第16卷 第11期 高能物理与核物理 Vol. 16, No. 11
1992年11月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1992

量子 Lie 超代数 $SL_q(2/1)$ 的不可约表示

于 祖 荣*
(同济大学物理系，上海 200092)

摘 要

本文指出满足 Serre 关系的某些 $SL_q(2/1)$ 的生成元，可以认作是 $SL_q(2)$ 的 $\frac{1}{2}$ 阶张量算符，它们的约化矩阵可以通过一组递推公式算出。因此，$SL_q(2/1)$ 的不可约表示可以完全被决定。

一、引 言

最近有关量子群和量子代数的文献很多。虽然至今还没有关于量子代数的直接的物理解释和应用，但在某些简单的物理模型中，已认为存在这类对称性。例如在不对称的 Heisenberg 自旋链 (XYZ 模型)[1,2]、量子光学[3]、核的转动激发[4,5]以及共形场理论中[6,7]等等。

量子 Lie 超代数在文献上也出现过[8-10]，但就我们所知，关于它们的不可约表示理论还未涉及。本文将给出一个构造 $SL_q(2/1)$ 代数的不可约表示的方法，它是我们前面工作的推广[11]，也是完全平行于经典 Lie 代数 $SU(2/1)$ 的工作的[12]。

本文第二节，将写下 $SL_q(2/1)$ 代数及其 q 振子实现。第三节将引入两个辅助算符 (x_3', y_3')，并导出它们的 Serre 类关系。同时指出 (x_3', y_3') 及 $SL_q(3)$ 的生成元 (x_2, y_2) 是 $SL_q(2)$ 的 $\frac{1}{2}$ 阶张量类算符，它们的不可约矩阵元可以由一个轮换公式计算，因而 $SL_q(2/1)$ 的不可约表示问题完全得到解决。在第四节，我们将给出 $SL_q(2/1)$ 的不可约表示。

二、量子 Lie 超代数 $SL_q(2/1)$

象经典 Lie 超代数 $SU(2/1)$ 一样，我们用 Chevalley 基[8,13]：h_i, x_i 和 $y_i (i=1,2)$，满足

$$[h_1, h_2] = 0 \tag{1a}$$

$$[h_i, x_j] = a_{ij}x_j, \quad [h_i, y_j] = -a_{ij}y_j, \quad i, j = 1, 2. \tag{1b}$$

本文 1991 年 9 月 7 日收到.

* 中国科学院理论物理研究所，北京 100080;

$$[x_1,y_1]=[h_1],\ [x_2,y_2]=[h_2]. \tag{1c}$$

和 Serre 关系

$$x_1^2x_2+x_2x_1^2=[2]x_1x_2x_1, \tag{1d}$$

$$y_1^2y_2+y_2y_1^2=[2]y_1y_2y_1 \tag{1e}$$

其中 $[a,b]=ab-(-1)^{p(a)\cdot p(b)}ba$，$p(a)=\pm 1$，视 a 是偶元素或奇元素而定。$[f]=(q^f-q^{-f})/(q-q^{-1})$，$f$ 是一个数或算符。$A=(a_{ij})$ 是 Cartan 矩阵，我们选 $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$，于是 $p(x_1)=p(y_1)=0$，$p(x_2)=p(y_2)=1$。

在文献[8]中，$SL_q(2/1)$ 的另两个算符 x_3,y_3 定义为

$$x_3=(\mathrm{ad}x_1)_qx_2=x_1x_2-qx_2x_1, \tag{2a}$$

$$y_3=(\mathrm{ad}y_2)_qy_1=y_2y_1-q^{-1}y_1y_2, \tag{2b}$$

这里映射“ad”为伴随表示[8,11,13]。x_3 和 y_3 满足

$$x_1^2x_3+x_3x_1^2=[2]x_1x_3x_1, \tag{3a}$$

$$y_1^2y_3+y_3y_1^2=[2]y_1y_3y_1. \tag{3b}$$

令 $b^+(b)$ 和 $a_i^+(a_i,i=1,2)$ 分别是 q-fermion 和 q-boson 的产生(消灭)算符，它们满足

$$[N_i,a_j^+]=\delta_{ij}a_j^+,\ [N_i,a_j]=-\delta_{ij}a_j. \tag{4a}$$

$$a_ia_i^+-qa_i^+a_i=q^{-N_i},\ i=1,2 \tag{4b}$$

$$[M,b^+]=b^+,\ [M,b]=-b. \tag{4c}$$

$$bb^++qb^+b=q^M \tag{4d}$$

和

$$b^+b^+=bb=0, \tag{5a}$$

$$b^+b=[M],bb^+=-[M-1]. \tag{5b}$$

其中 M 和 $N_i(i=1,2)$ 是 q fermion 和 q boson 的数算符，但 $N_i\neq a_i^+a_i$，$M\neq b^+b$。

现在可容易地写下 $SL_q(2/1)$ 的 q 振子实现

$$h_1=N_1-N_2,\ h_2=N_2+M. \tag{6a}$$

$$x_1=a_1^+a_2,\ x_2=a_2^+b,\ x_3=q^{-N_2}a_1^+b. \tag{6b}$$

$$y_1=a_2^+a_1,\ y_2=b^+a_2,\ y_3=q^{N_2}b^+a_1. \tag{6c}$$

除代数式(1)之外，下列关系显然满足

$$[x_3,y_3]=[h_1+h_2] \tag{7}$$

和

$$q^{-1}x_1^2y_3+qy_3x_1^2=[2]x_1y_3x_1, \tag{8a}$$

$$q^{-1}y_1^2x_3+qx_3y_1^2=[2]y_1x_3y_1, \tag{8b}$$

此处 $p(x_3)=p(y_3)=1$。注意(8)式与(3a)和(3b)式不同，我们称(8)式为 Serre 类关系[11]。

三、决定 $SL_q(2/1)$ 的不可约表示的方法

为了确定 $SL_q(2/1)$ 的不可约表示，我们重新定义它们的生成元如下，

$$J_0 = (N_1 - N_2)/2,\quad J_+ = a_1^+ a_2,\quad J_- = a_2^+ a_1 \tag{9a}$$

$$Q = h_1 + 2h_2 = N_1 + N_2 + 2M. \tag{9b}$$

$$T_{1/2} = -y_2 = -b^+ a_2,\quad T_{-1/2} = y_3' = b^+ a_1. \tag{9c}$$

$$V_{1/2} = x_3' = a_1^+ b,\quad V_{-1/2} = x_2 = a_2^+ b. \tag{9d}$$

显然

$$V_s = (-1)^{\frac{1}{2}-s}(T_{-s})^+,\quad s = \pm 1/2. \tag{10}$$

那么(1),(7)和(8)式变为

$$[J_0, J_\pm] = \pm J_\pm,\quad [J_+, J_-] = [2J_0]. \tag{11a}$$

$$[Q, J_0] = [Q, J_\pm] = 0, \tag{11b}$$

$$[J_0, T_s] = sT_s,\quad [Q, T_s] = T_s. \tag{11c}$$

$$[J_0, V_s] = sV_s,\quad [Q, V_s] = -V_s. \tag{11d}$$

和

$$J_\pm^2 T_{\mp 1/2} + T_{\mp 1/2} J_\pm^2 = [2] J_\pm T_{\mp 1/2} J_\pm, \tag{12a}$$

$$J_\pm^2 V_{\mp 1/2} + V_{\mp 1/2} J_\pm^2 = [2] J_\pm V_{\mp 1/2} J_\pm, \tag{12b}$$

再从(5)式,我们也有

$$\{T_{1/2}, T_{-1/2}\} = \{V_{1/2}, V_{-1/2}\} = 0, \tag{13}$$

显然 $J_0, J_\pm$ 生成 $SL_q(2)$.

现在令$|\varepsilon jm\rangle$是表示空间 L 中的正交归一基矢,满足

$$\langle \varepsilon' j' m' | Q | \varepsilon jm \rangle = \varepsilon \delta_{\varepsilon'\varepsilon} \delta_{j'j} \delta_{m'm}, \tag{14a}$$

$$\langle \varepsilon' j' m' | J_0 | \varepsilon jm \rangle = m \delta_{\varepsilon'\varepsilon} \delta_{j'j} \delta_{m'm}, \tag{14b}$$

$$\langle \varepsilon' j' m' | J_\pm | \varepsilon jm \rangle = \sqrt{[j \mp m][j \pm m + 1]}\ \delta_{\varepsilon'\varepsilon} \delta_{j'j} \delta_{m', m\pm 1}. \tag{14c}$$

下面要在基$|\varepsilon jm\rangle$上算出 T_s 和 V_s 的矩阵元. 用(12a),我们有

$$\begin{aligned}
&\sqrt{\left[j' + m + \frac{3}{2}\right]\left[j' - m - \frac{1}{2}\right]\left[j' + m + \frac{1}{2}\right]\left[j' - m + \frac{1}{2}\right]} \\
&\quad \times \left\langle \varepsilon + 1, j', m - \frac{1}{2} \middle| T_{-\frac{1}{2}} \middle| \varepsilon, j, m \right\rangle \\
&\quad + \sqrt{[j - m][j + m + 1][j - m - 1][j + m + 2]} \\
&\quad \times \left\langle \varepsilon + 1, j', m + \frac{3}{2} \middle| T_{-1/2} \middle| \varepsilon, j, m + 2 \right\rangle \\
&= [2]\sqrt{\left[j' + m + \frac{3}{2}\right]\left[j' - m - \frac{1}{2}\right][j - m][j + m + 1]} \\
&\quad \times \left\langle \varepsilon + 1, j', m + \frac{1}{2} \middle| T_{-1/2} \middle| \varepsilon, j, m + 1 \right\rangle,
\end{aligned} \tag{15a}$$

$$\begin{aligned}
&\sqrt{\left[j' - m + \frac{3}{2}\right]\left[j' + m - \frac{1}{2}\right]\left[j' - m + \frac{1}{2}\right]\left[j' + m + \frac{1}{2}\right]} \\
&\quad \times \left\langle \varepsilon + 1, j', m + \frac{1}{2} \middle| T_{1/2} \middle| \varepsilon, j, m \right\rangle
\end{aligned}$$

$$+\sqrt{[j+m][j-m+1][j+m-1][j-m+2]}$$
$$\times\left\langle\varepsilon+1, j', m-\frac{3}{2}\middle|T_{1/2}\middle|\varepsilon, j, m-2\right\rangle$$
$$-[2]\sqrt{\left[j'-m+\frac{3}{2}\right]\left[j'+m-\frac{1}{2}\right][j+m][j-m+1]}$$
$$\times\left\langle\varepsilon+1, j', m-\frac{1}{2}\middle|T_{1/2}\middle|\varepsilon, j, m-1\right\rangle, \tag{15b}$$

解(15)式可得

$$\langle\varepsilon+1, j', m'|T_s|\varepsilon, j, m\rangle=\frac{\langle\varepsilon+1, j'\|T\|\varepsilon, j\rangle}{\sqrt{[2j'+1]}}q^{w/2}C_q\left(jm\frac{1}{2}s\middle|j'm'\right), \tag{16a}$$

$$w=(-1)^{s+j-j'}\left(j+\frac{1}{2}\right)-m', \quad s=\pm\frac{1}{2}. \tag{16b}$$

其中 $C_q\left(jm\frac{1}{2}s|j'm'\right)$ 是 $SL_q(2)$ 的 Wigner 系数[14-17]. (16)式类似于经典 Lie 代数的 Wigner-Eckart 定理[11], $\langle\varepsilon+1, j'\|T\|\varepsilon j\rangle$是约化矩阵元. 对于算符 $V_s\left(s=\pm\frac{1}{2}\right)$ 也有类似的结果. 这意味着算符 T_s 和 V_s 可认作 $SL_q(2)$ 的 1/2 阶类张量算符.

为了计算 $\langle\varepsilon+1, j'\|T\|\varepsilon, j\rangle$ 和 $\langle\varepsilon-1, j'\|V\|\varepsilon, j\rangle$, 我们用下式

$$[T_{1/2}, V_{-1/2}]=-\left[\frac{Q}{2}-J_0\right], \tag{17a}$$

$$[T_{-1/2}, V_{1/2}]=\left[\frac{Q}{2}+J_0\right]. \tag{17b}$$

在得到上式时我们已用了 $[M][N_i+1]-[N_i][M-1]=[N_i+M]$, $i=1, 2$, 以及 $[N_1][N_2+1]-[N_2][N_1+1]=[N_1-N_2]$.

从(17)式. 我们可得

$$-\left\langle\varepsilon, j\middle\|T\middle\|\varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle\varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\middle\|V\middle\|\varepsilon, j\right\rangle$$
$$\times[j-m+1]/[2j+1][2j+2]$$
$$+\left\langle\varepsilon, j\middle\|T\middle\|\varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle\varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\middle\|V\middle\|\varepsilon, j\right\rangle$$
$$\times[j+m]/[2j][2j+1]$$
$$+\left\langle\varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\middle\|T\middle\|\varepsilon, j\right\rangle\left\langle\varepsilon, j\middle\|V\middle\|\varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\right\rangle$$
$$\times[j+m+1]/[2j+1][2j+2]$$
$$-\left\langle\varepsilon+1, j-\frac{1}{2}\middle\|T\middle\|\varepsilon, j\right\rangle\left\langle\varepsilon, j\middle\|V\middle\|\varepsilon+1, j-\frac{1}{2}\right\rangle$$
$$\times[j-m]/[2j][2j+1]$$
$$=-\left[\frac{\varepsilon}{2}-m\right] \tag{18a}$$

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \varepsilon, j \| T \| \varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle \varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\ \| V \| \varepsilon, j\right\rangle \\
&\times[j+m+1]/[2j+1][2j+2] \\
&-\left\langle \varepsilon, j \| T \| \varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle \varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\ \| V \| \varepsilon, j\right\rangle \\
&\times[j-m]/[2j][2j+1] \\
&-\left\langle \varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\ \| T \| \varepsilon, j\right\rangle\left\langle \varepsilon, j \| V \| \varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\right\rangle \\
&\times[j-m+1]/[2j+1][2j+2] \\
&+\left\langle \varepsilon+1, j-\frac{1}{2}\ \| T \| \varepsilon, j\right\rangle\left\langle \varepsilon, j \| V \| \varepsilon+1, j-\frac{1}{2}\right\rangle \\
&\times[j+m]/[2j][2j+1]=\left[\frac{\varepsilon}{2}+m\right],
\end{aligned}
\tag{18b}
$$

或者可将它们重新写作

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \varepsilon, j \| T \| \varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle \varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\ \| V \| \varepsilon, j\right\rangle \\
=&[2j+2]\left[\frac{\varepsilon}{2}+j\right]+\left\langle \varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\ \| T \| \varepsilon, j\right\rangle\left\langle \varepsilon, j \| V \| \varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\right\rangle/ \\
&[2j+1]-\left\langle \varepsilon+1, j-\frac{1}{2}\ \| T \| \varepsilon, j\right\rangle\left\langle \varepsilon, j \| V \| \varepsilon+1, j-\frac{1}{2}\right\rangle \\
&\times[2j+2]/[2j+1],
\end{aligned}
\tag{19a}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \varepsilon, j \| T \| \varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle \varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\ \| V \| \varepsilon, j\right\rangle \\
=&-[2j]\left[\frac{\varepsilon}{2}-j-1\right]-\left\langle \varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\ \| T \| \varepsilon, j\right\rangle\left\langle \varepsilon, j \| V \| \varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\right\rangle \\
&\times[2j]/[2j+1]-\left\langle \varepsilon+1, j-\frac{1}{2}\ \| T \| \varepsilon, j\right\rangle\left\langle \varepsilon, j \| V \| \varepsilon+1, j+\frac{1}{2}\right\rangle/ \\
&[2j+1],
\end{aligned}
\tag{19b}
$$

又因 $\{T_{1/2}, T_{-1/2}\}=\{V_{1/2}, V_{-1/2}\}=0$，所以

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \varepsilon, j \| T \| \varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle \varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\ \| T \| \varepsilon-2, j\right\rangle[2j][j+1] \\
=&\left\langle \varepsilon, j \| T \| \varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle \varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\ \| T \| \varepsilon-2, j-\frac{1}{2}\right\rangle[j][2j+2],
\end{aligned}
\tag{20a}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \varepsilon-2,\ j \| V \| \varepsilon-1,\ j+\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle \varepsilon-1, j+\frac{1}{2}\ \| V \| \varepsilon, j\right\rangle[2j][j+1] \\
=&\left\langle \varepsilon-2,\ j \| V \| \varepsilon-1,\ j-\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle \varepsilon-1, j-\frac{1}{2}\ \| V \| \varepsilon, j\right\rangle[j][2j+2].
\end{aligned}
\tag{20b}
$$

我们选择 $|\varepsilon jm\rangle$ 的位相使 $\langle \varepsilon', j' \| V \| \varepsilon, j\rangle$ 为正的实数． 这样从(19)和(20)式就可确定 $\langle \varepsilon', j' \| T \| \varepsilon, j\rangle$ 的值，详见下节．已经知道了这些约化矩阵元，$SL_q(2/1)$ 的表示问题就完全被解决．

四、$SL_q(2/1)$ 的不可约表示

对一固定的 (ε_{max}, j_0)，有五种不同类型的 $SL_q(2/1)$ 的不可约表示。这也与经典 Lie 代数 $SU(2/1)$ 的情形相同[12]。

情形 A，仅仅 (ε_{max}, j_0) 是可能的。从(19)式可知，此时 $\varepsilon_{max}=0$，$j=0$，即表示是一维的，见图 1a。

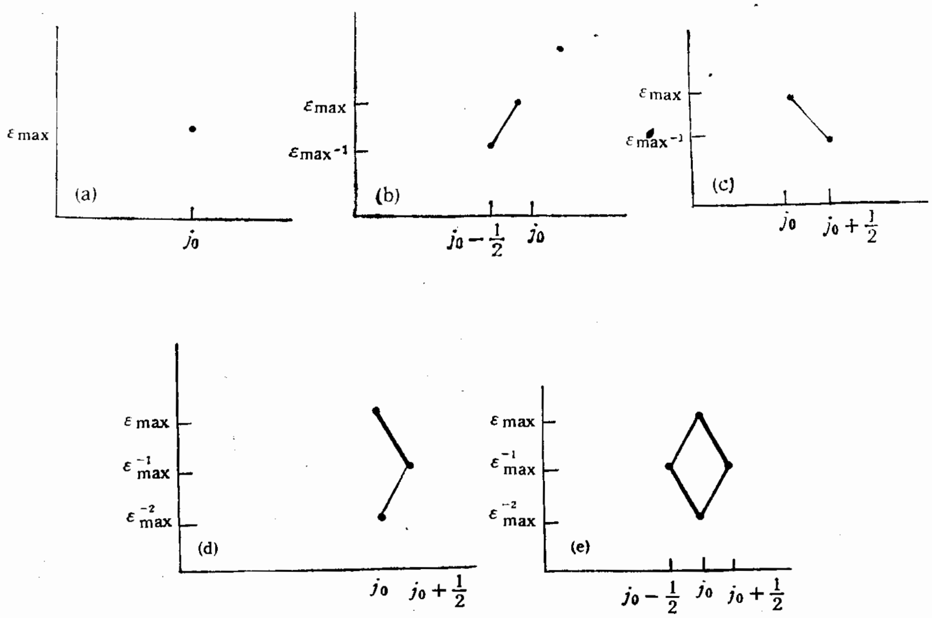

图 1

情形 B，仅仅 (ε_{max}, j_0) 和 $\left(\varepsilon_{max}-1, j_0-\frac{1}{2}\right)$ 是可能的。从(19)知 $\varepsilon_{max}=-2j_0$ 以及

$$\left\langle\varepsilon_{max}, j_0\|T\|\varepsilon_{max}-1, j_0-\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle\varepsilon_{max}-1, j_0-\frac{1}{2}\|V\|\varepsilon_{max}, j_0\right\rangle$$

$$=-[2j_0]\left[\frac{\varepsilon_{max}}{2}-j_0-1\right]. \tag{21}$$

这是 $4j_0+1$ 维表示，$j_0=\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \cdots$。见图 1b。

情形 C，(ε, j) 取 (ε_{max}, j_0)，$\left(\varepsilon_{max}-1, j_0+\frac{1}{2}\right)$。现在 $\varepsilon_{max}=2(j_0+1)$，以及

$$\left\langle\varepsilon_{max}, j_0\|T\|\varepsilon_{max}-1, j_0+\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle\varepsilon_{max}-1, j_0+\frac{1}{2}\|V\|\varepsilon_{max}, j_0\right\rangle$$

$$=[2j_0+2]\left[\frac{\varepsilon_{max}}{2}+j_0\right], \tag{22}$$

此表示是 $4j_0+3$ 维，$j_0=0,\frac{1}{2},1,\frac{3}{2},2,\cdots$。见图 1c。

情形 D，现在 $(\varepsilon,j)=(\varepsilon_{max},j_0)$，$\left(\varepsilon_{max}-1,\ \gamma_0+\frac{1}{2}\right)$ 和 $(\varepsilon_{max}-2,j_0)$ 从(21)式知 $j_0=0$，$\varepsilon_{max}=$ 任意值．此时

$$\left\langle\varepsilon_{max},0\|T\|\varepsilon_{max}-1,\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle\varepsilon_{max}-1,\frac{1}{2}\|V\|\varepsilon_{max},0\right\rangle=[2]\left[\frac{\varepsilon_{max}}{2}\right], \tag{23a}$$

$$\left\langle\varepsilon_{max}-1,\frac{1}{2}\|T\|\varepsilon_{max}-2,0\right\rangle\left\langle\varepsilon_{max}-2,0\|V\|\varepsilon_{max}-1,\frac{1}{2}\right\rangle=-[2]\left[\frac{\varepsilon_{max}}{2}-1\right], \tag{23b}$$

这是 4 维表示，见图 1d.

情形 E，(ε_{max},j_0)，$\left(\varepsilon_{max}-1,j_0\pm\frac{1}{2}\right)$ 和 $(\varepsilon_{max}-2,j_0)$ 均可能，则

$$\left\langle\varepsilon_{max},j_0\|T\|\varepsilon_{max}-1,j_0+\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle\varepsilon_{max}-1,j_0+\frac{1}{2}\|V\|\varepsilon_{max},j_0\right\rangle=[2j_0+2]\left[\frac{\varepsilon_{max}}{2}+j_0\right], \tag{24a}$$

$$\left\langle\varepsilon_{max},j_0\|T\|\varepsilon_{max}-1,j_0-\frac{1}{2}\right\rangle\left\langle\varepsilon_{max}-1,j_0-\frac{1}{2}\|V\|\varepsilon_{max},j_0\right\rangle=-[2j_0]\left[\frac{\varepsilon_{max}}{2}-j_0-1\right], \tag{24b}$$

$$\left\langle\varepsilon_{max}-1,j_0+\frac{1}{2}\|T\|\varepsilon_{max}-2,j_0\right\rangle\left\langle\varepsilon_{max}-2,j_0\|V\|\varepsilon_{max}-1,j_0+\frac{1}{2}\right\rangle=-[2j_0+2]\left[\frac{\varepsilon_{max}}{2}-j_0-1\right], \tag{24c}$$

$$\left\langle\varepsilon_{max}-1,j_0-\frac{1}{2}\|T\|\varepsilon_{max}-2,j_0\right\rangle\left\langle\varepsilon_{max}-2,j_0\|V\|\varepsilon_{max}-1,j_0-\frac{1}{2}\right\rangle=[2j_0]\left[\frac{\varepsilon_{max}}{2}+j_0\right], \tag{24d}$$

这是 $8j_0+4$ 维表示，$j_0=\frac{1}{2},1,\frac{3}{2},2,\cdots$. 见图 1e.

从(21)—(24)式可知 $\left\langle\varepsilon,j\|T\|\varepsilon-1,j\pm\frac{1}{2}\right\rangle$ 的值(位相)由下式决定，

$$\left\langle\varepsilon,j\|T\|\varepsilon-1,j\pm\frac{1}{2}\right\rangle=\begin{cases}\left\langle\varepsilon-1,j\pm\frac{1}{2}\|V\|\varepsilon,j\right\rangle, & \text{若 } \frac{\varepsilon_{max}}{2}+j_0>0,\ \text{或 } \frac{\varepsilon_{max}}{2}-j_0-1<0\\ -\left\langle\varepsilon-1,j\pm\frac{1}{2}\|V\|\varepsilon,j\right\rangle, & \text{若 } \frac{\varepsilon_{max}}{2}+j_0<0\ \text{或 } \frac{\varepsilon_{max}}{2}-j_0-1>0\end{cases} \tag{25}$$

本工作由国家自然科学基金资助．作者感谢孙洪洲、叶家琛教授有益的讨论．

参 考 文 献

[1] H. de Vega, *Inter. J. Mod. Phys.*, **A4**, (1989), 2371.
[2] M. T. Batchelor et al., *J. Phys.*, **A23**, (1990), L141.
[3] M. Chaichian et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**, (1990), 980.
[4] D. Bonatsos et al., *Phys. Lett.*, **B251**(1990), 477.
[5] J. Meng, C. S. Wu, J. Y. Zeng, As-ITP-91-06.
[6] A. Alvarez-Gaume et al., *Phys. Lett.*, **B220** (1989), 142.
[7] G. Moore et al., *Nucl. Phys.*, **B220**(1989), 557.
[8] M. Chaichian et al., *Phys. Lett.*, **B234**(1990), 72.
[9] P. Kulish et al., *Lett. Math. Phys.*, **18**(1989), 143.
[10] H. Saleur, *Nucl. Phys.*, **B336**(1990), 363.
[11] Zurong Yu, *J. Phys.*, **A24**(1991), L399. 量子代数 $SL_q(3)$ 的不可约表示和 Wigner 系数. 高能物理与核物理,待发表.
[12] 孙洪洲,韩其智,中国科学,**7**(1981),32.
[13] M. Jimbo, *Lett. Math. Phys.*, **10**(1985), 63.
Lett. Math. Phys., **11**(1986), 247.
[14] Bo-yu Hou, Bo-Yuan Hou, Zhong-qi Ma, *Commun. Theor. Phys.*, **13**(1990), 181, 341.
[15] H. Ruegg, *J. Math. Phys.*, **31**(1990), 1085.
[16] M. Nomura, *J. Math. Phys.*, **30**(1989), 2397.
[17] I. I. Kachurik et al., *J. Phys.*, **A23**(1990), 2717.

Irreducible Representations of Quantum Lie Superalgebra $SL_q(2/1)$

Yu Zurong

(*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica, Beijing* 100080;
Department of Physics, Tongji University, Shanghai 200092)

Abstract

In this paper, some generators of $SL_q(2/1)$, satisfying the Serre-like relations, can be considered as 1/2 rank tensor-like operators. The reduced matrix elements of them can be calculated by a set of recurrent formula. Thus th irreducible representations of SL_q (2/1) may be completely determined.