

Z⁰共振峰线形的拟合*

金炳年 许亚娣

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

摘 要

本文描述了拟合 Z⁰ 峰线形的整个过程; 讨论了 Z⁰ 能区 e⁺e⁻ → f \bar{f} 反应截面的各种辐射修正; 给出了截面测量中系统误差的主要来源及其在拟合中的考虑; 并以 Z⁰ 的一个轻子衰变道 $\tau^+\tau^-(\gamma)$ 为例, 说明拟合 Z⁰ 峰线形得到 Z⁰ 质量、衰变总宽度及 $\tau^+\tau^-(\gamma)$ 道衰变分宽度的方法。文中还对不同的理论计算程序作了简单的分析和比较。

一、引 言

在粒子物理实验的数据分析过程中, 常运用曲线拟合的方法来估计参数值。对于目前的 Z⁰ 能区 e⁺e⁻ 对撞实验研究来说, Z⁰ 峰的质量 (m_Z) 和衰变宽度 (Γ_Z) 等是首先要确定的参数。这些参数是通过测量 Z⁰ 峰附近几个能量 (\sqrt{S}) 点的反应截面, 并将它们与理论计算的截面公式即 Z⁰ 峰的线形进行拟合得到的。下面以 Z⁰ 的一个衰变道 $\tau^+\tau^-(\gamma)$ 为例^[1], 说明通过拟合这一衰变道的 Z⁰ 峰线形来确定 M_Z 、 Γ_Z 以及 Z⁰ 衰变为 $\tau^+\tau^-(\gamma)$ 的分宽度的方法。所用数据取自 L3 组在 1990 年 3 月至 8 月间采集的 LEP 的 e⁺e⁻ 对撞数据, 其质心系能量从 88.2 GeV 至 94.2 GeV, 总积分亮度为 5.83 Pb⁻¹, 相应的总 Z⁰ 事例数 $\sim 1.3 \times 10^5$ 个, 在去掉探测器某部份工作不正常时的事例后, 从总积分亮度为 5.15 Pb⁻¹ 的事例中挑选出 2575 个好的 e⁺e⁻ → $\tau^+\tau^-(\gamma)$ 事例。

二、e⁺e⁻ → f \bar{f} 的理论截面公式

根据标准模型, 在 Z⁰ 能区, 若忽略 Higgs 传播子的贡献, e⁺e⁻ → f \bar{f} 反应的最低阶费曼图如图 1 所示。由此可以得到最低阶的截面公式(忽略费米子的质量):

$$\sigma_{ff}^0 = \frac{4\pi\alpha^2 Q_f^2 N_c^f}{3S} + \frac{S}{(S - M_Z^2)^2 + (M_Z \Gamma_Z^0)^2} \left[\frac{I(S - M_Z^2)}{S} + \frac{12\pi \Gamma_Z^0 \Gamma_f^0}{M_Z^2} \right], \quad (1)$$

本文于 1991 年 7 月 3 日收到。

* 国家自然科学基金资助。

其中 Γ_Z^0 是 Z^0 衰变总宽度的最低阶表达式,

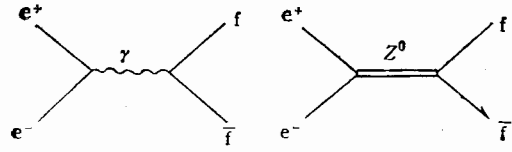


图 1

$$\Gamma_Z^0 = \sum_f \Gamma_f^0 = \sum_f \frac{G_\mu M_Z^3 N_c^f}{6\pi\sqrt{2}} \times (g_V^f{}^2 + g_A^f{}^2); \quad (2)$$

$$I = \frac{2\pi\alpha^2 N_c^f}{3\sin^2\theta_w \cos^2\theta_w} g_V^e g_V^f Q_f;$$

$g_V^f = I_3^f - 2Q_f \sin^2\theta_w$, $g_A^f = I_3^f$ 分别是

矢量和轴矢量的中性流耦合常数.

在实际测量中,应考虑各种辐射修正的存在,若只考虑单圈修正,可分为“QED 修正”和“弱修正”两大类.

“QED 修正”是指在玻恩图(图 1)上加一条额外的光子线,可以是真实的韧致辐射光子,也可以是虚光子圈(如图 2),它包括初态辐射、末态辐射和初末态干涉的修正.这一修正与对末态费米子的切割有关,一般地,若对末态费米子不加任何切割,此时末态辐射修正和初末态干涉的修正与初态辐射修正相比是很小的,一般可以忽略,而初态 QED 修正对 Z^0 峰线形的影响很大,可使 Z^0 峰的峰值下降 30% 左右.

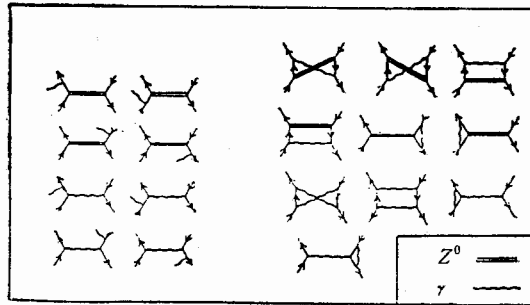


图 2 QED 修正

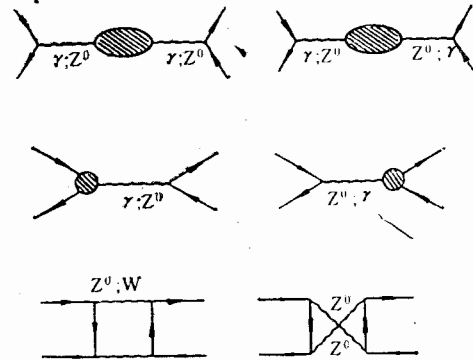


图 3 弱修正

“弱修正”是指除 QED 修正以外的所有单圈图(如图 3),它包括传播子修正、顶点修正以及交换两个重玻色子(W、Z)的 box 图的贡献.弱修正不影响截面的形式,它只是将原来公式中一些参数(如 g_V^f 、 g_A^f 、 $\sin^2\theta_w$ 、 Γ_f^0 等)的定义作了修正,使变为有效参数(\bar{g}_V^f 、 \bar{g}_A^f 、 $\sin^2\bar{\theta}_w$ 、 Γ_f 等),我们在拟合中得到的参数就是这些重新定义的有效参数值,另外,还将式(1)中的 α 变为 $\alpha(M_Z^2)$, $(M_Z \Gamma_Z^0)$ 变为 $(S \Gamma_Z / M_Z)$,在此将不对弱修正作具体的讨论.

考虑初态 QED 修正,反应截面就要对初态辐射谱作积分:

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{S} \int_{S_0}^S \tilde{\sigma}_{\text{eff}}(S') \cdot G(S') dS', \quad (3)$$

其中的 $\tilde{\sigma}_{\text{eff}}(S')$ 表示仅考虑弱修正后的截面,其形式与 $\sigma_{\text{eff}}(S)$ 相似; $G(S')$ 是初态辐射谱; S_0 是最小的末态费米子对的不变质量.

三、实验测量及主要的误差来源

若扣除本底的影响,实验测量的反应截面由下式得到:

$$\sigma(\sqrt{S}) = \frac{N(\sqrt{S})(1-B)}{A \cdot L}, \quad (4)$$

其中 B 为 Monte-Carlo 研究得到的各种本底的总本底率, A 为事例的接收度。这一截面的统计误差为:

$$\Delta\sigma(\sqrt{S}) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (5)$$

表 1 反应 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)$ 截面测量值^[1]

\sqrt{S} (GeV)	N	L (nb ⁻¹)	$\sigma \pm \Delta\sigma$ (nb)
88.227	39	341.14	0.237 ± 0.039
89.230	85	409.20	0.431 ± 0.048
90.231	140	322.84	0.900 ± 0.078
91.225	1891	2744.38	1.430 ± 0.034
92.221	191	370.30	1.071 ± 0.079
93.225	133	476.56	0.579 ± 0.051
94.219	96	482.14	0.413 ± 0.043
total	2575	5146.58	

表 1 给出了不同 \sqrt{S} 的 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)$ 反应截面的测量值及统计误差。

根据式(4),测量截面的系统误差来源主要包括:

1) 事例选择(1.83%): 选择 $\tau^+\tau^-(\gamma)$ 事例时,每一选择条件中 Cut 大小的选取带来的截面相对变化。

2) 接收度(0.5%)和本底率(0.22%)的确定: 在对 M. C. 模拟事例进行研究时,因 M.C. 统计造成的接收度和本底率的误差。

3) 亮度测量(0.9%)^[2]: 来自亮度测量的误差包括亮度触发、量能器几何、Bhabha 事例选择、M.C. 统计以及理论计算带来的系统误差等。

以上误差平方相加后开方,得到总体的系统误差为 2.1%。

四、线形拟合

考虑到系统误差 (σ_n) 造成截面测量值的整体移动及由此引起各测量值误差的相关性^[3],我们定义似然函数

$$\mathcal{L} \propto \prod_{i=1}^N \exp \left[-\frac{(f-1)^2}{2\sigma_n^2} - \frac{(fR_i - R_i^*)^2}{2f^2(\Delta\sigma_i)^2} \right]. \quad (6)$$

这里引入了总体归一因子 f ,它反映系统误差 σ_n 引起的截面测量值的整体移动大小。假

设 f 是平均值为 1, 方差为 σ_n^2 的高斯分布, 可以通过求下列 χ^2 的最小值来优化似然函数:

$$\chi^2 = \frac{(f-1)^2}{\sigma_n^2} + \sum_{i=1}^N \frac{(fR_i - R_i^*)^2}{f^2(\Delta\sigma_i)^2}. \quad (7)$$

在拟合过程中, f 作为自由参数与其他参数(如 $M_Z, \Gamma_Z, \Gamma_\tau$ 等)同时作拟合. 式(7)中的 R_i 为各个能量点上测得的反应截面; $\Delta\sigma_i$ 为反应截面的测量统计误差; R_i^* 则为相应的理论计算值, 它是拟合参数 M_Z, Γ_Z 等的函数, 由第 2 节中描述的方法计算得到. 在具体拟合中, 它可由不同分析程序如 CAHN^[4], ZBATCH^[5], ZFITTER^[6] 等计算. 这些程序中所包含的辐射修正和计算方法不完全一致, 得到的截面也略有差别.

CAHN 中只考虑了初态 QED 修正, 未包括弱修正和末态 QED 修正; ZBATCH 包括了初态、末态 QED 修正和弱修正, 但未包括 box 图的贡献; ZBATCH 所用的不是解析公式, 而是按照标准模型计算的, 其中有大量的计算是 S 无关的, 需花费大量的机时; 而 ZFITTER 则考虑了各种 QED 修正和弱修正. 由这些程序计算得到的 $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ 反应截面相差 2% 以下. 表 2 给出了不同程序计算得到的截面值, 其中所用的参数为 $M_Z = 91.186\text{GeV}$, $m_t = 120\text{GeV}$, $M_H = 100\text{GeV}$, $\alpha_s = 0.12$.

表 2 用不同程序计算的理论截面比较

\sqrt{s} (GeV)	σ_{CAHN} (nb)	σ_{ZBATCH} (nb)	σ_{ZFITTER} (nb)
88.227	0.2355	0.2373	0.2322
89.224	0.4268	0.4287	0.4226
90.226	0.9063	0.9071	0.8973
91.224	1.5020	1.4990	1.4793
92.220	1.0675	1.0666	1.0563
93.224	0.6186	0.6200	0.6142
94.219	0.4027	0.4051	0.4001

我们选用修正较完整的 ZFITTER 同拟合程序包 MINUIT^[7] 连接, 来拟合 $\tau^+\tau^-(\gamma)$ 的反应截面. ZFITTER 不仅用解析公式计算了 e^+e^- 对撞的 $f\bar{f}$ 末态反应截面, 而且也可以计算前后不对称性以及末态费米子的角分布, 其中包括的弱修正精确到 $O(\alpha)$; 初态、末态韧致辐射的修正包括一阶、二阶的指数形式的修正; 另外, 还包括了一阶 $O(\alpha, \alpha_s)$ 的 QCD 修正等, 具体近似公式详见文献[8].

拟合结果列于表 3 中, 其中参数的误差包括了系统误差和统计误差, 表中同时给出了标准模型的预定值. 图 4 为拟合得到的 Z^0 峰线形.

表 3 拟合结果

	M_Z (GeV)	Γ_Z (GeV)	Γ_τ (MeV)
ZFITTER	91.186 ± 0.068	2.566 ± 0.120	84.59 ± 3.53
标准模型	91.186	2.489	83.4
CAHN	91.189 ± 0.069	2.562 ± 0.120	84.47 ± 3.42

若用 CAHN 拟合,得到的参数与 ZFITTER 的结果在 0.2% 精度内是一致的,见表 3.

五、讨 论

选用不同的分析程序拟合 Z^0 峰线形引起的误差是很小的,拟合参数的误差主要来自数据的统计性,随着新数据的不断积累,或者将轻子道数据与统计性高的强子数据同时拟合,可以提高参数的精度^[1,2]. 文献[2]中给出了 L3 组 1991 年实验数据各道同时拟合的结果. L3 组的北京高能物理所小组参加了 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)$ 道的数据分析. 本文所用的截面测量值(表 1)是北京分析的结果,它与文献[2]给出的结果在误差范围内是一致的,这使我们更加确信事例选择和拟合方法的可靠性.

感谢唐孝威同志的关心和支持,感谢陈和生、童国梁、陈国明等 L3 组北京组各位成员的合作和帮助.

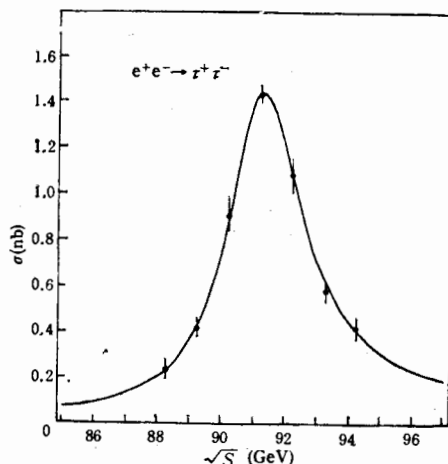


图 4 拟合得到的 Z^0 峰线形

参 考 文 献

- [1] 许亚娣, 硕士学位论文(1991).
- [2] L3 Collaboration: *Z. Phys.* **C15**(1991), 179.
- [3] W. de Boer, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, **A278**(1989), 687.
- [4] R. N. CAHN, *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 2666.
- [5] G. Burgers, CERN preprint CERN-TH-5119/88 (1988).
- [6] D. Bardin et al., *Nucl. Phys.*, **B351**(1991), 1.
- [7] F. James and M. Roos, MINUIT manual, CERN-D506(1989).
- [8] D. Bardin et al., *Z. Phys.*, **C44**(1989), 493.

Z^0 Line Shape Fit

JIN BINGNIAN XU YADI

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)

ABSTRACT

We state a fitting method of the Z^0 line shape. We discuss the radiative corrections for calculating the theoretical cross sections of $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ on Z^0 resonance, and compare the results from different programs. The systematic measurement errors are taken into account in our fitting. As an example, we fit the $\tau^+\tau^-$ channel Z^0 line shape to determine some Z^0 parameters.