第 16 卷 第10期 高能物理与核物理 Vol. 16, No. 10
1992 年 10 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Oct., 1992

强子衰变过程 $J/\psi\to V+X$, $X\to V+V$ 的角分布分析*

沈齐兴**　郁宏**
(中国科学院高能物理研究所,北京 100039)

摘　要

本文讨论了 J/ψ 的强子衰变过程 $J/\psi\to V_1+X, X\to V_2+V_3, V_2, V_3\to$ 2P (或 3P)(其中 V_i 代表矢量介子,P 代表赝标介子). 对于具有不同自旋-宇称 J^P 的中间态 X, 得到了相应的角分布的螺旋度形式. 这些公式对于利用 BEPC 上得到的 J/ψ 事例,确定上述过程中间态 X 的自旋-宇称是有帮助的.

一、引　言

从 1982 年到 1988 年, BNL/CCNY 实验组在过程

$$\pi^-+p\to n+X \qquad X\longmapsto\phi\phi \tag{1}$$

中发现了三个共振态[1],它们被称为 $g_T(2010)$, $g'_T(2300)$ 和 $g''_T(2340)$. 分波分析表明,它们都是 $J^{PC}=2^{++}$ 的态.过程(1)是 OZI 规则压低的过程,但实验上测得过程(1)的反应截面比某些 OZI 允许的过程(例如 $\pi^-+p\to K^+K^-\phi n$) 的反应截面还大. 因此有人认为,这三个 g_T 态有可能其中的一个或全部三个态都是胶子球[1,2].

从微扰 QCD 知道, J/ψ 的辐射衰变有利于胶子球产生. 所以,如果 g_T 态的确是张量胶子球,我们应该在过程

$$J/\psi\to\gamma+X \qquad X\longmapsto\phi\phi \tag{2}$$

中观察到 g_T 态的产生. 另外,按照 Lipkin 等人的观点[3],作为 $SU(3)$ 味单态的胶子球,它的衰变应该具有味对称性. 所以,如果 g_T 态是张量胶子球,在忽略相空间的情况下, g_T 态到 $\rho\rho$, $\omega\omega$ 和 $\phi\phi$ 的衰变宽度之比应为 3:1:1, 从而 g_T 态也应该在下列过程中被观察到:

$$J/\psi\to\gamma+X \qquad X\longmapsto\rho\rho\text{ 或 }\omega\omega. \tag{3}$$

Mark III[4] 和 DM2[5] 分别对过程

本文 1992 年 1 月 4 日收到.
* 国家自然科学基金资助.
** 中国科学院理论物理研究所客座研究人员.

$$J/\psi \to \gamma\phi\phi \to \gamma K^+K^-K^+K^-$$

和

$$J/\psi \to \gamma\phi\phi \to \gamma K^+K^-K_S^0K_L^0$$

进行了测量，他们都在2.25GeV附近发现了一个共振态。可是，角分布分析表明，这个共振态的自旋-宇称是0^-，不像是g_T态。Mark III[6] 和 DM2[7] 也对过程(3)进行了测量，但都没有观察到$2^{++}g_T$态。这些实验结果似乎不利于g_T态的胶子球解释。

文献[8]提出了另一种可能的解释，认为g_T态可能是混杂态(hybrid)$q\bar{q}g$. 从微扰QCD知道，J/ψ的强子衰变过程

$$J/\psi \to V + X$$

(其中V代表矢量介子)有利于混杂态$q\bar{q}g$的产生。所以，如果g_T态是混杂态，它有可能在如下形式的J/ψ强子衰变过程中观察到：

$$\begin{aligned} J/\psi \to V_1 + &X \\ &\hookrightarrow V_2 + V_3. \end{aligned} \tag{4}$$

此外，$\iota/\eta(1430)$，$\theta/f_2(1720)$ 和 $\xi(2230)$ 等人们感兴趣的一些新共振态的性质至今尚未完全确定，对过程(4)的研究也为进一步寻找这些共振态的新衰变道，确定这些粒子的性质提供了一个新的途径。因此，如何由过程(4)确定中间态X的自旋-宇称J^P是一个有兴趣的研究课题。本文考虑如下的衰变过程

$$\begin{aligned} e^+ + e^- \to J/\psi \to V_1 + &X \\ &\hookrightarrow V_2 + V_3 \\ &\qquad\quad \hookrightarrow P_4 + P_5\,(\text{或}+P_6) \\ &\qquad \hookrightarrow P_1 + P_2\,(\text{或}+P_3) \end{aligned} \tag{5}$$

(其中V_2，V_3可以是不同的矢量介子，例如$V_2=\omega$，$V_3=\phi$等)对于具有不同J^P的中间态X，我们给出了相应的角分布的螺旋度形式。为通过角分布分析方法确定中间态的自旋-宇称提供了理论公式。

二、螺旋度角分布公式

过程(5)的S矩阵元为

$$\begin{aligned} \langle P_1P_2P_4P_5V_1|S-1|e^+e^-\rangle \sim &\langle \phi_{\lambda_J}|T|e^+_r e^-_{r'}\rangle\langle V_{1\lambda_1}X_{\lambda_X}|T_1|\phi_{\lambda_J}\rangle \\ &\langle V_{2\lambda_2}V_{3\lambda_3}|T_2|X_{\lambda_X}\rangle\langle P_1P_2|T_3|V_{2\lambda_2}\rangle\langle P_4P_5|T_4|V_{3\lambda_3}\rangle, \end{aligned} \tag{6}$$

其中λ_J，λ_1，λ_2，λ_3和λ_X分别是J/ψ，V_1，V_2，V_3和X粒子的螺旋度，r和r'分别是正、负电子的极化指标。在e^+e^-的质心系中，选取V_1的动量方向为z_1轴，e^+e^-束流在x_1-z_1平面，y_1轴为$\vec{z}_1\times\vec{p}_+$ ($\vec{p}_+$为正电子动量)方向。在这个螺旋度坐标系中

$$\langle V_{\lambda_1}X_{\lambda_X}|T_1|\phi_{\lambda_J}\rangle \sim A_{\lambda_1,\lambda_X}, \tag{7}$$

并有螺旋度守恒关系式：

$$\lambda_J = \lambda_1 - \lambda_X. \tag{8}$$

矩阵元

$$\langle V_{2\lambda_2}V_{3\lambda_3}|T_2|X_{\lambda_X}\rangle \sim B^J_{\lambda_2,\lambda_3}D^{J*}_{\lambda_X,\lambda_2-\lambda_3}(\phi,\theta,-\phi), \tag{9}$$

其中D^J是通常表示三维转动的D矩阵，θ和ϕ是X静止系中V_2动量方向的极角和方位

表 1　不同 J^P 中间态的独立振幅数

J^P	独立振幅数	
	V_2, V_3 相同时	V_2, V_3 不同时
0^-	$A_{1,0}=-A_{-1,0}$; $B^0_{1,1}=-B^0_{-1,-1}$	$A_{1,0}=-A_{-1,0}$; $B^0_{1,1}=-B^0_{-1,-1}$
0^+	$A_{1,0}=A_{-1,0}$, $A_{0,0}$; $B^0_{1,1}=B^0_{-1,-1}$, $B^0_{0,0}$	$A_{1,0}=A_{-1,0}$, $A_{0,0}$; $B^0_{1,1}=B^0_{-1,-1}$, $B^0_{0,0}$
1^-	$A_{1,0}=A_{-1,0}$, $A_{1,1}=A_{-1,-1}$, $A_{0,1}=A_{0,-1}$, $A_{0,0}$; $B^1_{1,0}=B^1_{-1,0}=-B^1_{0,1}=-B^1_{0,-1}$	$A_{1,0}=A_{-1,0}$, $A_{1,1}=A_{-1,-1}$, $A_{0,1}=A_{0,-1}$, $A_{0,0}$; $B^1_{1,1}=B^1_{-1,-1}$, $B^1_{1,0}=B^1_{-1,0}$, $B^1_{0,1}=B^1_{0,-1}$, $B^1_{0,0}$
1^+	$A_{1,0}=-A_{-1,0}$, $A_{1,1}=-A_{-1,-1}$, $A_{0,1}=-A_{0,-1}$; $B^1_{1,0}=B^1_{0,-1}=-B^1_{0,1}=-B^1_{-1,0}$	$A_{1,0}=-A_{-1,0}$, $A_{1,1}=-A_{-1,-1}$, $A_{0,1}=-A_{0,-1}$; $B^1_{1,1}=-B^1_{-1,-1}$, $B^1_{1,0}=-B^1_{-1,0}$ $B^1_{0,1}=-B^1_{0,-1}$
2^-	$A_{1,0}=-A_{-1,0}$, $A_{1,1}=-A_{-1,-1}$, $A_{1,2}=-A_{-1,-2}$, $A_{0,1}=-A_{0,-1}$; $B^2_{1,1}=-B^2_{-1,-1}$ $B^2_{1,0}=B^2_{0,1}=-B^2_{-1,0}=-B^2_{0,-1}$	$A_{1,0}=-A_{-1,0}$, $A_{1,1}=-A_{-1,-1}$, $A_{1,2}=-A_{-1,-2}$, $A_{0,1}=-A_{0,-1}$; $B^2_{1,1}=-B^2_{-1,-1}$, $B^2_{1,0}=-B^2_{-1,0}$ $B^2_{0,1}=-B^2_{0,-1}$, $B^2_{1,-1}=-B^2_{-1,1}$
2^+	$A_{1,0}=A_{-1,0}$, $A_{1,1}=A_{-1,-1}$, $A_{1,2}=A_{-1,-2}$, $A_{0,1}=A_{0,-1}$, $A_{0,0}$; $B^2_{0,0}$, $B^2_{1,1}=B^2_{-1,-1}$, $B^2_{1,-1}=B^2_{-1,1}$ $B^2_{1,0}=B^2_{0,1}=B^2_{-1,0}=B^2_{0,-1}$	$A_{1,0}=A_{-1,0}$, $A_{1,1}=A_{-1,-1}$, $A_{1,2}=A_{-1,-2}$, $A_{0,1}=A_{0,-1}$, $A_{0,0}$; $B^2_{0,0}$, $B^2_{1,1}=B^2_{-1,-1}$, $B^2_{1,-1}=B^2_{-1,1}$ $B^2_{1,0}=B^2_{-1,0}$, $B^2_{0,1}=B^2_{0,-1}$

角，其中 z 轴取为 J/ψ 静止系中X动量的方向。A_{λ_1,λ_X} 和 $B^J_{\lambda_2,\lambda_3}$ 分别称为过程 $J/\psi \to V_1+X$ 和 $X \to V_2+V_3$ 的螺旋度振幅。由于宇称守恒，它们分别满足

$$A_{\lambda_1,\lambda_X} = P(-1)^J A_{-\lambda_1,-\lambda_X}; \tag{10}$$

$$B^J_{\lambda_2,\lambda_3} = P(-1)^J B^J_{-\lambda_2,-\lambda_3}. \tag{11}$$

特别地，当 V_2 和 V_3 全同时，由玻色对称性，振幅 $B^J_{\lambda_2,\lambda_3}$ 还满足

$$B^J_{\lambda_2,\lambda_3} = (-1)^J B^J_{\lambda_3,\lambda_2}. \tag{12}$$

由(9)—(12)式，可以得到对于不同自旋-宇称的中间态X存在的独立振幅的数目，见表1。

矢量介子衰变成二个赝标介子的矩阵元

$$\begin{aligned} \langle P_1P_2|T_3|V_{2\lambda_2}\rangle &\sim D^{1*}_{\lambda_2,0}(\phi_2,\theta_2,0), \\ \langle P_4P_5|T_4|V_{3\lambda_3}\rangle &\sim D^{1*}_{\lambda_3,0}(\phi_3,\theta_3,0). \end{aligned} \tag{13}$$

其中 θ_2, ϕ_2 是 V_2 静止系中赝标介子 P_1 的动量方向的极角和方位角，其中 z_2 轴为X粒子静止系中粒子 V_2 的动量方向，y_2 轴为X静止系中 $\hat{z} \times \hat{z}_2$ 的方向；θ_3, ϕ_3 是 V_3 静止系中赝标介子 P_4 的动量方向的极角和方位角，其中 z_3 轴为X粒子静止系中 V_3 的动量方向，y_3 轴为X静止系中 $\hat{z} \times \hat{z}_3$ 的方向。当矢量介子衰变成三个赝标介子时，(13)式形式上保持不变，只是这时的 θ_2, ϕ_2（或 θ_3, ϕ_3）表示该矢量介子衰变平面法线方向的极角和方位角。

因此,过程(5)的角分布可以写成:

$$W_{J^P}(\theta_V,\theta,\phi,\theta_2,\phi_2,\theta_3,\phi_3) \sim \sum_{\substack{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_X\\ \lambda_2',\lambda_3',\lambda_X'}} I_{\lambda_J,\lambda_J'}(\theta_V) A_{\lambda_1,\lambda_X} A^*_{\lambda_1,\lambda_X'}$$

$$B^J_{\lambda_2,\lambda_3} B^{J*}_{\lambda_2',\lambda_3'} D^{J*}_{\lambda_X,\lambda_2-\lambda_3}(\phi,\theta,-\phi) D^J_{\lambda_X',\lambda_2'-\lambda_3'}(\phi,\theta,-\phi)$$

$$D^{1*}_{\lambda_2,0}(\phi_2,\theta_2,0) D^1_{\lambda_2',0}(\phi_2,\theta_2,0) D^{1*}_{\lambda_3,0}(\phi_3,\theta_3,0)$$

$$D^1_{\lambda_3',0}(\phi_3,\theta_3,0), \tag{14}$$

其中 $I_{\lambda_J,\lambda_J'}(\theta_V)$ 的表达式见文献[9]中的(10)式。为了后面计算的需要，定义螺旋度振幅之比

$$xe^{i\phi_x} = \frac{A_{1,1}}{A_{1,0}},\quad ye^{i\phi_y} = \frac{A_{1,2}}{A_{1,0}},$$

$$ze^{i\phi_z} = \frac{A_{0,0}}{A_{1,0}},\quad z'e^{i\phi_z^*} = \frac{A_{0,1}}{A_{1,0}}. \tag{15}$$

对于 $J^P = 0^-$，不论 V_2 和 V_3 是全同粒子还是不同的粒子,过程 $X \to V_2 + V_3$ 都只有一个独立的振幅 $B^0_{1,1} = -B^0_{-1,-1}$，从而由(14)式可得归一化的角分布:

$$W_{0^-}(\theta_V,\theta,\phi,\theta_2,\phi_2,\theta_3,\phi_3) = \frac{27}{1024\pi^3}(1+\cos^2\theta_V)$$

$$\sin^2(\phi_2+\phi_3)\sin^2\theta_2\sin^2\theta_3. \tag{16}$$

当 $J^P = 0^+$ 时，过程 $X \to V_2 + V_3$ 对于 $V_2 = V_3$ 或 $V_2 \neq V_3$ 都有二个独立的振幅,即 $B^0_{1,1} = B^0_{-1,-1}$ 和 $B^0_{0,0}$，从而由(14)式求得 $J^P = 0^+$ 时的归一化角分布:

$$W_{0^+}(\theta_V,\theta,\phi,\theta_2,\phi_2,\theta_3,\phi_3) = \frac{27}{1024\left(1+\frac{1}{2}z^2\right)\pi^3(2|B^0_{1,1}|^2 + |B^0_{0,0}|^2)}$$

$$(1+\cos^2\theta_V + z^2\sin^2\theta_V)\{2|B^0_{1,1}|^2\sin^2\theta_2\sin^2\theta_3\cos^2(\phi_2+\phi_3)$$
$$+ 2|B^0_{0,0}|^2\cos^2\theta_2\cos^2\theta_3 + \mathrm{Re}(B^0_{1,1}B^{0*}_{0,0})\sin 2\theta_2\sin 2\theta_3\cos(\phi_2+\phi_3)\}. \tag{17}$$

(16)式和(17)式有一个共同的特点,即和 θ, ϕ 无关,这表明，当粒子 X 的自旋为 0 时,无论 V_2 和 V_3 是否相同，V_2 和 V_3 的发射都是各向同性的。如果定义

$$\chi = \phi_2 + \phi_3, \tag{18}$$

χ 为矢量介子 V_2 和 V_3 二个衰变平面之间的夹角，由(16),(17)式,积去部分角度后，可得归一化的投影角分布:

$$W_{0^-}(\chi) = \frac{1}{2\pi}(1-\cos 2\chi), \tag{19}$$

$$W_{0^-}(\theta_3) = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{2}(3\cos^2\theta_3 - 1)\right], \tag{20}$$

$$W_{0^+}(\chi) = \frac{1}{2\pi}(1+\beta\cos 2\chi),\ \beta = \frac{2|B^0_{1,1}|^2}{2|B^0_{1,1}|^2 + |B^0_{0,0}|^2}, \tag{21}$$

$$W_{0^+}(\theta_3)=\frac{1}{2}\left[1+\frac{\zeta}{2}(3\cos^2\theta_3-1)\right],\quad \zeta=2\,\frac{|B^0_{0,0}|^2-|B^0_{1,1}|^2}{|B^0_{0,0}|^2+2|B^0_{1,1}|^2}. \tag{22}$$

当 $J^P=1^\pm$ 时，我们考虑普遍的，即 $V_2\neq V_3$ 的情况，这时可得归一化的角分布公式：

$$\begin{aligned}W_{1^P}(\theta_V,\theta,\phi,\theta_2,\theta_3,\chi)=\frac{1}{N_1}\Big\{&(1+\cos^2\theta_V)\Big[\Big(\cos^2\theta+\frac{1}{2}z'^2\sin^2\theta\Big)A_1\\&+\Big(\sin^2\theta+\frac{1}{2}z'^2(1+\cos^2\theta)\Big)B_1\Big]\\&+\sin^2\theta_V\Big[\Big(x^2\sin^2\theta+z^2\cos^2\theta+\frac{P}{2}z'^2\sin^2\theta\cos2\phi\Big)A_1\\&+\Big(x^2(1+\cos^2\theta)+z^2\sin^2\theta-\frac{P}{2}z'^2\sin^2\theta\cos2\phi\Big)B_1\Big]\\&-\frac{1}{2}\sin2\theta_V\sin2\theta\cos\phi(A_1-B_1)[x\cos\phi_x-zz'\cos(\phi_z^*-\phi_x)]\\&-\sin2\theta_V\sin\theta\sin\phi D_1[x\sin\phi_x-zz'\sin(\phi_z^*-\phi_x)]\Big\}.\end{aligned} \tag{23}$$

其中

$$\begin{aligned}A_1=&|B^1_{1,1}|^2(1-P\cos2\chi)\sin^2\theta_2\sin^2\theta_3+2|B^1_{0,0}|^2\cos^2\theta_2\cos^2\theta_3\\&+\mathrm{Re}(B^1_{1,1}B^{1*}_{0,0})\sin2\theta_2\sin2\theta_3\cos\chi,\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}B_1=&|B^1_{1,0}|^2\sin^2\theta_2\cos^2\theta_3+|B^1_{0,1}|^2\cos^2\theta_2\sin^2\theta_3\\&+\frac{1}{2}P\mathrm{Re}(B^1_{1,0}B^{1*}_{0,1})\sin2\theta_2\sin2\theta_3\cos\chi,\end{aligned} \tag{25}$$

$$D_1=-\frac{1}{2}P\sin2\theta_2\sin2\theta_3\mathrm{Im}(B^1_{1,0}B^{1*}_{0,1})\sin\chi. \tag{26}$$

归一化常数

$$N_1=\frac{512\pi^2}{81}\Big(1+x^2+\frac{z^2}{2}+z'^2\Big)(2|B^1_{1,1}|^2+|B^1_{0,0}|^2+2|B^1_{1,0}|^2+2|B^1_{0,1}|^2). \tag{27}$$

特别地，对于 $J^P=1^+$ 有 $z=B^1_{0,0}=0$；而当 $V_2=V_3$ 时，对于 $J^P=1^\pm$，独立振幅 $B^1_{i,j}$ 的数目都只有一个(见表 1)

由(23)式，可以得到如下的归一化投影角分布：

$$W_{1^P}(\chi)=\frac{1}{2\pi}(1+\beta\cos2\chi),$$

$$\beta=\frac{-2P|B^1_{1,1}|^2}{2|B^1_{1,1}|^2+|B^1_{0,0}|^2+2|B^1_{1,0}|^2+2|B^1_{0,1}|^2}. \tag{28}$$

$$W_{1^P}(\theta_3)=\frac{1}{2}\left[1+\frac{\zeta}{2}(3\cos^2\theta_3-1)\right],$$

$$\zeta=2\,\frac{|B^1_{0,0}|^2+2|B^1_{1,0}|^2-|B^1_{1,1}|^2-|B^1_{0,1}|^2}{2|B^1_{1,1}|^2+|B^1_{0,0}|^2+2|B^1_{1,0}|^2+2|B^1_{0,1}|^2}. \tag{29}$$

$$W_1{}^P(\phi) = \frac{1}{2\pi}(1 + \eta\cos 2\phi),$$

$$\eta = \frac{P}{2}\frac{z'^2}{1 + x^2 + \frac{1}{2}z^2 + z'^2}\frac{2|B_{1,1}^1|^2 + |B_{0,0}^1|^2 - |B_{1,0}^1|^2 - |B_{0,1}^1|^2}{2|B_{1,1}^1|^2 + |B_{0,0}^1|^2 + 2|B_{1,0}^1|^2 + 2|B_{0,1}^1|^2}. \tag{30}$$

当 $J^P = 2^{\pm}$ 时，对于 $V_2 \neq V_3$，从(14)式可得归一化的角分布：

$$W_2{}^P(\theta_V,\theta,\phi,\theta_2,\theta_3,\chi) = \frac{1}{N_2}\left\{(1 + \cos^2\theta_V)\mathrm{I} + \sin^2\theta_V\mathrm{II} - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2\theta_V\mathrm{III}\right\}, \tag{31}$$

其中

$$\begin{aligned}\mathrm{I} = &\left[\frac{1}{4}(3\cos^2\theta - 1)^2 + \frac{3}{8}y^2\sin^4\theta + \frac{3}{8}z'^2\sin^2 2\theta\right]A_2\\ &+ \left[\frac{3}{4}\sin^2 2\theta + \frac{1}{2}y^2(1 - \cos^4\theta) + \frac{1}{2}z'^2(1 - 3\cos^2\theta + 4\cos^4\theta)\right]B_2\\ &+ \left[\frac{3}{8}\sin^4\theta + \frac{1}{16}y^2(1 + 6\cos^2\theta + \cos^4\theta) + \frac{1}{4}z'^2(1 - \cos^4\theta)\right]C_2,\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{II} = &\left[\frac{3}{4}x^2\sin^2 2\theta + \frac{1}{4}z^2(3\cos^2\theta - 1)^2 + \frac{\sqrt{6}}{4}y\sin^2\theta(3\cos^2\theta - 1)\cos 2\phi\cos\phi_y\right.\\ &\left. - \frac{3}{8}Pz'^2\sin^2 2\theta\cos 2\phi\right]A_2\\ &+ \left[x^2(1 - 3\cos^2\theta + 4\cos^4\theta) + \frac{3}{4}z^2\sin^2 2\theta - \frac{\sqrt{6}}{8}y\sin^2 2\theta\cos 2\phi\cos\phi_y\right.\\ &\left. + \frac{1}{2}Pz'^2\sin^2\theta(4\cos^2\theta - 1)\cos 2\phi\right]B_2\\ &+ \left[\frac{1}{2}x^2(1 - \cos^4\theta) + \frac{3}{8}z^2\sin^4\theta + \frac{\sqrt{6}}{8}y(1 - \cos^4\theta)\cos 2\phi\cos\phi_y\right.\\ &\left. + \frac{1}{4}Pz'^2\sin^4\theta\cos 2\phi\right]C_2\\ &+ \sqrt{\frac{3}{2}}y\sin 2\theta\sin\theta\sin 2\phi\sin\phi_y D_2,\end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{III} = &\left[\frac{\sqrt{6}}{4}x(3\cos^2\theta - 1)\cos\phi_x - \frac{3}{4}xy\sin^2\theta\cos(\phi_x - \phi_y)\right.\\ &\left. - \frac{\sqrt{6}}{4}zz'(3\cos^2\theta - 1)\cos(\phi_z^* - \phi_z)\right]\sin 2\theta\cos\phi A_2\\ &+ \left[-\frac{\sqrt{6}}{2}x\cos 2\theta\cos\phi_x - xy\cos^2\theta\cos(\phi_x - \phi_y)\right.\\ &\left. + \frac{\sqrt{6}}{2}zz'\cos 2\theta\cos(\phi_z^* - \phi_z)\right]\sin 2\theta\cos\phi B_2\\ &+ \left[-\frac{\sqrt{6}}{8}x\sin^2\theta\cos\phi_x + \frac{1}{8}xy(3 + \cos^2\theta)\cos(\phi_x - \phi_y)\right.\end{aligned}$$

$$+\frac{\sqrt{6}}{8}zz'\sin^2\theta\cos(\phi_z^*-\phi_z)\Big]\sin 2\theta\cos\phi C_2$$

$$+\left\{\sqrt{\frac{3}{2}}[x\sin\phi_x'-zz'\sin(\phi_z^*-\phi_z)]\sin 2\theta\cos\theta\right.$$

$$\left.+xy\sin\theta(1-3\cos^2\theta)\sin(\phi_x-\phi_y)\right\}\sin\phi D_2. \tag{34}$$

$$A_2=|B_{1,1}^2|^2(1+P\cos 2\chi)\sin^2\theta_2\sin^2\theta_3+2|B_{0,0}^2|^2\cos^2\theta_2\cos^2\theta_3$$
$$+\mathrm{Re}(B_{1,1}^2B_{0,0}^{2*})\sin 2\theta_2\sin 2\theta_3\cos\chi,$$
$$B_2=|B_{1,0}^2|^2\sin^2\theta_2\cos^2\theta_3+|B_{0,1}^2|^2\cos^2\theta_2\sin^2\theta_3$$
$$-\frac{1}{2}P\mathrm{Re}(B_{1,0}^2B_{0,1}^{2*})\sin 2\theta_2\sin 2\theta_3\cos\chi,$$
$$C_2=|B_{1,-1}^2|^2\sin^2\theta_2\sin^2\theta_3,$$
$$D_2=\frac{P}{2}\sin 2\theta_2\sin 2\theta_3\mathrm{Im}(B_{1,0}^2B_{0,1}^{2*})\sin\chi. \tag{35}$$

归一化常数

$$N_2=\frac{512\pi^2}{135}\left(1+x^2+y^2+\frac{1}{2}z^2+z'^2\right)$$
$$(2|B_{1,1}^2|^2+2|B_{1,0}^2|^2+2|B_{0,1}^2|^2+2|B_{1,-1}^2|^2+|B_{0,0}^2|^2). \tag{36}$$

特别地，当 $J^P=2^-$ 时有 $z=B_{0,0}^2=0$；而当 $V_2=V_3$ 时，$J^P=2^-$ 和 $J^P=2^+$ 的独立振幅 $B_{i,j}^2$ 的数目分别减为 2 个和 4 个(见表 1)。

由(31)—(35)式可以得到如下的归一化投影角分布:

$$W_{2^P}(\chi)=\frac{1}{2\pi}(1+\beta\cos 2\chi),$$

$$\beta=\frac{2P|B_{1,1}^2|^2}{2|B_{1,1}^2|^2+2|B_{1,0}^2|^2+2|B_{0,1}^2|^2+2|B_{1,-1}^2|^2+|B_{0,0}^2|^2}. \tag{37}$$

$$W_{2^P}(\theta_3)=\frac{1}{2}\left[1+\frac{\zeta}{2}(3\cos^2\theta_3-1)\right],$$

$$\zeta=2\frac{|B_{0,0}^2|^2+2|B_{1,0}^2|^2-|B_{1,1}^2|^2-|B_{0,1}^2|^2-|B_{1,-1}^2|^2}{2|B_{1,1}^2|^2+2|B_{1,0}^2|^2+2|B_{0,1}^2|^2+2|B_{1,-1}^2|^2+|B_{0,0}^2|^2}. \tag{38}$$

$$W_{2^P}(\phi)=\frac{1}{2\pi}(1+\eta\cos 2\phi),$$

$$\eta=\left\{\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}y\cos\phi_y-\frac{P}{2}z'^2\right)(2|B_{1,1}^2|^2+|B_{0,0}^2|^2)\right.$$
$$+\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}y\cos\phi_y-\frac{P}{6}z'^2\right)(|B_{1,0}^2|^2+|B_{0,1}^2|^2)$$
$$\left.+\left(\frac{\sqrt{6}}{2}y\cos\phi_y+\frac{2P}{3}z'^2\right)|B_{1,-1}^2|^2\right\}\Big/\left\{\left(1+x^2+y^2+\frac{1}{2}z^2+z'^2\right)\right.$$
$$\left.(2|B_{1,1}^2|^2+2|B_{1,0}^2|^2+2|B_{0,1}^2|^2+2|B_{1,-1}^2|^2+|B_{0,0}^2|^2)\right\}. \tag{39}$$

如果我们只对 $0 \leqslant \theta_2, \theta_3 \leqslant \frac{\pi}{2}$ 积分，则对于所有的中间态 X，关于 χ 的归一化投影角分布可以统一地写成：

$$W_{J^P}(\chi) = \frac{1}{2\pi}\{1 + \alpha\cos\chi + \beta\cos 2\chi\} \tag{40}$$

其中

$$\alpha = \frac{2\mathrm{Re}(B^J_{1,1}B^{J*}_{0,0} - \varepsilon B^J_{1,0}B^{J*}_{0,1})}{2|B^J_{1,1}|^2 + 2|B^J_{1,0}|^2 + 2|B^J_{0,1}|^2 + 2|B^J_{1,-1}|^2 + |B^J_{0,0}|^2}, \tag{41}$$

$$\beta = \frac{2\varepsilon|B^J_{1,1}|^2}{2|B^J_{1,1}|^2 + 2|B^J_{1,0}|^2 + 2|B^J_{0,1}|^2 + 2|B^J_{1,-1}|^2 + |B^J_{0,0}|^2}, \tag{42}$$

$$\varepsilon = (-1)^J P.$$

三、讨 论

对于 J/ψ 的衰变产物，目前物理上感兴趣的是区分 $J=0$ 和 $J=1$ 的粒子（例如 $\iota/\eta(1430)$ 附近的能区）以及区分 $J=0$ 和 $J=2$ 的粒子(例如 $\theta/f_2(1720)$ 和 $\xi(2230)$ 附近的能区)。本文就过程 $J/\psi \to V_1 + X, X \to V_2 + V_3, V_2, V_3 \to 2P$（或 3P）给出的公式提供了辨认中间态 X，并确定其自旋-宇称的一种途径。(16)和(17)式表明，自旋为 0 的共振态 X 的角分布与 θ 和 ϕ 都无关，而 $J=1$ 和 $J=2$ 的共振态的角分布与 θ 和 ϕ 都有关，例如对 ϕ 有(30)和(39)式这样的关系。这使我们可以从实验上通过测量角分布与 θ 和 ϕ 的依赖关系把 $J=0$ 的粒子区分出来。

特别地，在 $V_2 = V_3$ 的情况下，又可以将 $J=1,2$ 二种情况完全区分开。因为由表 1 知道，当 $V_2 = V_3$ 时，对于 $J=1$ 有 $B^1_{1,1} = 0$，从而有 $\beta = 0$，而对于 $J=2, \beta \neq 0$。

当粒子 X 的自旋确定后，宇称 P 的确定是很方便的。如果 $V_2 \neq V_3$，(42)式表明，粒子 X 的宇称 P 可以直接从 β 的符号来确定，即

$$P = (-1)^J \mathrm{sign}(\beta). \tag{43}$$

当 $V_2 = V_3$ 时，(43)式对 $J=2$ 和 0 仍适用，但对 $J=1$ 不适用（因为这时 $\beta = 0$）。有二种方法确定 $J=1$ 粒子的宇称。第一种办法是通过测量 α 确定宇称 P，因为由表 1 和(41)式有

$$P = -2\alpha.\ (\text{当 } J=1,\ V_2 = V_3 \text{ 时}) \tag{44}$$

即宇称 P 和 α 有相反的符号。另一种办法是通过拟合对 ϕ 的角分布确定宇称 P，因为由(30)式，现在有

$$P = -\mathrm{sign}(\eta).\ (\text{当 } J=1,\ V_2 = V_3 \text{ 时}) \tag{45}$$

参 考 文 献

[1] A. Etkin et al., *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 1620; *Phys. Lett.*, **165 B** (1985), 217; *Phys. Lett.*, **201 B** (1988), 568.

[2] S. J. Lindenbaum and H. J. Lipkin, *Phys. Lett.*, **149 B** (1984), 407; S. J. Lindenbaum and R. S. Longacre, *Phys. Lett.*, **165 B** (1985), 202.

[3] H. J. Lipkin and H. R. Rubenstein, *Phys. Lett.*, **76 B** (1978), 342.

[4] Z. Bai et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 1309.
[5] D. Bisello et al., *Phys. Lett.*, **179**(1986), 294; *Phys. Lett.*, **241 B** (1990), 617.
[6] R. M. Baltrusaitis et al., *Phys. Rev.*, **D 33**(1986), 1222; *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 1723.
[7] D. Bisello et al., *Phys. Lett.*, **192 B** (1987), 239; *Phys. Rev.*, **D 39**(1989), 701.
[8] R. Sinha et al., *Phys. Rev.*, **D 35**(1987), 952.
[9] 沈齐兴，郁宏，高能物理与核物理，**16**(1992)，238.

Angular Distribution Analysis for the Hadronic Decay Process $J/\psi \to V+X, X \to V+V$

SHEN QIXING　　YU HONG
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing* 100039)

ABSTRACT

The hadronic decay process $J/\psi \to V_1+X, X \to V_2+V_3, V_2, V_3 \to 2P$(or 3P) (here V_i and P stand for vector and pseudoscalar meson, respectively) has been discussed in this paper. For the intermediate state X with various spin-parity J^P, the corresponding helicity formalism of angular distribution formulas have been presented. They are helpful for determining the spin-parity of the intermediate state in above process by using the J/ψ events obtained from BEPC.