, 能量本征方程为

$$\left\{ \frac{1}{2G_0} (L^2 - L_3^2) + \frac{1}{16B_2 \eta^2} (L_3^2 - 1) - \frac{1}{2B_0} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{4B_2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} C_0 \zeta^2 + C_2 \eta^2 \right\} \phi(\zeta, \eta, \theta_i) = E \phi(\zeta, \eta, \theta_i). \quad (4.8)$$

按文献[13]的方法, 可以得到方程(4.8)的解. 能量本征值

$$E_{1K n_2 n_0} = [I(I+1) - K^2] \frac{1}{2} \varepsilon + \left( \frac{1}{2} K + 1 + 2n_2 \right) E_r + \left( n_0 + \frac{1}{2} \right) E_\beta, \quad (4.9)$$

其中

$$\varepsilon = \frac{1}{G_0}; \quad E_\beta = \sqrt{\frac{C_0}{B_0}}; \quad E_r = \sqrt{\frac{C_2}{B_2}}. \quad (4.10)$$

波函数

$$\phi(\zeta, \eta, \theta_i) = \left[ \frac{(2I+1)}{16\mu^2(1+\delta_{K0})} \right]^{1/2} [D_{MK}^{I*}(\theta_i) + (-1)^I D_{M-K}^{I*}(\theta_i)] \chi_{K n_2}(\eta) |n_0\rangle, \quad (4.11)$$

其中

$$K = 0, 2, 4, \dots$$

$$I = 0, 2, 4, \dots \text{对 } K = 0$$

$$I = K, K+1, K+2, \dots \text{对 } K \neq 0$$

$\chi_{K n_2}(\eta)$  的函数形式见文献[13]. 可见, 轴对称强形变核, 表现为集体转动和  $\beta, \gamma$  振动, 这与 BMM 结果是一致的. 对  $\gamma$  不稳定系统, 另文讨论.

## 五、数值计算

应用势能函数(4.2), 给出 Gd 同位素  $\beta$ - $\gamma$  空间的等势图, 见图 1, 2.

从图 1 可以看出: (1)  $^{150, 152}\text{Gd}$  的势能不存在  $\beta > 0$  的极小值, 这是球形振动的特征; (2) 等势线随  $\gamma$  的变化, 体现出振动具有一定的非谐性. 从图 2 可以看出: (1)  $^{154, 158}\text{Gd}$  在  $\gamma = 0, \beta > 0$  处, 势能存在一个极小值, 它们表现出轴对称形变; (2) 在  $35^\circ < \gamma < 50^\circ$  区域, 势能较高, 这是长椭球形变; (3) 质量数大的核,  $\beta_0$  大, 势阱深, 形变较稳定.

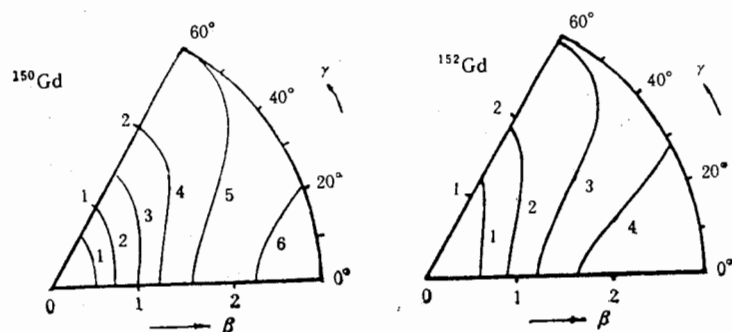


图 1

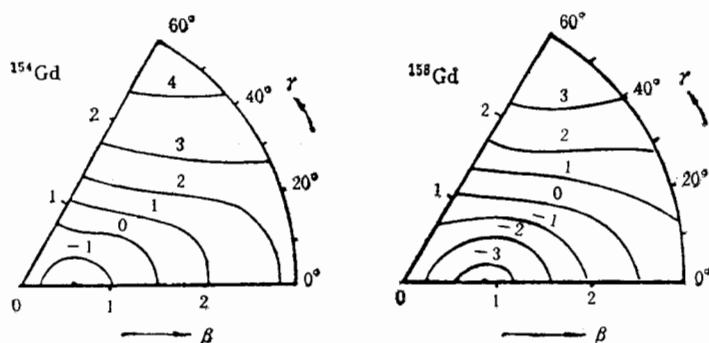


图 2

等势线上的数字是势能值. 单位: MeV

(Gd 的其它同位素结果, 详见文献[12]).

可见, Gd 同位素的势能面是从球形过渡到轴对称形变.

应用 IBM 连续变量表示解, 计算 Gd 同位素能谱, 并比较 IBM 代数解和实验值, 见表 1—4.

从数值结果看, 三者符合得很好, 其中低激发态符合得比高激发态好, 其原因可能来自两方面: (1) 由于动量展开近似, 在高激发态, 与速度有关的作用被忽略了; (2) 在形

表 1

$^{150}\text{Gd}$ $N = 9$ $\beta_0 = 0$ $\chi = 2$			
$\varepsilon = 848$ $\kappa = 8.9$ $\kappa' = 1.3$			
$J_K$	实验值	几何解	代数解
$0_g$	0	0	0
$2_g$	638.0	629.2	657.8
$4_g$	1288.4	1281.6	1310.4
$6_g$	1936.8		1974.1
$0_\beta$	1207.2	1273.0	1252.0
$2_\beta$	1518.5		1986.1
$2_\gamma$	1430.5	1421.4	1449.6
$3_\gamma$	1988.0		2229.9

表 2

$^{152}\text{Gd}$ $N = 10$ $\beta_0 = 0$ $\chi = 2$			
$\varepsilon = 640$ $\kappa = 9.7$ $\kappa' = 1.3$			
$J_K$	实验值	几何解	代数解
$0_g$	0	0	0
$2_g$	344.3	335.2	355.8
$4_g$	755.4	708.0	716.1
$6_g$	1227.3		1108.5
$0_\beta$	615.4	694.1	654.5
$2_\beta$	930.6		931.6
$2_\gamma$	1109.2	1062.5	1222.2
$3_\gamma$	1434.0		1529.0

表 3

$^{154}\text{Gd}$   $N = 11$   $\beta_0 = 0.64$   
 $s = 509.8$   $\kappa = 18.2$   
 $\chi = -0.984$   $\kappa' = 1.3$

$J_K$	实验值	几何解	代数解
$0_g$	0	0	0
$2_g$	122.1	110.0	123.2
$4_g$	371.0	366.8	355.8
$6_g$	717.7	770.2	681.6
$8_g$	1144.5	1320.3	1090.0
$10_g$	1637.2	2017.2	1573.9
$0_\beta$	680.7	674.3	680.0
$2_\beta$	815.5	784.3	881.8
$4_\beta$	1047.6	1041.1	1210.9
$6_\beta$	1365.9	1444.5	1604.8
$8_\beta$	1756.7	1994.7	
$10_\beta$	2194.5	2691.5	
$2_\gamma$	996.3	923.9	1052.5
$3_\gamma$	1127.8	1033.9	1190.9
$4_\gamma$	1263.8	1180.6	1457.9
$5_\gamma$	1432.3	1364.0	1577.1
$6_\gamma$	1606.6	1584.1	1925.2

表 4

$^{158}\text{Gd}$   $N = 13$   $\beta_0 = 0.85$   
 $s = 400.2$   $\kappa = 22.2$   
 $\chi = -0.785$   $\kappa' = 1.3$

$J_K$	实验值	几何解	代数解
$0_g$	0	0	0
$2_g$	79.5	79.0	76.5
$4_g$	261.4	263.4	250.4
$6_g$	539.0	553.3	515.1
$8_g$	904.4	948.5	864.6
$10_g$	1350.5	1449.1	1293.8
$0_\beta$	1196.1	1181.8	1191.8
$2_\beta$	1259.8	1260.8	1323.1
$4_\beta$	1406.6	1445.3	1577.0
$6_\beta$		1735.1	1934.6
$8_\beta$		2130.3	2380.8
$10_\beta$		2631.0	2906.3
$2_\gamma$	1187.1	1143.6	1161.1
$3_\gamma$	1265.5	1222.6	1273.9
$4_\gamma$	1358.4	1328.1	1375.1
$5_\gamma$	1481.4	1459.8	1554.3
$6_\gamma$		1617.9	1671.0

注: 1. IBM 参数取自文献[5]( $^{150}\text{Gd}$ )和文献[11]( $^{154}\text{Gd}$ ), 其余核是在此基础上拟合能谱实验值得到。  
 2. 实验值取自文献[14]

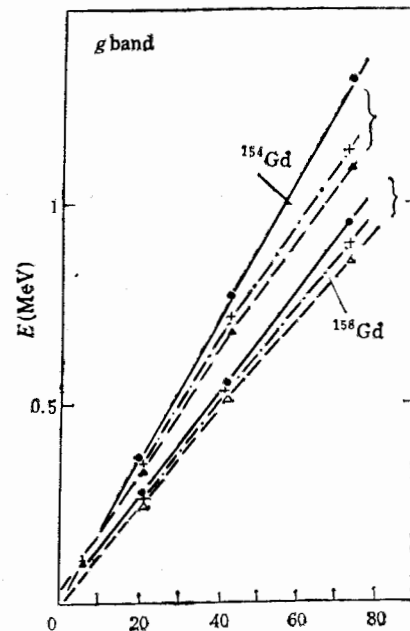
变核中, 形变近似地取为常数, 在高角动量态, 离心势所产生的影响被忽略了。

对形变核, 分析基态的性质, 见图 3。从图可以看出: (1) 在低激发态, 几何解和代数解与实验值符合得很好, 随着转动能的增大, 几何解和代数解与实验值都有一定偏离; (2) 几何解给出  $E(I(I+1))$  是一条直线, 这是由于把转动惯量取为常数所造成的; (3) 质量数大的核, 直线斜率小, 这对应转动惯量大, 形变稳定, 几何解接近实验值和代数解。

### 六、总 结

运用 DGR-GCM 来给出 IBM 的连续变量表示, 相当于一种广义的表象变换, 所以, 能够清楚地表明在什么条件下, IBM 与 BMM 相当。

在 IBM 的连续变量表示中, 跟 BMM 一样,



●——几何解, ▲——代数解, +——实验值

图 3



用5个相应于四极形变的实变量来表达集体运动。但只有在低激发近似下,保留到动量的二次项时,才给出与BMM相当的形式。保留动量高次项,就涉及与速度有关的作用。

表面看来,BMM的一些物理量为函数形式,而IBM中只涉及一些参量。但实际上,在低激发近似下,BMM中的函数可在平衡点附近展开为多项式,因此,也只涉及到一些参量。从具体的计算可以清楚地看到这一点。所以,从结果的拟合上,在低激发近似下,这两种模型也是一致的。

从根本上讲,必须从核子系统的性质出发来导出核集体模型。对同一物理问题,虽然可能给出不同形式的核集体模型,但它们有必然的联系。在导出这些集体模型时,总会涉及一些近似,因此,只能在近似条件成立时,两个模型才能给出一致的结果。在高激发态,更严重的问题是不同的非集体态上的集体带的混杂。无论是BMM还是IBM都没有考虑到这种因素。严格说来,它们主要只适用于低激发态。

从Gd同位素能谱的数值结果看,肯定了在低激发近似下两种模型是一致的。这表明本文所讨论的求连续变量表示的方法在低激发条件下是合适的。因此,可以运用这方法于核子系统导出BMM哈密顿量。这一工作将另文发表。

第一作者感谢戴子高同志的有益讨论。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] A. Arima, F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 1069. *Ann. Phys. (N. Y.)*, **99**(1976), 253; **111** (1978), 201; **123**(1979), 468.
- [ 2 ] A. Bohr, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **26**(1952), 1.  
A. Bohr, B. R. Mottelson, "Nuclear structure Vol. 2" (Benjamin, New York, 1975.)
- [ 3 ] J. N. Ginocchio, M. W. Kirson, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 1744.  
M. W. Kirson, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **143**(1982), 448.  
A. E. L. Dieperink, O. Scholten, *Nucl. Phys.*, **A346**(1980), 31.
- [ 4 ] A. E. L. Dieperink, *Progress in Particle and Nuclear Physics* Vol. 9 Pergamon Press Oxford, p. 128.
- [ 5 ] Fu De-ji, Ji De-huang, *Chinese Journal of Nuclear Physics*, **11**(1989), 21. Xu Gong-ou, *Nucl. Phys.*, **A421** (1984), 275.  
傅德基,潘为平,高能物理与核物理,**11**(1987),522.  
徐躬耦,杨亚天,高能物理与核物理,**8**,(1984),352.
- [ 6 ] D. H. Feng, R. Gilmore, S. R. Deans, *Phys. Rev.*, **C23**(1981), 1254.
- [ 7 ] Xu Gong-ou, Wang Shun-ji, yang Ya-tain, *Phys. Rev.*, **C36**(1987), 4.  
徐躬耦,中国科学,**6**(1974),547.
- [ 8 ] Xu Gong-ou, Yang Yi, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 1257.
- [ 9 ] E. P. Wigner, *Phys. Rev.*, **40**(1932), 749.
- [ 10 ] Xu Gong-ou, Li Fu-li and Fu De-ji, *Phys. Rev.*, **C43**(1991), 1216.
- [ 11 ] P. O. Lipas et al., *Phys. Lett.*, **B155**(1985), 295.
- [ 12 ] 梁世东,硕士学位论文,上海原子核研究所,(1990).
- [ 13 ] J. M. Eisenberg, W. Greiner, "Nuclear Models" London, 1970), p36, p143.
- [ 14 ] P. O. Lipas et al., *Phys. Scripta*, **27**(1983), 8.

## Comparison Between IBM and BMM; the Continuous Variables Representation Under the low Excitation Approximation.

LIANG SHIDONG

(Guangdong Foshan University, 528000)

FU DEJI

(Institute of Nuclear Research, Shanghai, 201800)

XU GONGOU

(Nanjing University, 210008)

### ABSTRACT

By using the generator coordinate method approach to the dynamic group representation (DGR-GCM), the continuous variables representation of IBM is obtained under the low excitation approximation and is compared with BMM. Not only the relation between the mean field and the dynamical symmetry has been analysed but the spherical nuclei as well as deformed nuclei have been discussed in an unified way. The accuracy and available extent of the continuous variables representation is demonstrated by means of analysing the potential surface and the spectra of Gd isotopes. The results have been compared with the experimental data and the algebraic solution of IBM (PHINT CODE).