

# 夸克模型与 $\Lambda N$ 系统

许晓明 邱锡钧

(中国科学院上海原子核研究所)

周孝谦

(苏州大学物理系)

## 摘要

在 $\Lambda$ 超子中考虑味 $SU(3)$ 对称破缺, 在夸克势模型基础上引进夸克与 $\sigma$ -和 $\pi$ -介子场的耦合, 运用相对论性的两夸克集团理论, 研究了 $\Lambda N$ 作用势、 $^3S_1$ 道和 $^1S_0$ 道的 $\Lambda N$ 弹性散射相移。

Nagels 等人<sup>[1]</sup>用介子交换模型研究表明, 核子和 $\Lambda$ 超子的相互作用应包括中心势、自旋-轨道耦合项和张量项等等。另外, Yazaki 等人<sup>[2]</sup>用非相对论的夸克势模型研究得到,  $\Lambda N$ 间的夸克和单胶子交换提供了排斥势。本文将在相对论的夸克势模型基础上引进夸克与 $\sigma$ -和 $\pi$ -介子场的耦合, 运用相对论性的两夸克集团理论<sup>[3]</sup>, 研究 $\Lambda N$ 系统。其中考虑了味 $SU(3)$ 对称破缺, 这表现在: (1) s 夸克质量大于 u(d) 夸克质量, (2) s 夸克和 u(d) 夸克在味空间中是可分辨的。

在相对论性的两夸克集团理论<sup>[3]</sup>中, 每个重子都是夸克集团。当重子间相对运动能量比核子质量小得多时, 两重子间的单道相对运动方程可近似为:

$$\left(-\frac{1}{2\mu}\nabla_{\mathbf{R}'}^2 + V_D(\mathbf{R}') - E_r\right)F(\mathbf{R}') + \int k(\mathbf{R}', \mathbf{R}'')F(\mathbf{R}'')d\mathbf{R}'' = 0, \quad (1)$$

其中直接项和夸克交换项定义为:

$$V_D(\mathbf{R}') = \langle \phi(A)\phi(B) | \sum_{i \in A, j \in B} V(r_{ij}) | \hat{\phi}(A)\hat{\phi}(B) \rangle_{\mathbf{R}=\mathbf{R}'}, \quad (2)$$

$$k(\mathbf{R}', \mathbf{R}'') = \left\langle \phi(A)\phi(B)\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}') \left| \sum_{i \in A, j \in B} V(r_{ij}) \mathcal{A}_{AB}'' \right| \hat{\phi}(A)\hat{\phi}(B)\delta(\mathbf{R}' - \mathbf{R}'') \right\rangle, \quad (3)$$

方程(2)和(3)中的 $\phi(A)(\phi(B))$ 是集团 $A(B)$ 的内部波函数。它是三个夸克的( $0S$ )轨道波函数、自旋-同位旋波函数和色单态波函数的乘积。为了计算 $V_D(\mathbf{R}')$ 和 $k(\mathbf{R}', \mathbf{R}'')$ , 必须借助夸克模型, 给出单夸克的 $0 S$ 轨道波函数和夸克-夸克作用势。

首先考虑夸克势模型。这里我们采用如下形式的单胶子交换势和球对称线性禁闭

势:

$$V_{\text{OGE}}(r_{ii}) = \frac{\alpha_s}{4} \lambda_i \cdot \lambda_j \left( \frac{1}{r_{ii}} - \frac{\alpha_i \cdot \alpha_j}{r_{ii}} \right), \quad (4)$$

$$V_{\text{conf}}(r_{ii}) = -k \lambda_i \cdot \lambda_j \beta_i \beta_j r_{ii}, \quad (5)$$

式中  $\alpha_i$  是作用在夸克  $i$  上的 Dirac 算子,  $\beta$  是  $\gamma$  矩阵的第四分量 ( $\beta \equiv \gamma_0$ );  $\lambda_i$  是色  $SU(3)$  生成元;  $\alpha_s$  为夸克-胶子耦合常数,  $k$  为色禁闭常数。单夸克的 OS 轨道波函数则取为如下试探波函数形式:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi} r} \left( \frac{iN(\alpha r)e^{-\frac{1}{2}(\alpha r)^2}}{Nb(\alpha r)^2 e^{-\frac{1}{2}(\alpha r)^2} \frac{\sigma \cdot r}{r}} \right), \quad (6)$$

其中  $N$  是归一化因子,  $b$  和  $\alpha$  是二个变分参量,  $b$  决定旋量波函数中小分量的大小,  $\alpha$  决定重子内夸克分布的延伸度。通过计算重子的哈密顿量并对其变分, 再计算核子的均方根半径  $R$ , 可以求得(4)–(6)式中的参数满足下列关系式:

$$M_{\Delta^{++}} - M_p = \frac{\alpha_s N^4 b^2}{6}, \quad (7)$$

$$M_A - M_p = \frac{N^2 \pi^{\frac{1}{2}}}{8\pi} (m_s - m_u) (2 - 3 b^2), \quad (8)$$

$$R^2 = \frac{(6 + 15b^2)N^2 \pi^{\frac{1}{2}}}{16 \alpha^3}, \quad (9)$$

$$M_p = \frac{3N^2 \pi^{\frac{1}{2}}}{8\alpha} [-6\alpha b + m_u(2 - 3b^2)] - \frac{N^4}{256 \alpha^2} [\alpha_s \alpha^2 (12 + 40b^2 + 15b^4) - 12\pi k(4 - 12b^2 + 9b^4)]. \quad (10)$$

调节参数, 使符合重子质量:  $p(938)$ 、 $\Delta^{++}(1360)$  和  $A(1138)$ , 以及核子半径  $R = 0.8$  fm。结果是:

$$\begin{aligned} \alpha &= 1.67 \text{ fm}^{-1}, & b &= -0.539, \\ \alpha_s &= 2.04, & k &= 0.296 \text{ fm}^{-2}. \end{aligned} \quad (11)$$

使用这些参数值, 可算出(2)和(3)式, 随之可用差分方法数值求解运动方程(1)。我们将算得的单胶子交换产生的作用势描绘在图 1。显然, 夸克间的单胶子交换提供排斥芯。计算也表明, 线性形式的色禁闭势(5)产生奇异的、与轨道角动量有关但与自旋无关的弱  $\Lambda N$  吸引势。这宽度约为 1.4 fm 的弱吸引势不易使  $\Lambda N$  形成为束缚态。

在  $\Lambda$  超核中,  $NN$  及  $\Lambda N$  间的中长程吸引势是由  $\sigma$  和  $\pi$  介子的交换产生的。为了获得  $\Lambda N$  作用较完整的图象, 在此我们利用 Birse 和 Kahana 等人<sup>[4,5]</sup>的手征孤粒子模型。该模型认为, 核子和  $\Delta$  共振态是夸克与手征场 ( $\sigma$  和  $\pi$  介子场) 的耦合作用而形成的束缚态。本文认为  $\Lambda$  超子也是夸克与手征场耦合作用形成的束缚态。在文献[6]中, 我们在这模型里进一步考虑了夸克与胶子场的耦合, 并取单胶子交换近似。计算中我们把夸克-胶子耦合常数  $\alpha_s$  和夸克-手征场 ( $\sigma, \pi$ ) 耦合常数  $g$  取为可调参数, 把核子的实验质量值作为输入。结果得到  $\alpha_s = 0.552$ ,  $g = 4.416$ , 并且得到如下的单夸克径向波函数:

$$q'(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} i c_1 e^{-\sigma r^2} \\ \sigma \cdot \mathbf{r} c_2 e^{-\sigma r^2} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= 2.53 \text{ fm}^{-2}, & b &= 2.575 \text{ fm}^{-2}, \\ c_1 &= 1.21 \text{ fm}^{-\frac{3}{2}}, & c_2 &= 1.324 \text{ fm}^{-\frac{3}{2}}. \end{aligned} \quad (13)$$

而所计算的核子的各种静态性质与实验值很好相合<sup>[6]</sup>.

本文计算了如下形式的单介子交换势的直接项,

$$V_{O\sigma E}(\mathbf{r}_{ii}) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma r_{ii}}}{r_{ii}} \nu_0(i) \nu_0(j), \quad (14)$$

$$V_{O\pi E}(\mathbf{r}_{ij}) = \frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\pi r_{ij}}}{r_{ij}} (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) \nu_0(i) \nu_0(j) \nu_5(i) \nu_5(j). \quad (15)$$

用差分方法数值求解方程(1)所得到的  $\Lambda N$  有效作用势描在图 1 中, 而  $\Lambda N$  弹性散射的  $^3S_1$  道和  $^1S_0$  道相移则描在图 2.

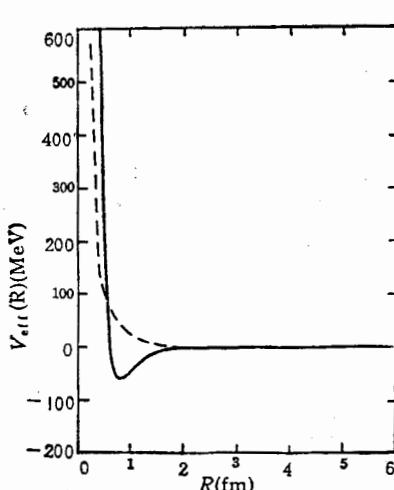


图 1 虚线是由本文夸克势模型得到的单胶子交换产生的  $\Lambda N$  作用势. 实线是由含单胶子交换的手征孤粒子模型得到的  $\Lambda N$  有效势.

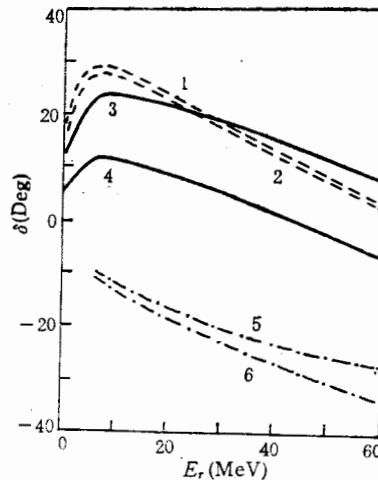


图 2 虚线、实线和点划线分别是文献 [7]、本文和文献[2]给出的  $\Lambda N$  弹性散射相移. 曲线 1、4 和 6 都对应于  $^1S_0$  道, 曲线 2、3 和 5 都对应于  $^3S_1$  道.

计算表明, 夸克间的单  $\pi$  介子交换所产生的  $\Lambda N$  吸引势为零. 因此, 图 1 中的吸引势是由夸克间的  $\sigma$  介子交换产生的.

从图 1 的陡直实线和虚线看出, 无论是夸克势模型还是含单胶子交换的手征孤粒子模型, 都通过  $\Lambda N$  之间的夸克交换和单胶子交换给出排斥芯. 由于 s 夸克和 u(d) 夸克是可分辨的, 所以  $\Lambda N$  之间只发生 u 和 d 夸克的交换. 这表明,  $\Lambda N$  之间 u 和 d 夸克交换提供排斥势. 如图 1 所示, 排斥芯的半径约是 0.63 fm. 此外, 从表达式(4)可知, 夸克间的单胶子交换产生依赖于自旋的、非局域的势. 由于排斥芯的自旋依赖性, 使得  $^3S_1$  道的弹性散射相移比  $^1S_0$  道的相移高. 在图 2 中虚线描出了唐尧干及其合作作者<sup>[7]</sup>的唯象势理论结果. 他们采用半径为 0.6 fm 的无穷大排斥芯和依赖于自旋的吸引势, 并由此得

到： $^1S_0$  道和  $^3S_1$  道的相移比较接近，但  $^1S_0$  道相移比  $^3S_1$  道高。文献[1]用唯象的介子交换模型所得的  $\Lambda N$  相移与文献[7]中的相移几乎是一致的。文献[1, 7]与本文结果都显示：在约为 7.7 MeV 的散射能量处，两者的散射相移达到最大值。这表明，碰撞能量  $E_r$  在小于 7.7 MeV 情况下，夸克周围的  $\sigma$  介子场（或者吸引势）决定  $\Lambda N$  的散射相移；在  $E_r = 7.7$  MeV 邻近，N 和  $\Lambda$  超子开始发生夸克交换，表现出排斥行为；在大于 7.7 MeV 情况下，排斥势使  $\Lambda N$  的  $s$  道弹性散射相移下降。

本文所得的  $\Lambda N$  相移较之文献[2]非相对论夸克势模型所得的结果（见图 2 中点划线）有很大差别，而后者与[1, 7]的唯象理论结果偏离很大，本文的结果则如上述相对地与[1, 7]较为接近。这表明，本文的理论结果较之文献[2]的非相对论夸克势模型结果有较大改善。但无论是文献[2]的结果还是本文的结果，都显示  $\Lambda N$  间的夸克和单胶子交换产生的  $^3S_1$  态相移比  $^1S_0$  态相移大。显然，其它介子（例如  $\omega$ -矢介子等）交换的贡献，是值得进一步探讨的问题。

### 参 考 文 献

- [1] M. M. Nagels et al., *Phys. Rev.*, **D20** (1979), 1633.
- [2] M. Oka, K. Shimizu and K. Yazaki, *Nucl. Phys.*, **A464** (1987), 700.
- [3] X. J. Qiu, L. H. Wang and R. C. Hou, *Phys. Rev.*, **C30** (1984), 1731.
- [4] M. C. Birse and M. K. Banerjee, *Phys. Lett.*, **136B** (1984), 284.
- [5] S. Kahana and G. Ripka, *Nucl. Phys.*, **A429** (1984), 462.
- [6] X. J. Qiu and X. M. Xu, to be published.
- [7] R. C. Herndon and Y. C. Tang, *Phys. Rev.*, **159** (1967), 853.

## QUARK MODEL AND $\Lambda N$ SYSTEM

XU XIAOMING QIU XIJUN

(Institute of Nuclear Research of Academis Sinica, Shanghai)

ZHOU XIAOQIAN

(Department of Physics, Suzhou University)

### ABSTRACT

Considering the flavor  $SU(3)$  symmetry-breaking in  $\Lambda$ - hyperon and using the relativistic two-quark-cluster theory, the  $\Lambda N$  interaction and phase shifts of elastic  $\Lambda N$  scattering have been studied in the quark potential model with the coupling between the quark and mesons ( $\sigma + \Pi$ ) taken into account.