$^5_\Lambda$He 中 α 粒子内能的变化对结合能 B_Λ 的重要影响*

孔 令 江
(广西师范大学物理系,桂林)

李 清 润
(中国科学院高能物理研究所,北京)

摘 要

α 粒子内部能量的改变,在以前的 $^5_\Lambda$He 结合能的计算中通常被略去. 本文的研究表明,α 粒子内能的改变对结合能的理论值产生重要影响.

一、引 言

Λ 粒子在超核 $^5_\Lambda$He 基态的结合能 B_Λ,通常,理论计算值总比实验值(3.12MeV)大出 2—3MeV,这个被称之为"$^5_\Lambda$He 过紧束缚"(Over binding) 问题,多年来一直在吸引着人们的研究兴趣[1-6]. 文献[2]和[3]的研究表明,在 Λ 超子-核子间的相互作用中引入 ΛNN 三体力以及空间交换力,对 B_Λ 的理论计算值影响不大,远不足以解释 $^5_\Lambda$He 的过紧束缚问题. 在文献[3]中,Y.C. Tang 等使用 1S 态谐振子波函数,亦即单高斯型核子密度,计算出的 B_Λ 值约为6MeV. 刘渊等把单高斯型密度改成双高斯型,得到1—2MeV 的改进[4]. 文献[5]中,在 α 粒子波函数中加进 D 态成份,可以减少 B_Λ 值 0.1—0.5 MeV. 最近,柳继锋等的研究表明[6],如果把 $^5_\Lambda$He 中的 α 粒子半径从自由 α 粒子半径增加约百分之廿五,则可使理论的 B_Λ 值和实验一致. 在上面提到的所有研究中,都是把 Λ 粒子和 α 粒子间的相对运动能量当做 Λ 粒子在超核 $^5_\Lambda$He 中的结合能. 而这两个量的相等只是在假定超核内的 α 粒子与自由 α 粒子相比不发生改变的条件下才是成立的. 但是,由于 α 粒子相当稳定,即它的不可压缩性很大,因此 α 粒子大小的微小的变化也能引起内部能量的较大的改变,从而对结合能 B_Λ 的理论值产生重要影响. 本工作的目的,就是研究这一影响有多大.

二、模 型

超核 $^5_\Lambda$He 系统的哈密顿量为

本文1989年11月8日收到.
* 国家自然科学基金资助课题.

$$H = H_\alpha + T_\Lambda + V_{\Lambda\alpha} - T_{\mathrm{c.m.}}, \tag{1}$$

其中 H_α 为核心 α 粒子的哈密顿量,可写为

$$H_\alpha = \sum_{i=1}^{4} T_i + \sum_{i>j}^{4} V_{ij}, \tag{2}$$

T_Λ 是 Λ 粒子的动能，$V_{\Lambda\alpha}$ 是 Λ 粒子和 α 粒子间的相互作用,可表为

$$V_{\Lambda\alpha} = \sum_{i=1}^{4} V_{\Lambda i}, \tag{3}$$

使用 Rayleigh-Ritz 变分法,设系统的波函数为

$$\phi = \phi_\alpha F(\boldsymbol{r}_\Lambda - \boldsymbol{R}_\alpha) Z(\boldsymbol{R}_{\mathrm{c.m.}}) \xi_\alpha \xi_\Lambda, \tag{4}$$

其中 ϕ_α 为超核内 α 粒子的波函数，$F(\boldsymbol{r}_\Lambda - \boldsymbol{R}_\alpha)$ 是描述 Λ 粒子与 α 粒子间相对运动的波函数，$Z(\boldsymbol{R}_{\mathrm{c.m.}})$ 是整个系统的质心运动波函数，ξ_α 和 ξ_Λ 分别是 α 粒子与 Λ 粒子的自旋-同位旋波函数.

进行变分后,得到 F 所满足的方程为

$$\begin{aligned}\{T_\Lambda + \langle \phi_\alpha \xi_\alpha \xi_\Lambda | V_{\Lambda\alpha} | \phi_\alpha \xi_\alpha \xi_\Lambda \rangle\} F(\boldsymbol{R}) &= (E - \langle \phi_\alpha \xi_\alpha | H_\alpha | \phi_\alpha \xi_\alpha \rangle) F(\boldsymbol{R}) \\ &= E_R F(\boldsymbol{R}),\end{aligned} \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{r}_\Lambda - \boldsymbol{R}_\alpha$ 是 Λ 粒子与 α 粒子质心间的相对坐标，E_R 是它们之间的相对运动能.

E_R 可以重新表示为下面等式

$$\begin{aligned} E_R &= E - \langle \phi_\alpha \xi_\alpha | H_\alpha | \phi_\alpha \xi_\alpha \rangle \\ &= (E - E_\alpha^{(0)}) - (\langle \phi_\alpha \xi_\alpha | H_\alpha | \phi_\alpha \xi_\alpha \rangle - E_\alpha^{(0)}) \\ &= -B_\Lambda - \Delta E_\alpha, \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $E_\alpha^{(0)}$ 是自由 α 粒子的基态能量；$E - E_\alpha^{(0)}$ 等于 $-B_\Lambda$；

$$\Delta E_\alpha = \langle \phi_\alpha \xi_\alpha | H_\alpha | \phi_\alpha \xi_\alpha \rangle - E_\alpha^{(0)}$$

是 ${}^5_\Lambda\mathrm{He}$ 中的 α 粒子相对于自由 α 粒子的内能的改变。显然，当假设 ${}^5_\Lambda\mathrm{He}$ 中的 α 粒子保持着自由 α 粒子的状态时，$\Delta E_\alpha = 0$，这时方程(5)解出的最低态的相对运动能量 E_R 即为所欲求的 Λ 粒子在超核基态中的结合能的负值,即 $-B_\Lambda$.

从方程(6)，可得 Λ 粒子的结合能为

$$B_\Lambda = -E_R - \Delta E_\alpha. \tag{7}$$

根据文献[3]，我们选取 ΛN 相互作用势为

$$V_{\Lambda i} = \frac{1}{2}(1 + P^\sigma_{\Lambda i}) V_t^{\Lambda N} + \frac{1}{2}(1 - P^\sigma_{\Lambda i}) V_s^{\Lambda N}, \tag{8}$$

这里没有包括空间交换力,因为研究结果表明，引入空间交换力对 B_Λ 值的影响甚微[3]；(8)式中的 V_t 和 V_s 取为高斯型势

$$V_t^{\Lambda N} = -V_{0t}^{\Lambda N} \exp(-\mathscr{K}(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_\Lambda)^2), \tag{9}$$

$$V_s^{\Lambda N} = -V_{0s}^{\Lambda N} \exp(-\mathscr{K}(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_\Lambda)^2), \tag{10}$$

其中参数取自文献[3]，分别为 $V_{0t}^{\Lambda N} = 41.8\mathrm{MeV}$，$V_{0s}^{\Lambda N} = 59.7\mathrm{MeV}$，$\mathscr{K} = 0.916\mathrm{f_m^{-2}}$.

和文献[3]中一样,我们选取 α 粒子的内部空间波函数为

$$\phi_\alpha = \prod_{i=1}^{4} \exp\left[-\frac{1}{2}a(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{R}_\alpha)^2\right], \tag{11}$$

对应于自由 α 粒子，$a = 0.514 f_m^{-2}$.

为了考虑 α 粒子内部能量的变化，必须知道方程 (2) 中核子间的相互作用 V_{ij}. 根据文献 [7]，适用于极轻原子核区域的一个比较实际的核力为

$$V_{ij} = \left[\frac{1}{2}(1 + P^\sigma_{ij})V^{NN}_t + \frac{1}{2}(1 - P^\sigma_{ij})V^{NN}_s\right] \cdot \left(\frac{u}{2} + \left(1 - \frac{u}{2}\right)P^r_{ij}\right) + \frac{e^2}{r_{ij}}\frac{1-\tau_{i3}}{2}\frac{1-\tau_{j3}}{2}, \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned} V^{NN}_t(r_{ij}) &= -V^{NN}_{ot}\exp(-K_t r^2_{ij}), \\ V^{NN}_s(r_{ij}) &= -V^{NN}_{os}\exp(-K_s r^2_{ij}), \\ V^{NN}_{ot} &= 66.92\text{MeV}, \quad V^{NN}_{os} = 29.05\text{MeV}, \\ K_t &= 0.415 f_m^{-2}, \quad K_s = 0.292 f_m^{-2}. \end{aligned} \tag{13}$$

利用方程 (2)、(11)、(12) 和 (13)，可以得到 α 粒子内能的改变量

$$\begin{aligned} \Delta E_\alpha &= \langle\phi_\alpha\xi_\alpha|H_\alpha|\phi_\alpha\xi_\alpha\rangle - \langle\phi^{(0)}_\alpha\xi_\alpha|H_\alpha|\phi^{(0)}_\alpha\xi_\alpha\rangle \\ &= E_\alpha(a) - E_\alpha(a = 0.514), \end{aligned} \tag{14}$$

其中 $\phi^{(0)}_\alpha$ 为自由 α 粒子波函数，即方程 (11) 中令 $a = 0.514 f_m^{-2}$ 时的波函数.

Λ 粒子的相对运动能量 E_R 可从下面方程解得

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2_R + V_D\right)F(\boldsymbol{R}) = E_R F(\boldsymbol{R}) \tag{15}$$

$$V_D(\boldsymbol{R}) = \int |\phi_\alpha|^2 V_{\Lambda\alpha} d\boldsymbol{r}_\alpha \tag{16}$$

显然，E_R 也是表征 α 粒子大小的参数 a 的函数，即 $E_R = E_R(a)$.

三、结果和讨论

图 1 中，给出了相对运动能量 E_R 的正数值（即 $-E_R$）随参数 a 的变化曲线. 当不考虑超核内 α 粒子内部能量的改变时，$B_\Lambda = -E_R$，这条曲线就代表理论计算出的 Λ 粒子结合能 B_Λ 与参数 a 的关系. 从图中可看出，当参数 a 取自由 α 粒子的值 $0.514 f_m^{-2}$ 时 ($\langle r^2\rangle^{1/2} = 1.479$fm)，$B_\Lambda$ 约为 6.03MeV，这即是文献 [3] 中的结果. 为了得到实验的 B_Λ 值 3.12MeV，参数 a 应等于 $0.345 f_m^{-2}$，它对应的 α 粒子的均方根半径为 1.806fm，这一值和文献 [6] 中的结果一致. 这意味着，为了得到实验的 B_Λ 值，α 粒子的均方根半径被要求需要增大 22%.

图 2 给出的是 α 粒子内能的改变量 ΔE_α 随参数 a 的变化曲线. 与图 1 中的 $E_R(a)$ 曲线比较，可明显地看出，$\Delta E_\alpha(a)$ 的曲线要陡得多. 这表明，α 粒子的大小只要有很小的改变，就会引起内能的显著的变化. 与图 1 相对照，如果只考虑 α 粒子内能变化对结合能的影响，这时只要使 a 值从自由 α 的 $0.514 f_m^{-2}$ 变到 $0.460 f_m^{-2}$，对应均方根半径从1.479

fm 增大到 1.564fm 即只需增大 5.7%，就可得到结合能的实验值 3.12MeV. 可见，内能

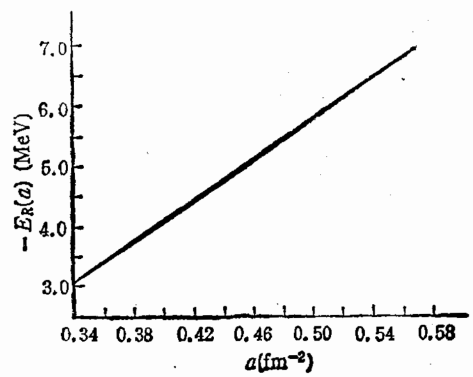

图 1 Λ 粒子的相对运动能量与超核内 α 粒子大小的关系

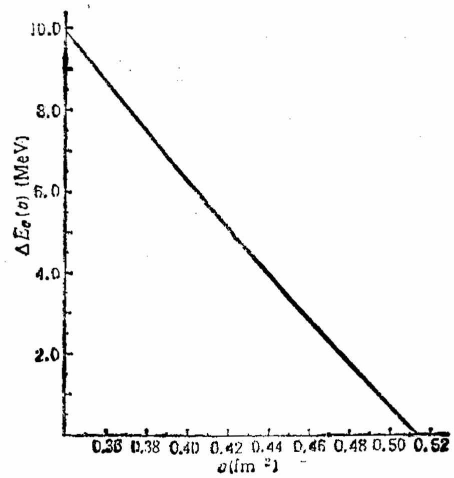

图 2 α 粒子内能的改变量 ΔE_α 与 α 粒子大小的关系

变化是比相对运动能量变化更为重要的因素.

图 3 中给出的是 α 粒子的"硬度"(亦即不可压缩性)曲线.

最后，同时考虑内能和相对运动能对 B_Λ 的贡献. 根据方程(7)， $B_\Lambda=-E_R(a)-\Delta E_\alpha(a)$，计算出的 Λ 粒子在 ${}^5_\Lambda$He 基态中的结合能 B_Λ 与核内 α 粒子大小的关系，为图 4 中的曲线所给出. 与图 1 中的情形(即不考虑 α 粒子内能的改变)成鲜明的对照，这时，如果要得到 B_Λ 的实验值 3.12MeV，只需 a 值从 0.514f$_m^{-2}$ 改变到 0.473f$_m^{-2}$， 相应的 α 粒子半径 $\langle r^2\rangle^{1/2}$ 从 1.479fm 变到 1.542fm，即只要求 α 粒子半径增加约 4.2%. 这清楚

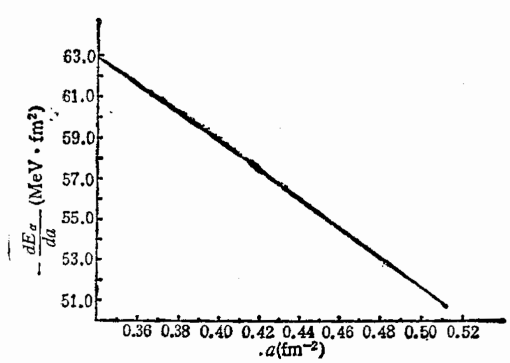

图 3 α 粒子的"硬度"随 a 的变化

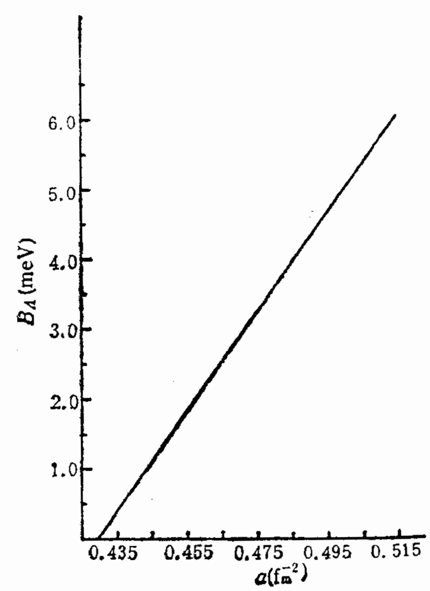

图 4 Λ 粒子结合能 B_Λ 与 α 粒子大小的关系

地表明，α 粒子内能的变化对 Λ 超核结合能的计算起着非常重要的影响。

有一点需要提一下的是，方程(12)、(13) 所给出的 NN 相互作用势，是对于 ^{4}He 附近的几个原子核的计算所选用的。它的参数并不是由拟合 ^{4}He 的结合能来确定的。因此，这一核力不会恰好给出 ^{4}He的实验结合能 28.3MeV。实际上用它所计算出的 ^{4}He结合能为 29.36MeV。但是，这一小的差别不会影响上面得到的任何结论。为了看出这一点，我们把方程 (13) 中的势强度 V_{0t} 和 V_{0s} 按同一比例减少 3%，使其恰好给出 ^{4}He 的基态结合能 28.3MeV，使用这一调整后的核力所计算出的 Λ 粒子结合能 $B_\Lambda(a)$ 曲线，如图 5 中虚线所示。同一图中的实线是未经调整的核力的结果(亦即图 4 中的曲线)，可看出，两条曲线相差甚微。

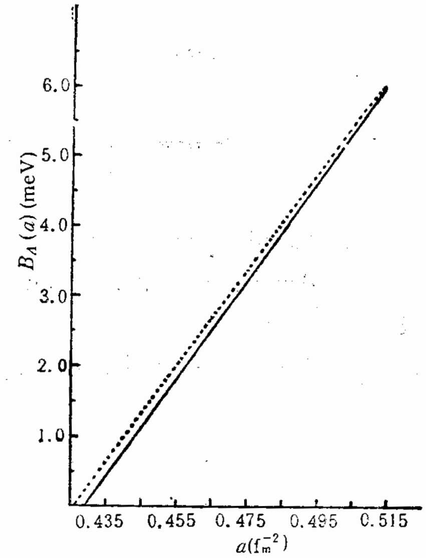

图 5　使用经过调整后的核力计算出的 $B_\Lambda(a)$。虚线对应调整的核力；实线对应未调整的核力

四、结　束　语

本文的结果表明，如果超核 $^5_\Lambda$He 中的 α 粒子与自由 α 粒子相比，其大小发生一些改变，则其引起的 α 粒子内能的改变对超核结合能的理论值起非常重要的影响，是不能忽略的。但本文并未涉及为什么 α 粒子要发生变化和应该发生什么样的变化这一更为基本的问题，即并未回答 α 粒子发生变化的动力学原因是什么这一问题。要回答这一问题，需要更为复杂的理论考虑和相当可观的计算工作量。

参　考　文　献

[1] R.H. Dalitz et al., *Phys. Rev.*, **111**(1958), 967.
[2] R.H. Dalitz et al., *Nucl. Phys.*, **B47**(1972), 109.
[3] T. Schimert et al., *Nucl. Phys.* **A343**(1980), 429.
[4] 刘渊等，原子核物理，**5**(1983)，186.
[5] K. Langanke et al., *Phys. Rev.*, **C37**(1988), 1656.
[6] 柳继锋等高能物理与核物理 **13**(1989)，814.
[7] I. Reichstein et al., *Nucl. Phys.*, **A139**(1969), 144.

SIGNIFICANT EFFECT ON THE BINDING ENERGY OF ${}^{5}_{\Lambda}$He BY THE CHANGE OF THE INTERNAL ENERGY OF THE α PARTICLE

KONG LINGJIANG

(Department of Physics, Guangxi Normal University, Guilin)

LI QINGRUN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

The change of the internal energy of the α-particle is usually neglected in the previous calculations of the binding energy of ${}^{5}_{\Lambda}$He. The present work shows explicitly that the change of the internal energy of the α-particle can influence significantly the theoretical value of the binding energy of ${}^{5}_{\Lambda}$He.