

高能核-核碰撞多重数矩的能量、 靶核和快度窗口无关性*

庄鹏飞 刘连寿

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉)

摘 要

本文分析了高能核-核碰撞多重数矩的能量标度无关性和与靶核质量及快度窗口宽度近似无关的性质, 指出这些性质来源于核几何. 在很普遍的条件下证明了, 当碰撞核不很轻, 快度窗口不很窄时, 多重数 n 的归一化矩近似等于参与碰撞核子数 N 的归一化矩. 对无偏过程和中心过程分别进行了计算, 得到与实验符合的结果.

一、引 言

在 CERN 的 SPS 上进行的人射能量为 60 和 200 AGeV 的 ^{16}O 束流对靶核的轰击实验表明多重数分布具有如下性质:

1. KNO 形式的多重数分布与能量标度无关^[1,2];
2. KNO 形式的多重数分布与靶核质量无关^[1];
3. 归一化多重数矩 $C_2 = \overline{n^2}/\bar{n}^2$ 与快度窗口无关^[3];
4. 弥散 $D = (\overline{n^2} - \bar{n}^2)^{1/2}$ 与平均多重数之比是常数 (≈ 0.8), 与人射能量、靶核质量无关^[1,4].

许多作者^[5,6]利用唯象模型对此进行了计算, 着重讨论了 KNO 形式的多重数分布. 他们采用目前流行的观点^[7-9], 认为核-核碰撞包括作为输入核子-核子碰撞和核几何两部分. 显然, 几何部分与人射能量无关. 而在目前实验能量下, 核子-核子碰撞的 KNO 分布也是与人射能量无关的^[10]. 这自然导致在现有能量下核-核碰撞的多重数分布在 KNO 形式下与能量标度无关. 但是, 当能量进一步提高, 使得相应能量下的核子-核子碰撞不再满足 KNO 标度无关, 例如达到 RHIC 对撞能量 200 AGeV^[11] 时, 核-核碰撞的标度无关是否还成立是一个值得探讨的问题. 另外, 为什么 KNO 形式的多重数分布和归一化多重数矩还与靶核质量和快度窗口无关? 这些问题都需要进一步的讨论.

多重数矩的研究是多重产生领域的一个重要方面. 多重数的 KNO 分布的性质可以由归一化多重数矩

本文 1989 年 9 月 29 日收到.

* 国家自然科学基金的资助项目.

$$C_q = \frac{\overline{n^q}}{\bar{n}^q}, \quad q = 1, 2, \dots \quad (1)$$

来描述。本文将集中分析 C_q 与人射能量、靶核质量以及快度窗口无关(或近似无关)的性质。我们将看到,这些性质都是由于,当碰撞核不太轻,快度窗口不太窄时,核几何起支配作用。在下一节里,我们首先从很普遍的假定出发,对这一论断给出证明。

二、核几何对归一化多重数矩的决定作用

目前流行的各种核-核碰撞模型的共同点是,将核-核碰撞归结为固定碰撞参数 b 的碰撞过程的几何平均。当碰撞参数固定时,射弹核和靶核中的参与碰撞核子由直线几何决定。至于这些参与碰撞核子如何对核-核碰撞的末态作出贡献,不同的模型有不同的作法。我们采用一种简单的假定,将每个参与碰撞核子看成次级粒子源,末态多重数分布是这些次级粒子源贡献的迭加。这一假定概括了 FRITIOF 模型^[8]和多源模型的中心区^[9]等一些特例。后面将看到,我们的主要结论实际上并不强烈地依赖于这一假定,而是带有更普遍的性质。

设每个参与碰撞核子 (Participant) 对多重数分布的平均贡献为 $g(n')$, 碰撞参数为 b 时的多重数分布是 N 个参与碰撞核子的贡献的卷积:

$$G^{(N)}(n) = \sum_{n'_1, n'_2, \dots} \delta\left(n - \sum_{i=1}^N n'_i\right) \prod_{i=1}^N g(n'_i). \quad (2)$$

N 由下式决定:

$$\begin{aligned} N(b) &= N_P(b) + N_T(b), \\ N_P(b) &= \int d^3r \rho_P(\mathbf{r}) \theta(R_P - \sqrt{x^2 + y^2}) \theta(R_T - \sqrt{(x-b)^2 + y^2}), \\ N_T(b) &= \int d^3r \rho_T(\mathbf{r}) \theta(R_T - \sqrt{x^2 + y^2}) \theta(R_P - \sqrt{(x-b)^2 + y^2}). \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ρ_P, ρ_T 分别为入射核和靶核的核子数密度函数,当核质量较大 ($A > 8$) 时,一般取为 Woods-Saxon 分布

$$\rho(r) = \frac{k \cdot 4\pi r_0^2}{1 + \exp\left(\frac{r - r_0 A^{1/3}}{c_0}\right)}, \quad (4)$$

k 是归一化常数,参数 c_0 , 核子半径 r_0 的取值见文献[12]。 R_P, R_T 是入射核和靶核的最大几何截面半径,由

$$\int d^3r \rho_a(\mathbf{r}) \theta(r_0 - \sqrt{(x - R_a)^2 + y^2}) = 1, \quad a = P, T \quad (5)$$

决定。此式的意义是:穿过核 a 的球心作一根垂直于所考虑截面的轴线,在距这一轴线 R_a 处,和轴线平行的半径为 r_0 的圆柱体内正好有一个核子。

在式(2)中令 $N = 2$, 由核子-核子碰撞的多重数分布 $G(n'')$ 可以确定 $g(n')$ 的形式。(在本文中我们用上标撇号“'”标志单个参与碰撞核子对多重数和矩的贡献;用上标双撇号“''”标志核子-核子碰撞的多重数矩;不带上标撇号的量则对应于核-核碰撞。)文献

[5]给出了 ISR 能区的一种具体的 $g(n')$.

考虑各种可能的碰撞参数的贡献,核-核碰撞的末态多重数分布是参与碰撞核子数 N 的分布 $p(N)$ 和固定 N 时的多重数分布 $G^{(N)}(n)$ 的迭加

$$P(n) = \sum_N p(N)G^{(N)}(n). \quad (6)$$

由(3)式,

$$p(N) \sim b(N) \frac{db(N)}{dN} \quad (7)$$

对于 $^{16}\text{O-A}$ 过程的结果见图 1.

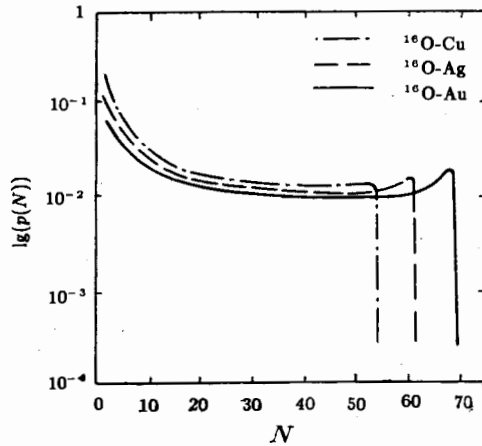


图 1 $^{16}\text{O-A}$ 过程中参与碰撞核子数的归一化分布

采用矩母函数的方法^[13],引入

$$F_p(\theta) = \sum_n \theta^n P(n) = \sum_N p(N) [F_g(\theta)]^N, \quad (8)$$

$$F_g(\theta) = \sum_{n'} \theta^{n'} g(n'), \quad -1 \leq \theta \leq 1.$$

将(8)式对 θ 微分,利用

$$\frac{\partial}{\partial \theta} F_p(\theta) \Big|_{\theta=1} = \bar{n}, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} F_g(\theta) \Big|_{\theta=1} = \bar{n}',$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} F_p(\theta) \Big|_{\theta=1} = \overline{n^2} - \bar{n}, \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} F_g(\theta) \Big|_{\theta=1} = \overline{n'^2} - \bar{n}', \quad (9)$$

⋮

⋮

平均多重数 \bar{n} 及归一化多重数矩 C_q 可表示为:

$$\bar{n} = \overline{Nn'} = \frac{1}{2} \overline{Nn''}, \quad (10)$$

$$C_2 = \frac{\overline{N^2}}{N^2} + \frac{d'_2}{N},$$

$$C_3 = \frac{\bar{N}^3}{\bar{N}^3} + \frac{3}{\bar{N}^3}(\bar{N}^2 - \bar{N})d'_2 + \frac{1}{\bar{N}^2}d'_3, \quad (11)$$

⋮

其中

$$d'_i = \frac{\bar{n}^i}{\bar{n}^i} - 1, \quad \bar{N}^i = \sum_N p(N)N^i. \quad (12)$$

(10)式可以直接用实验检验。在我们的全部讨论中都没有考虑带头粒子，因而由同位旋守恒有：

$$\frac{\bar{n}_-}{\bar{n}'_+} = \frac{\bar{n}}{\bar{n}''} = \frac{\bar{N}}{2}, \quad (13)$$

和实验结果的比较见图2。

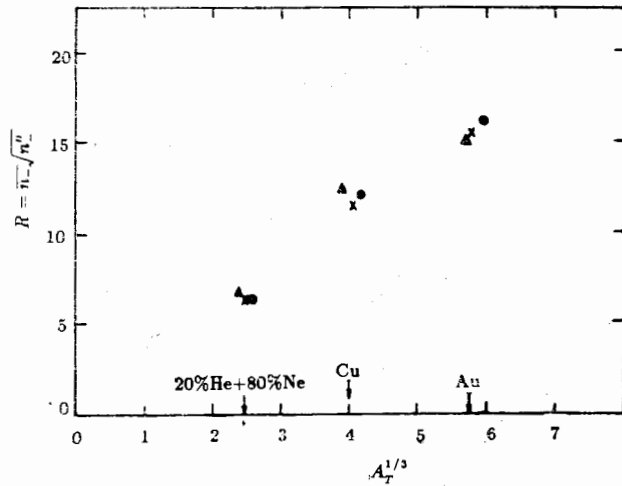


图2 $^{16}\text{O}-\text{A}$ 过程与核子-核子过程带负电多重数之比

×是由(13)式计算的结果,实验数据(▲, 60 AGeV, ● 200 AGeV)取自文献[1]

在(11)式中, C_q 的第一项完全是核几何的贡献。下面我们来证明,当碰撞核不太小,快度窗口不太窄时,这一项占支配地位:

$$C_q \equiv \frac{\bar{n}^q}{\bar{n}^q} \simeq \frac{\bar{N}^q}{\bar{N}^q}. \quad (14)$$

为此,首先改写(11)式为:

$$C_2 = \frac{\bar{N}^2}{\bar{N}^2} \left[1 + \frac{1}{\bar{N}} \left(\frac{\bar{N}^2}{\bar{N}^2} d'_2 \right) \right],$$

$$C_3 = \frac{\bar{N}^3}{\bar{N}^3} \left[1 + \frac{1}{\bar{N}} \left(\frac{3\bar{N}\bar{N}^2}{\bar{N}^3} d'_2 \right) + \frac{1}{\bar{N}^2} \left(\frac{\bar{N}^3}{\bar{N}^3} \right) (d'_3 - 3d'_2) \right], \quad (15)$$

⋮

上式方括号中是对 $1/\bar{N}$ 的展开式。除第一项外,各项的系数都包含因子 $d'_i (2 \leq i \leq q)$

和 $\prod_j \bar{N}^{q_i} / \bar{N}^q$ ($q_i \geq 1, \sum_j q_i = q$). 无论是采用 Woods-Saxon 分布或者在比较粗糙的计算中用均匀分布作为核内核子密度函数, 都有

$$\prod_j \bar{N}^{q_i} / \bar{N}^q < 1, \quad (q_i \geq 1, \sum_j q_i = q) \quad (16)$$

表 1 $^{16}\text{O-Cu}$ 过程的 $\prod_{j=1} \bar{N}^{q_j} / \bar{N}^q$ 的值, $q_j \geq 1, \sum_{j=1} q_j = q$

	$q=2$	$q=3$		$q=4$			
	\bar{N}^2/\bar{N}^2	$\bar{N}\bar{N}^2/\bar{N}^3$	\bar{N}^3/\bar{N}^3	$\bar{N}\bar{N}^3/\bar{N}^4$	$\bar{N}^2\bar{N}^2/\bar{N}^4$	$\bar{N}^2\bar{N}^2/\bar{N}^4$	\bar{N}^4/\bar{N}^4
W-S 分布	0.56	0.47	0.26	0.44	0.37	0.21	0.12
均匀分布	0.67	0.60	0.40	0.57	0.50	0.34	0.23

见表 1. 其原因是, 在 N 的一个相当大的范围内, $p(N)$ 对这两种分布都是很平滑的(参看图 1), 而如果取 $p(N) = \text{常数}$, 上式左边等于 $(q+1) / \prod_j (q_j+1) < 1$. 另一方面, d_i 完全由核子-核子碰撞决定:

$$d_2' = 2(C_2' - 1), \quad d_3' = 2(2C_3' - 3C_2' + 1), \quad \dots \quad (17)$$

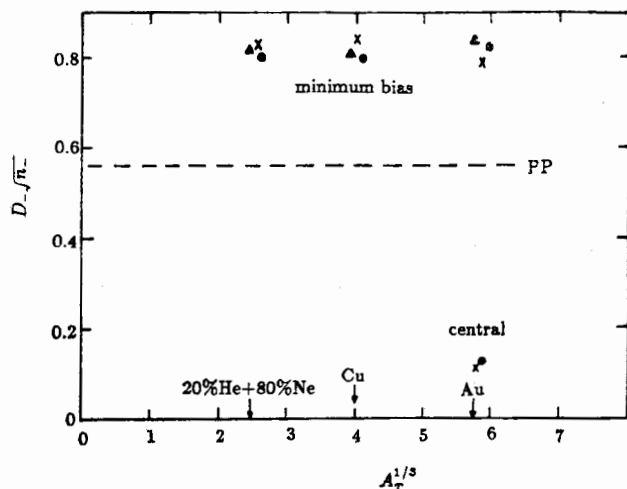
C_i' 是相应核子-核子过程的归一化多重数矩. 只要快度窗口不十分窄, d_i' 有 1 的量级. 因而当碰撞核不太轻, 或者不是极端的擦边碰撞情形时, $\bar{N} \gg 1$, (11)式(或(15)式)中的第一项占支配地位, 从而(14)式成立. 表 2 列出了按(14)式计算的一些结果.

表 2 $^{16}\text{O-A}$ 过程的归一化多重数矩

	C_2	C_3	C_4
Cu	1.78	3.80	8.68
Ag	1.67	3.23	6.58
Au	1.58	2.50	4.31

三、多重数矩的能量、靶核和快度窗口无关性

(i) (11)式说明在核-核碰撞中, 基元核子-核子碰撞对多重数矩的贡献被核几何压低. 无论作为输入核子-核子碰撞的多重数分布如何变化, 它对核-核过程 KNO 形式的多重数分布的影响近似地可以忽略, 使得多重数分布的归一化矩近似为参与碰撞核子数分布的归一化矩. 后者显然与入射能量无关, 这样就自然得到了核-核碰撞多重数归一化矩的能量标度无关性. 图 3 给出了我们对 D_-/n_- 的计算及实验结果, 清楚地显示出能量标度无关性.

图3 $^{16}\text{O-A}$ 过程的 D_{-}/\bar{n}_{-}

×是计算结果,实验数据(▲60 AGeV, ●200 AGeV)取自文献[1]

(ii) 在推导(11)式的过程中没有涉及到快度窗口的位置和宽度. 不同快度窗口对 C_q 的影响仅仅体现在 d'_i 上,而后者由核子-核子碰撞的归一化矩 C'_i 决定,如式(17). 当快度窗口不是很窄时 ($|\eta| > 1$), d'_i 有 1 的量级,因而对不同快度窗口(14)式都成立. 只有在快度窗口很小时, C'_i 随快度窗口的减小迅速增加^[14],才破坏了(14)式. 因此,只要快度窗口不很窄,核-核碰撞的归一化矩 C_q 就与快度窗口无关. 图 4 给出了按(11)式计算的结果和实验结果,它们验证了上述结论的正确性.

(iii) 我们所用的模型和核-核碰撞的其它流行模型一样,在动力学方面都是以核子-核子碰撞为输入,在此基础上加进核-核碰撞的几何学.

核-核碰撞的几何学体现在两个方面. 第一,只要碰撞参数 b 不是太大,参与碰撞核子数 N 就远大于 1. 因此,无论是对心过程还是无偏过程¹⁾都有 $\bar{N} \gg 1$. 在推导(14)式时正是利用了这一性质. 由此式得到的核-核碰撞的能量标度无关和快度窗口无关性都是由于参与碰撞的平均核子数远大于 1.

但是,由于实验条件的限制,固定碰撞参数 b 的碰撞过程很难挑选出来. 实际得到的实验数据总是对一定范围内的碰撞参数平均的结果. 因此,参与碰撞核子数 N 在其平均值 \bar{N} 周围有起伏. 参与碰撞核子数的起伏是核-核碰撞几何体现的第二个方面. 它直接影响到归一化矩 C_q 的数值大小.

考虑两种极端情况.

第一种情况是 $N = \bar{N}$, 起伏为零. 这相当于固定碰撞参数 b . 此时有

$$\frac{\overline{N^q}}{\bar{N}^q} = 1, \quad (p(N) = \delta_{N\bar{N}}) \quad (18)$$

在此情况下 C_q 的值由(11)式中包含 d'_i 的修正项决定. 这些修正项随 \bar{N} 的增大而减小.

1) 对心过程 (central events), 即 $b = 0$ 的过程; 无偏过程 (minimum bias events), 即考虑所有 $b \geq 0$ 的过程.

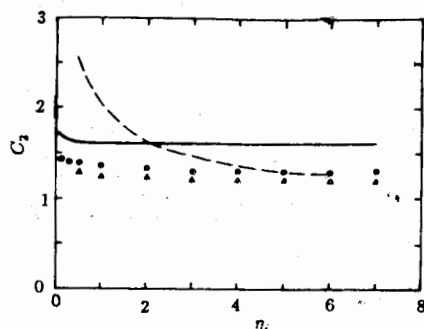


图 4 核子-核子碰撞质心系里 $^{16}\text{O}-E_m$ 过程在不同快度窗口 $|\eta| < \eta_i$ 的 C_2 。实线是由(11)式计算的结果, 实验数据 (\blacktriangle 60 AGeV, \bullet 200 AGeV) 和虚线 ($\sqrt{s} = 22\text{GeV}$ 的 PP 过程) 取自文献[3]

因而有

$$C_q'' = C_q(2) \geq C_q(N) \geq 1, \quad (19)$$

C_q'' 是核子-核子碰撞的矩, 它对应 $N = 2$ 。而对于核-核对称碰撞, $N \gg 1$, 归一化矩 $C_q(N) \simeq 1$, $D_-/\bar{n}_- \simeq 0$, 见图 3。

另一种极端情况是, 不同的参与碰撞核子数有相同的几率, $p(N) = \text{常数}$, 在平均值 \bar{N} 处没有突出的峰。此时有

$$\frac{\overline{N^q}}{\bar{N}^q} = \frac{2^q}{q+1}. \quad (p(N) = \text{Const.}) \quad (20)$$

实际上核-核碰撞无偏过程的参与碰撞核子数分布 $p(N)$ 有一个很宽的平台, 如图 1。作为粗略的近似, 可以将 $p(N)$ 看成常数, 因而有

$$C_q \simeq \frac{\overline{N^q}}{\bar{N}^q} = \frac{2^q}{q+1}, \quad (21)$$

与靶核质量无关。但是, 由图 1 可以看到, 在 N 小的区间里 $p(N)$ 随 N 的减小而上升, 其原因是当 b 很大, 接近擦边碰撞时, 对应的几何截面很大。 $p(N)$ 的这一上升一方面破坏了 C_q 的靶核质量无关性, 见表 2; 另一方面使 $\overline{N^q}/\bar{N}^q$ 大于(20)式的值:

$$C_q > \frac{2^q}{q+1}. \quad (\text{无偏过程}) \quad (22)$$

例如 $C_2 > 4/3$, $D_-/\bar{n}_- > 1/\sqrt{3}$, 见表 2, 图 3 和图 4。

以上的讨论表明, 参与碰撞核子数的起伏决定了归一化矩 C_q 的值。对于无偏过程, 由核几何决定的参与碰撞核子数的几率分布有一个很宽的平台, 使得归一化矩 C_q 与靶核质量近似无关。

四、结 论

本文考察了核几何对末态多重数归一化矩 C_q 的支配作用: 平均参与碰撞核子数 $\bar{N} \gg 1$ 决定了 C_q 的能量和快度窗口无关性; N 在 \bar{N} 周围的涨落决定了 C_q 的值对靶核质

量近似无关。我们的计算结果与实验符合，说明核几何确实能够很好的描述多重数分布这样的整体性质。

我们的基本假设是：固定碰撞参数 b 时，每个参与碰撞的核子作为独立的次级粒子源对末态作出贡献。实际上，不论是采取参与碰撞核子，或是基元核子-核子碰撞作为独立的次级粒子源，只要入射能量比较高，核内核子之间的相互作用可以忽略，次级粒子源的数目总是由核几何决定，第二、三节的讨论仍然成立。因此，由参与碰撞核子数的平均值与涨落决定归一化多重数矩性质的结论是普遍的。

感谢石亚非同志的有益讨论。

参 考 文 献

- [1] A. Bamberger *et al.* (NA35), *Phys. Lett.*, **B205**(1988), 583.
- [2] M. I. Adamovich *et al.* (EMU01), *Phys. Lett.*, **B223**(1989), 262.
- [3] R. C. Hwa, OITS 385(1988).
- [4] J. Schukraft, XIX International Symposium on Multiparticle Dynamics, edited by D. Schiff and J. Tran Thanh Van, (1988), 537.
- [5] 赵维勤, 刘波, 高能物理与核物理, **13**(1989), 285.
- [6] B. Andersson *et al.*, LUIP 8808(1988).
- [7] A. Capella, J. Tran Thanh Van, *Nucl. Phys.*, **A461**(1987), 501c.
- [8] B. Andersson, *Nucl. Phys.*, **A461**(1987), 513c.
- [9] Liu Lianshou, Meng Tachung and Peng Hongan, *Phys. Rev.*, **D37**(1988), 3327; Cai Xu, Chao Weiqin and Meng Tachung, *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 2009.
- [10] 例如见: W. M. Morse *et al.*, *Phys. Rev.*, **D15**(1977), 66; J. Whitmore, *Phys. Rep.*, **C10**(1974), 273.
- [11] G. Baym, *Nucl. Phys.*, **A461**(1987), 199c.
- [12] Bo Nilsson-Almqvist and E. Stenlund, *Computer Physics Communications*, **43**(1987), 387.
- [13] L. Van Hove, CERN-TH. 5069/1988.
- [14] 吴元芳, 刘连寿, HZPP 8905(1989).

INDEPENDENCE OF MULTIPLICITY MOMENTS ON ENERGY, TARGET MASS AND RAPIDITY WINDOW IN NUCLEUS-NUCLEUS COLLISIONS

ZHUANG PENGFEI LIU LIANSHOU

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan)

ABSTRACT

The independence or approximate independence of the multiplicity moments on energy, target mass and rapidity window in high energy nucleus-nucleus collisions are analyzed. It is pointed out that all of these properties are due to the nuclear geometry. It is proved under very general conditions that, when the target mass is not extremely light and the rapidity window not very narrow, the normalized moments of the multiplicity are approximately equal to that of the number of participating nucleons. The calculated results for both minimum bias and central events agree well with the experimental data.