

高能重离子碰撞的最大能量密度估计和 形成夸克物质的时空区域*

庄鹏飞 刘连寿

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430070)

摘 要

本文修正了 Bjorken 的最大能量密度估计式, 分析了碰撞核质量和入射能量对提高能量密度的影响. 讨论了碰撞中心区, 碎裂区的状态方程和流体动力学方程. 指出在碎裂区很难实现夸克物质的原因是系统膨胀引起的能量扩散过快. 预言了每对核子能量为 $100 + 100$ GeV 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 对撞在中心区实现相变的碰撞参数范围和时空区域.

一、引 言

QCD 理论预言^[1]: 高温高密度的体系能实现夸克禁闭解除相变, 产生一种新的物质形态——夸克胶子等离子体, 简称夸克物质. 除了早期宇宙和中子星分别是超高能和超高密度的系统外, 高能重离子碰撞可能是在实验室产生夸克物质的重要途径之一^[2]. 以此为目标, 近年来 CERN 将 ^{16}O 和 ^{32}S 加速到 $200\text{GeV}/n$, 已获得了丰富的实验数据^[3]. 在 RHIC^[2] 上预计于 1997 年进行每对核子能量为 $100 + 100\text{GeV}$ 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 对撞.

产生夸克物质对碰撞核质量和入射能量有一定要求. 并且即使碰撞核足够重, 入射能量充分高, 也不可能产生处处达到相变条件的体系, 只在局域时空会实现禁闭解除相变.

CERN 的实验结果表明, 最大横能随碰撞核的质量增加而增加^[4], 零度能分布在低端也不存在类似于 δ 函数的峰^[5]. 这说明入射能量在 $200\text{GeV}/n$ 以上时, 核的穿透性很强. 人们认为^[2], 中心碰撞时, 在中心区能形成高温体系, 在碎裂区能形成高密度体系, 有可能产生夸克物质. Bjorken 曾对重离子碰撞所能达到的最大能量密度作出估计^[6]. 本文将分析碰撞过程中系统膨胀引起的能量扩散对 Bjorken 估计式的修正, 讨论在 CERN 目前的实验基础上, 增加碰撞核质量和入射能量对提高能量密度的影响幅度; 考察相变特征量——温度, 重子数密度的时空演化, 估计形成夸克物质的时空区域以及对碰撞参数的限制.

* 本文 1990 年 10 月 20 日收到.
国家自然科学基金资助的课题.

二、最大能量密度的估计

Bjorken 提出的能量密度估计式^[6]一直被广泛地应用于讨论重离子碰撞产生夸克物质的条件。若假设核-核碰撞是在瞬时完成的,不考虑碰撞过程,全部次级粒子均在 $\tau = (t^2 - x^2)^{1/2} = \tau_0$ 时刻产生。 $A'-A$ 中心碰撞的初始能量是 A' 个核子-核 ($N-A$) 过程初始能量的迭加。通过求解中心区的流体力学方程组^[6],在 A', A 具有相同运动速度的坐标系中,能量密度的时间演化为

$$\varepsilon(\tau) = \varepsilon(\tau_0) \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{-(1+v_s^2)}, \quad \varepsilon(\tau_0) = \sum_{N-A \text{ Collisions}} \varepsilon_0^{NA}, \quad (1)$$

其中, r_0 是核内核子半径, v_s 是声速, ε_0^{NA} 是 $N-A$ 过程的初始能量密度。当 $\tau > \tau_0$ 时,系统开始绝热膨胀,能量密度不断下降,因此最大能量密度 $\varepsilon_{\max} = \varepsilon(\tau_0)$ 。

以上 Bjorken 的估计忽略了系统在碰撞过程中的膨胀效应。事实上,碰撞需要一定的时间 $d_{t'}$, 每个核子-核过程产生次级粒子的时间不同,最早在 $\tau = \tau_0$, 最迟在 $\tau = \tau_0 + d_{t'}$, 因此,能量密度的最大值对应的时间是 $\tau_0 + d_{t'}$ 。而在此之前,每个核子-核过程产生的次级粒子体系都按流体力学规律经历了时间不同的膨胀,使得对系统最大能量密度的贡献不是初始时的能量密度 ε_0^{NA} , 而是 ε_0^{NA} 再乘上一个随时间衰减的因子。于是,系统的最大能量密度就会比 Bjorken 估计的要低。

在任意时刻 $t'(0 \leq t' \leq d_{t'})$ 发生的 $N-A$ 过程的能量密度时间演化为

$$\varepsilon^{NA}(\tau|t') = \varepsilon_0^{NA} \left(\frac{\tau}{\tau_0 + t'} \right)^{-(1+v_s^2)}. \quad (2)$$

考虑不同时间发生的所有 $N-A$ 过程的贡献, $A'-A$ 碰撞的能量密度

$$\varepsilon(\tau) = \sum_{N-A \text{ Collisions}} \varepsilon^{NA}(\tau|t'). \quad (3)$$

将求和改为对碰撞时间 t' 的积分,并利用 $d_{t'}$ 和等速度系中碰撞核的快度 Y_c 的关系

$$A'^{1/3} = \frac{Sh Y_c}{2r_0} d_{t'},$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(\tau) &= \frac{Sh Y_c}{2r_0} \int_0^{t'_c} \varepsilon^{NA}(\tau|t') dt' \\ &= \frac{Sh Y_c \varepsilon_0^{NA}}{2r_0(2+v_s^2)} \left[(\tau_0 + t_c) \left(\frac{\tau}{\tau_0 + t_c} \right)^{-(1+v_s^2)} - \tau_0 \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{-(1+v_s^2)} \right], \\ t_c &= \begin{cases} \tau - \tau_0 & \tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + d_{t'} \\ d_{t'} & \tau \geq \tau_0 + d_{t'} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

最大能量密度

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon(\tau_0 + d_{t'}). \quad (5)$$

取 $\tau_0 = 1 \text{ fm}$, $v_s^2 = \frac{1}{3}$ ^[6], 输入实验给出的 ε_0^{NA} ^[7], 图 1(a) 清楚地显示了分别由(1)式和(4)

式决定的入射能量为 200 GeV/n 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞的能量密度演化曲线。图 1(b),

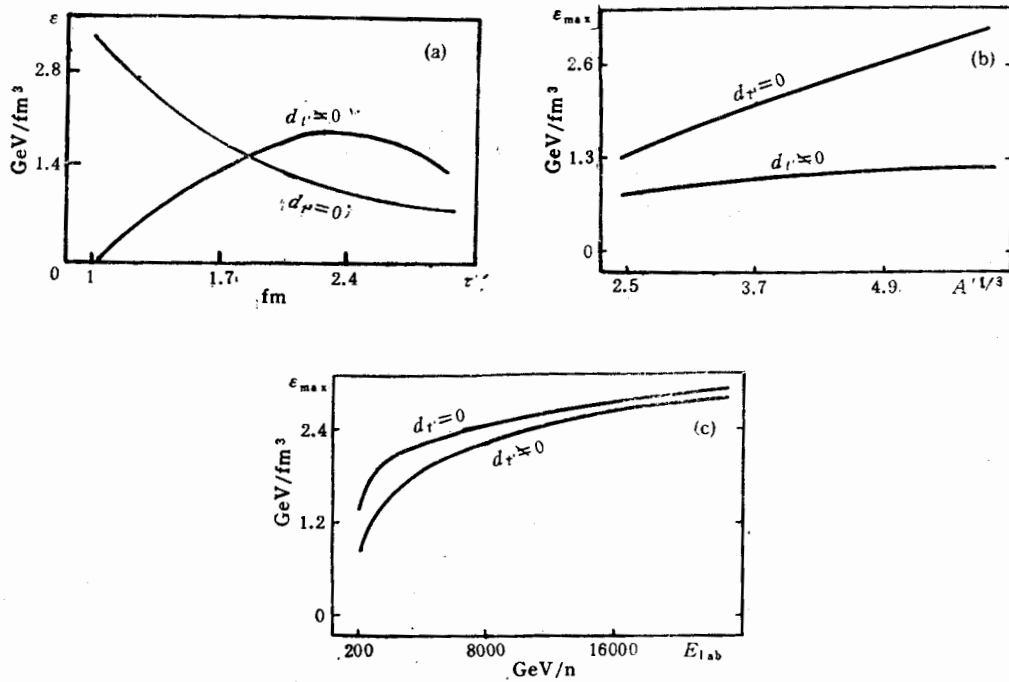


图 1 (a) 入射能量为 $200\text{GeV}/n$ 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞的能量密度时间演化。(b) 入射能量为 $200\text{GeV}/n$ 的 $A'-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞的最大能量密度与入射核质量的关联。(c) $^{16}\text{O}-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞的最大能量密度与入射能量的关联

1(c)分别给出了当入射核质量增加或者入射能量增加时,由(1)式和(5)式决定的 ϵ_{\max} 的变化曲线。根据(4)式,我们作如下讨论:

1. 固定 $A = 197$, $E_{\text{Lab}} = 200\text{GeV}/n$, 但增加入射核质量 A' 时, 尽管系统的能量输入增加了, 但因为 $d_T \sim A'^{1/3}$, 达到最大能量密度之前的时间延长, ϵ_{\max} 增加的速度比 Bjorken 估计的要缓慢得多。因此, 依靠提高碰撞核质量来增加中心区能量密度不是有效的方法。

2. 固定碰撞核而增加入射能量时, $d_T = \frac{2R_{A'}}{ShY_C}$ 减小, 碰撞过程中的膨胀效应减弱, 能量密度迅速上升。当 $E_{\text{Lab}} \rightarrow \infty$ 时, (5)式和 Bjorken 估计式(1)趋向一致。所以, 在目前 CERN 的实验基础上, 有效提高中心区能量密度的关键是提高入射能量。

3. 由式(4), 预计在 RHIC 进行的每对核子能量为 $100 + 100\text{GeV}$ 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 对撞在碰撞参数 $b = 0$ 时的 $\epsilon_{\max} \simeq 7\text{GeV}/\text{fm}^3$, 已经是核子内能量密度的 10 多倍。

三、状态方程

系统是否会发生从强子物质到夸克物质的相变由状态方程描述, 并通过状态方程输入到流体动力学方程中影响形成夸克物质的时空区域。由于相变是非微扰行为, 目前对状态方程尚很不清楚。下面简单讨论有可能形成夸克物质的中心区和碎裂区的状态方

程.

可以分别把强子相和夸克物质相近似看成是理想气体系统,状态方程为^[8]

$$P(T, \mu) = \frac{9}{6\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^4}{(p^2 + m^2)^{1/2}} \left[\frac{1}{e^{\frac{p^2 + m^2}{T} - \mu} \pm 1} + \frac{1}{e^{\frac{p^2 + m^2}{T} + \mu} \pm 1} \right] dp,$$

$$\varepsilon(T, \mu) = -P + T \frac{\partial P}{\partial T} + \mu \frac{\partial P}{\partial \mu}, \quad n(T, \mu) = \frac{\partial P}{\partial \mu}, \quad (6)$$

其中, P , ε , T 分别为系统的压强, 能量密度和温度; μ , n 为重子化学势及重子数密度; m , p 是粒子的质量和动量; g 是统计权重因子; +, - 号分别对应费米子和玻色子.

对于碰撞中心区, 温度很高, 但重子数密度几乎等于零. 在 $\mu = 0$ 的近似下, 由(6)式, 强子相(主要是 π 介子)的压强、能量密度为

$$P_h(T) = \frac{m_\pi^4}{2\pi^2} \int_0^1 \frac{x^4}{(1-x^2)^3} \frac{dx}{\frac{m_\pi}{e^{\sqrt{1-x^2}T} - 1}},$$

$$\varepsilon_h(T) = \frac{3m_\pi^4}{2\pi^2} \int_0^1 \frac{x^2}{(1-x^2)^3} \frac{dx}{\frac{m_\pi}{e^{\sqrt{1-x^2}T} - 1}}. \quad (7)$$

只考虑 u, d 味时, 夸克胶子等离子体相的压强, 能量密度为

$$P_q(T) = \frac{37}{90} \pi^2 T^4 - B, \quad \varepsilon_q(T) = 3P_q(T) + 4B, \quad (8)$$

其中 B 为物理真空与微扰真空的压强差.

对于包含相变的全温度区域, 我们用下面的参数化形式来连接强子相和夸克物质相,

$$\varepsilon(T) = \varepsilon_h(T) + [\varepsilon_q(T) - \varepsilon_h(T)] \frac{1}{1 + e^{\frac{a(1-T)}{T_c}}}, \quad (9)$$

拟合参量 T_c 表征相变温度的位置, a 决定相变持续的温度区间宽度. 若取 $T_c = 200$ MeV, $a = 16$, (9) 式拟合的结果与格点 QCD 的结果^[9]一致. 发生相变时的能量密度 $\varepsilon_c(T = T_c) \simeq 1.4 \text{ GeV}/\text{fm}^3$. 由(6)式, 压强

$$P(T) = \int_0^T \frac{\varepsilon(T')}{T'^2} dT'. \quad (10)$$

高能重离子碰撞的碎裂区温度极低, 但有丰富的重子. 在 $T = 0$ 的近似下, 由(6)式, 强子相(主要是核子)的状态方程

$$P_h(n) = \frac{m_N^4}{6\pi^2} \left\{ \frac{1}{m_N^4} (a_h^2 n^{2/3} + m_N^2)^{1/2} a_h n^{1/3} \left(a_h^2 n^{2/3} - \frac{3}{2} m_N^2 \right) \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \ln \left[\frac{1}{m_N} (a_h^2 n^{2/3} + m_N^2)^{1/2} + \frac{1}{m_N} a_h n^{1/3} \right] \right\},$$

$$\varepsilon_h(n) = n(a_h^2 n^{2/3} + m_N^2)^{1/2} - P_h(n), \quad a_h = \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{1/3}. \quad (11)$$

夸克胶子等离子体相的状态方程

$$P_q(n) = a_q n^{4/3} - B, \varepsilon_q(n) = 3P_q(n) + 4B, a_q = \frac{\pi^{2/3}}{2} \left(\frac{3}{2}\right)^{4/3}. \quad (12)$$

$P_h = P_q$ 时, 潜热

$$\varepsilon_q(n) - \varepsilon_h(n) = 4a_q n^{4/3} - n(a_h^2 n^{2/3} + m_N^2)^{1/2}. \quad (13)$$

目前对碎裂区包含相变的状态方程的研究还很少, 格点 QCD 也没有给出确定的结果. 如果考虑连续相变, 潜热为零, 相变时的重子数密度

$$n_c = \frac{2m_N^3}{3(2\sqrt{2})^2\pi^2}. \quad (14)$$

碎裂区的状态方程

$$\varepsilon(n) = \begin{cases} \varepsilon_h(n) & n \leq n_c \\ \varepsilon_q(n) & n \geq n_c, \end{cases} \quad (15)$$

$$P(n) = \begin{cases} P_h(n) & n \leq n_c \\ P_q(n) & n \geq n_c. \end{cases}$$

四、产生夸克物质的时空区域

流体动力学方程^[40]

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = \Sigma^\nu, \mu, \nu = 0, 1, 2, 3, T^{\mu\nu} = -Pg^{\mu\nu} + (\varepsilon + P)u^\mu u^\nu, \quad (16)$$

$g^{\mu\nu}$ 是 Bjorken 度规张量, u^μ 是流体的 4 维速度. 源项 Σ^ν 反映了碰撞过程中流体的能量输入, 由考虑了核内级联^[41]的不等核碰撞流体力学模型^[42]确定. 只考虑 1 + 1 维流体时, 以 $\hat{t} = \ln \frac{\tau}{\tau_0}$, $y = \frac{1}{2} \ln \frac{z+x}{z-x}$ 为变量, 结合中心区状态方程(9,10), (16)式的分量形式为

$$\frac{d\varepsilon}{dT} (\partial_{\hat{t}} + \bar{v}\partial_y)T + (\varepsilon + P)(\bar{v}\partial_{\hat{t}} + \partial_y)\Theta = \frac{e^{\hat{t}}}{\text{ch}(\Theta - y)} (\Sigma^0 \text{ch}\Theta - \Sigma^1 \text{sh}\Theta),$$

$$\frac{dP}{dT} (\bar{v}\partial_{\hat{t}} + \partial_y)T + (\varepsilon + P)(\partial_{\hat{t}} + \bar{v}\partial_y)\Theta = \frac{e^{\hat{t}}}{\text{ch}(\Theta - y)} (-\Sigma^0 \text{sh}\Theta + \Sigma^1 \text{ch}\Theta), \quad (17)$$

Θ 是流体快度, $u^\mu = (\text{ch}\Theta, \text{sh}\Theta)$; $\bar{v} = \text{th}(\Theta - y)$. 初始条件为

$$T(y, \hat{t} = 0) = 0, \Theta(y, \hat{t} = 0) = y. \quad (18)$$

若将(17,18)式中的 T 替换成 n , 并且 $\varepsilon, P, \frac{d\varepsilon}{dT}, \frac{dP}{dT}$ 由状态方程(15)决定, 便得到碎裂区的关于 n, Θ 的流体力学方程及初始条件.

对一个局域热平衡体系, 温度 T , 纯重子数密度 n 是比能量密度 ε 和压强 P 更基本的物理量. 例如, 对于不考虑重子数的情形, 格点规范给出的相变特征量就是 T_c . 另外, 在方程中用函数 $T(\hat{t}, y)$ 而不是 $\varepsilon(\hat{t}, y)$ 在数值计算上还有重要的意义. 由(9)式确实的 ε 在 $T = T_c$ 附近有非常陡的变化, 给数值求解带来麻烦. 但温度 T 在相变过程中是平滑连续的, 数值计算很方便.

对于中心区,我们具体计算了入射能量为 200GeV/n 的 $^{16}\text{O}-^{197}\text{Au}$, $^{32}\text{S}-^{197}\text{Au}$, $^{16}\text{O}-^{238}\text{U}$ 以及入射能量为 800GeV/n 的 $^{16}\text{O}-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞在 $y=0$ 处的温度分布 $T(\hat{t}, y=0)$, 见图2。正如在第二节中估计的,提高碰撞核质量对最大温度值的影响不大。而把入射能量从 200GeV/n 提高到 800GeV/n 时, $^{16}\text{O}-^{197}\text{Au}$ 过程的最大温度值 T_{\max} 从 $0.9T_c$ 提高到 T_c 。

但是,从图3我们看到,入射能量为 20000GeV/n (相当于质心系中每对核子能量 $100+100\text{GeV}$) 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞与 $^{16}\text{O}-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞相比,夸克物质相的持续时间增加。结合图4的等温线分布,在提高入射能量的基础上提高碰撞核质量能在大时空范围内产生夸克物质。

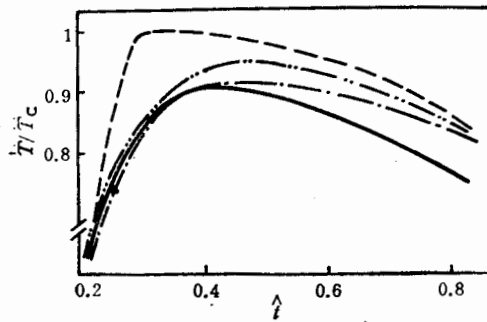


图2 入射能量为 200GeV/n 的 $^{16}\text{O}-^{197}\text{Au}$ (实线), $^{32}\text{S}-^{197}\text{Au}$ (点划线), $^{16}\text{O}-^{238}\text{U}$ (双点划线) 和入射能量为 800GeV/n 的 $^{16}\text{O}-^{197}\text{Au}$ (虚线) 中心碰撞在 $y=0$ 处的温度分布

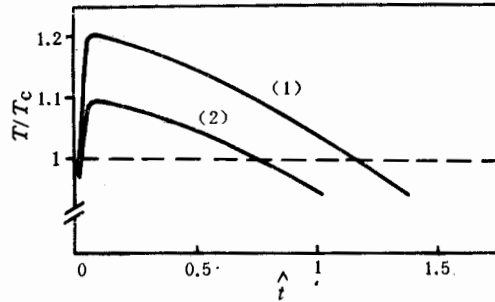


图3 入射能量为 20000GeV/n 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ (曲线1), $^{16}\text{O}-^{197}\text{Au}$ (曲线2) 中心碰撞在 $y=0$ 处的温度分布

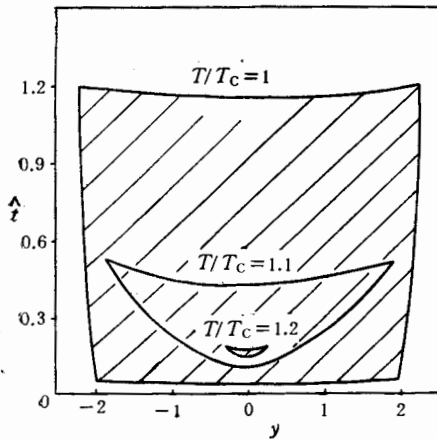


图4 每对核子能量为 $100+100\text{GeV}$ 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞在中心区的等温线分布,阴影部分为产生夸克物质的时空区域

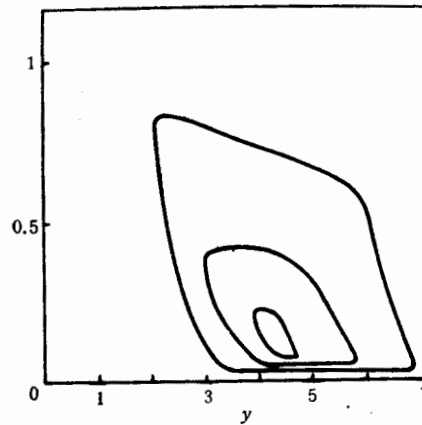


图5 每对核子能量为 $100+100\text{GeV}$ 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 中心碰撞在碎裂区的等重子数密度分布

碎裂区输入的能量主要来自次级粒子中的核子。碰撞核越重,重子数密度 n 越高。但是计算结果表明(见图5),即使是 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 碰撞在碎裂区也难于将重子数密度提高到

n_c . 这是因为碎裂区中作为源输入的次级粒子快度很大以及初始条件的影响, 碎裂区流体的膨胀速度远大于在中心区的膨胀速度, 能量扩散太快. 因此, 在碎裂区实现囚禁解除相变的高密度条件很难达到.

五、结 语

由于重离子碰撞的持续时间 $d, \tau \approx 0$, 在能量输入的过程中伴随有系统膨胀引起的能量扩散. 当入射能量一定, 提高碰撞核质量时, 一方面由于参与碰撞的核子增多而使得输入的能量增加; 另一方面, 输入时间也相应延长, 能量扩散加快. 二者相消的结果使能量密度增加缓慢. 当碰撞核一定, 提高入射能量时, 不仅系统的总能量增加, 而且输入时间也缩短, 能量密度的升高是显著的.

虽然提高能量密度的关键是提高入射能量, 但形成夸克物质的时空区域的大小与碰撞核质量密切相关. 我们的计算表明, 将要在 RHIC 进行的每对核子能量为 $100 + 100$ GeV 的 $^{197}\text{Au}-^{197}\text{Au}$ 对撞在中心区能够在 $0 \leq b \leq 6\text{fm}$ 的碰撞参数范围, 在 $0 \leq \ell \leq 1.2$, $-2 \leq y \leq 2$ 的时空范围产生夸克物质; 而在碎裂区, 由于膨胀引起的能量扩散太快, 很难实现禁闭解除相变.

值得指出的是, 我们计算的夸克物质区域是与状态方程以及相变的临界值 T_c, n_c 的选取有关的. 但是, 还没有一个确定的方程来描述从强子物质到夸克物质的相变是目前对相变问题讨论甚少的重要原因之一. 因此, 利用第三节简单的状态方程进行的时空区域的计算只是一种粗略的估计.

本文讨论的流体力学模型建立在高能核具有穿透性的基础上. 由于核阻止本领^[13]的影响, 人们估计^[14], 入射能量为 14.5 GeV/n 的重离子碰撞^[15]也有可能形成高密度系统. 我们将在另文中讨论完全核阻止的重离子碰撞过程.

感谢 CCAST 举办的高能重离子碰撞工作月(1990年2月12日—3月14日)提供的良好工作环境和有益讨论.

参 考 文 献

- [1] E. V. Shuryak, *Phys. Rep.*, **61**(1980), No. 2.
- [2] For example, Proceedings of the Fifth International conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Asilomar conference Center, Pacific Grove, California, April 13—17, 1986, Edited by L. S. Schroeder and M. Gyulassy, *Nucl. Phys.*, **A461**(1987), No. 1/2.
- [3] For example, Proceedings of the Sixth International conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions-Quark Matter 1987., Edited by H. Satz, H. J. Specht and R. Stock, *Z. Physik*, **C35**(1988), No. 1/2.
- [4] M. Jacob, *Nucl. Phys.*, **A498**(1989), 1c. J. W. Harris (NA35), *Nucl. Phys.*, **A498**(1989), 133c.
- [5] WA80 Collaboration, *Z. Physik*, **C38**(1988), 3.
- [6] J. D. Bjorken, *Phys. Rev.*, **D27**(1983), 140.
- [7] I. Otterlund, S. Garpman, I. Lund, *Z. Physik*, **C20**(1983), 281.
- [8] J. Cleymans, R. V. Gavai and E. Suhonen, *Phys. Rep.*, **130**(1986), No. 4.
- [9] T. Celik, J. Engels and H. Satz, *Nucl. Phys.*, **B256**(1985), 670.
- [10] K. Kajantie, R. Ratio, P. V. Ruuskanen, *Nucl. Phys.*, **B222**(1983), 152.

- [11] J. E. Elias, *Phys. Rev.*, **D22**(1980), 13; H. R. Schmidt et al., WA80 Collaboration, *Z. Physik*, **C38** (1988), 109.
- [12] Zhuang Pengfei, Wang Zhengqing, Liu Lianshou, *Z. Physik*, **C32**(1986), 93; Zhuang Pengfei, Liu Lianshou, *Z. Physik*, **C46**(1990), 335.
- [13] For example, F. E. Obenshain et al., (WA80), in multiparticle dynamics 1988, Proceedings of the XIX International Symposium on multiparticle dynamics, Arles, France, 1988, edited by D. Schiff and J. Tran Thanh Van (World Scientific, Singapore, 1989), p. 529.
- [14] S. Nagamiya, Lecture Series at the Relativistic Heavy Ion Collisions Synposium/Workshop, June, 1989 Beijing.
- [15] M. J. Tannenbaum, *Nucl. Phys.*, **A488**(1988), 555c.

Estimate of the Maximal Energy Density and Space-Time Region of the Quark Matter in High Energy Heavy Ion Collisions

ZHUANG PENGFEI LIU LIANSHOU

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070)

ABSTRACT

The Bjorken formula about maximal energy density in heavy ion collisions is modified, the effective way to increase the energy density is also analysed. The hydrodynamic equations and the equations of state in central and fragmental regions are discussed. It is pointed out that because of the energy diffusion caused by expansion of the system, it is difficult to produce quark matter in fragmental region. For Au-Au collisions on the RHIC to be built at BNL, the space-time region where phase transition occurred and the corresponding extent of impact parameter are predicted.