

量子效应和单体摩擦*

李祝霞 施义晋 吴锡真 王仲奇 卓益忠

(中国原子能科学研究院,北京)

摘 要

本文在考虑 Pauli 原理的情况下,用 Monte-Carlo 方法较真实地模拟了一体耗散机制,研究了量子效应对耗散的影响,观察了在耗散过程中,随着体系集体振动振幅或频率的增加量子效应由明显到消失的过程,最后推导了包括部分量子效应的墙公式。

一、引 言

集体运动向单粒子运动的能量耗散在核过程中是广泛存在的,是非常重要的。到目前为止主要有三方面的实验数据,这就是核裂变、重离子碰撞和巨共振现象。关于这些实验现象的理论解释有多种途径,从建立在 TDHF 基础上的微观量子描述到宏观流体力学理论。严格说来,作为微观理论不需引入任何摩擦或粘滞性概念。但是这些微观计算^[1]一般来说在某种程度上显示了耗散性质,可以作为宏观方法的检验基础,而宏观方法从一开始就引入集体坐标,将一些没有表现出来的坐标或坐标之间的关联作为摩擦或粘滞性处理,按照这种模型有两种摩擦机制,即单体摩擦和两体摩擦。单体摩擦是由内部粒子与运动着的核壁的碰撞造成的。在低能情况下,由于核子的平均自由程与核尺度可以相比拟,因此能够近似从完全无规、完全混沌的费米气假设出发来研究单体摩擦。在此基础上 Swiatecki 给出了著名的墙公式^[2],这个公式在引入一个小于1的可调因子后在解释平均裂变动能方面获得了成功^[3]。但是用它计算的巨共振宽度却比实验测得的大得多^[4]。这反映了对包含着大量自由度运动的裂变情况,完全混沌假设似乎是合理的,而对较少自由度参加的巨共振运动则不够真实。Griffin 等人^[5]用量子 RPA 理论计算了量子一体耗散,由此得到的巨四极共振宽度比实验值低。将这个结果与墙公式的结果相比,似乎说明了完全量子理论给出单体摩擦的下限,而建立在完全混沌基础上的墙公式给出它的上限。真正的一体耗散处在两者之间,是更多显示量子行为还是经典行为这取决于体系的性质。为了研究量子效应对单体摩擦的影响,本文采用 Monte-Carlo 方法,在包括 Pauli 原理的情况下,较真实地模拟一体耗散机制,从而给出关于量子效应对耗散影响的知识。

本文第二节给出模型的思想 and 结果分析,第三节给出包括有部分量子效应的单体耗散的近似公式,最后给出几点结论。

本文 1988 年 12 月 23 日收到。

* 国家自然科学基金资助

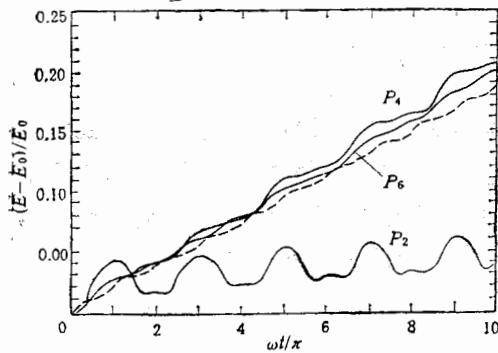


图1 粒子总能量随时间的变化
实线为本文模型计算结果,虚线为墙公式结果。其中 $\alpha_0 = 0.2$, $\omega_2 = 0.8 (\times 10^{22}/s)$, $v_F/R_0 = 4$

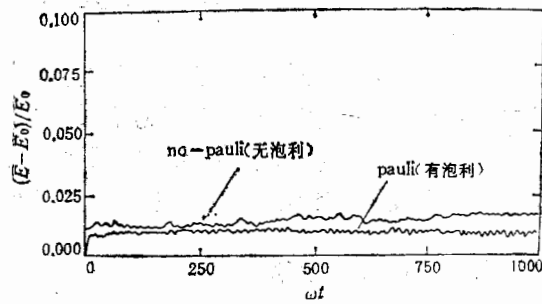


图2 小振幅振动时粒子能量随时间变化
总粒子数为 125, $\alpha_0 = 0.002$,
 $\omega_2 = 1.96 (\times 10^{22}/S)$
 $v_F = 9(\text{fm}/10^{-22}\text{S})$

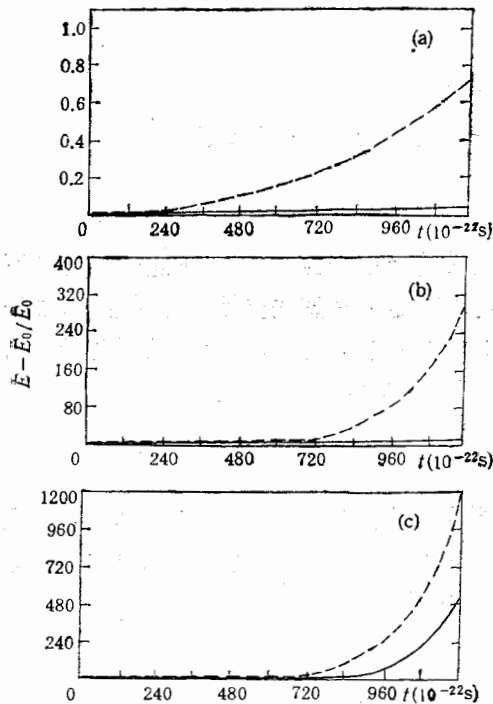


图3 在不同振动频率下粒子总能量随时间的变化
总粒子数 125, $\alpha_0 = 0.02$,
 $v_F = 9(\text{fm}/10^{-22}\text{S})$.
其中 a) $\omega_2 = 0.2$
b) $\omega_2 = 0.5$
c) $\omega_2 = 1.96 (\times 10^{22}/S)$

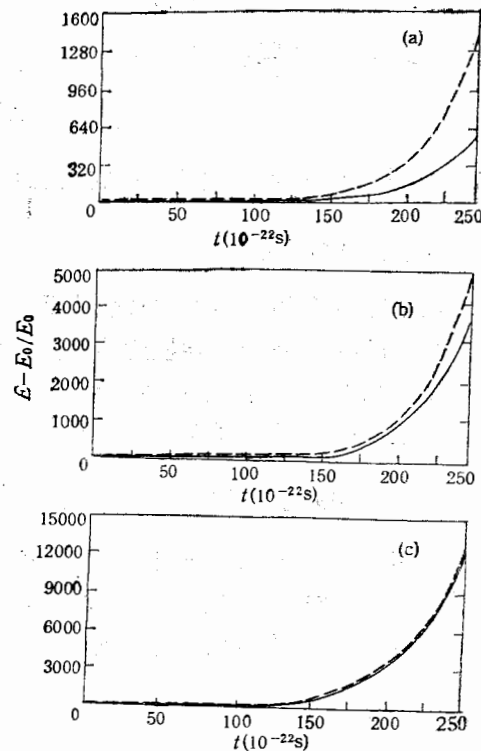


图4 大振幅振动时粒子能量随时间变化
总粒子数 125, $\alpha_0 = 0.2$
 $v_F = 9(\text{fm}/10^{22}\text{S})$.
其中 a) $\omega_2 = 0.5$
b) $\omega_2 = 1.96$
c) $\omega_2 = 2.2 (\times 10^{22}/S)$

(图中曲线由计算机划出,曲线平滑而得)

本文模型的计算结果与墙公式相同。这说明墙公式不仅对粒子运动作完全混沌的假设,而且要求核形状要充分复杂。由于除了 Pauli 原理以外,我们的基本假设与墙公式是一致的,所以在下面的计算中,为了简单起见我们都取 $n = 2$ 的情况,没有与墙公式的结果进行比较,而着重观察量子效应的影响。图 2 给出核壁作小振幅振动时粒子体系能量变化。由图可见,这时不论考虑 Pauli 原理还是不计 Pauli 原理,基本都无能量交换,没有耗散发生,运动是可积的,这就是通常熟悉的小振动情况。当我们增加核壁振幅或频率时,能量耗散发生了。在图 3 中我们画出 $\alpha_0 = 0.02$ 和 $\omega_2 = 0.2, 0.5, 1.96 (\times 10^{22} \text{ S}^{-1})$ 情况下粒子总能量的增加,其中实线表示有 Pauli 情况,虚线表示无 Pauli 情况。在 ω_2 较小时体系能量增加的不快。随着 ω_2 的增加,当没有 Pauli 原理限制时,体系能量随时间增加加快了,并且呈现随时间变化的指数关系

$$E_{i_n} \propto e^{\Gamma t},$$

其中 Γ 相应于振动模式的宽度。

在图 4a, 4b, 4c 中我们给出当振幅较大 ($\alpha_0 = 0.2$) 而频率 ω_2 分别为 0.2, 0.5, 1.96 ($\times 10^{22} \text{ S}^{-1}$) 时,在有 Pauli 和无 Pauli 两种情况下的粒子能量变化。图中实线和虚线分别表示有、无 Pauli 原理情况。比较具有相同振幅和不同频率的三个图(如果固定频率而增加振幅有相同情况),我们明显看到: Pauli 原理大大抑制了能量耗散,即减少了相应巨共振的宽度。这似乎说明了用墙公式计算的巨共振宽度太大,主要原因是没有计入量子效应。随着振动频率(或振幅)的增加,Pauli 原理的影响逐渐减弱。当振动频率 $\omega_2 = 0.5$ 时,有 Pauli 和没有 Pauli 的两条曲线逐渐接近;在 $\omega_2 = 1.96$ 时,两条曲线基本重合。这说明这时量子效应对散逸的影响已经完全消失。在核裂变中观察到墙公式能较好地描述过程的能量耗散,是因为这时量子效应对耗散的影响趋于消失的缘故。从在较小频率(或振幅)下耗散过程中量子效应重要到大频率(或振幅)下量子效应不重要的过程,反映了能量耗散与体系的性质有关。

三、包括有部分量子效应的墙公式

由上面的计算可知,Pauli 原理对能量从集体到单粒子自由度散逸的影响是与集体运动振幅(或频率)有关的。当集体运动振幅很小时,只有极少数 Fermi 动量以下的粒子受到激发而留下空穴。如果不考虑这些空穴的填充,则 Pauli 原理可以简单地认为只有碰撞后速度大于 Fermi 速度的那种碰撞才是被允许的。从这种简单考虑出发,我们可以推出包括有量子效应的墙公式。设有单位面元 $d\sigma$, 外法线方向为 \vec{a} , 以速度 $\vec{u} = u\vec{a}$ 运动,质量为 m 的粒子以速度 \vec{v} 与 \vec{a} 呈夹角 ϕ ($\phi \leq 90^\circ$) 向表面冲击。由于 u 可正可负,所以 \vec{v} 和 \vec{u} 之间的夹角 ψ 在 $u > 0$ 时 $\psi = \phi$, 在 $u < 0$ 时 $\psi = 180^\circ - \phi$ 。粒子在固定在表面上的坐标系中的速度

$$\vec{v}_c = |\vec{v}| \sin \phi \vec{t} + (|\vec{v}| \cos \phi - u)\vec{a},$$

假定在表面坐标中粒子与核壁的碰撞是弹性的,则碰撞后粒子在实验室坐标中的速度为

$$\vec{v}' = |\vec{v}| \sin \phi \vec{t} - (|\vec{v}| \cos \phi - u)\vec{a} + u\vec{a}$$

即:

$$\vec{v}'^2 = |\vec{v}|^2 + 4u^2 - 4|\vec{v}|u \cos \phi.$$

设粒子的速度分布为 Fermi 分布

$$f(\vec{v}) = \rho / \left(\frac{4\pi}{3} v_F^3 \right) \theta(v_F - |\vec{v}|),$$

其中 v_F 为 Fermi 速度, ρ 为粒子的数密度, θ 为阶梯函数. 粒子与表面的碰撞频率为

$$\nu(\vec{v}) = f(\vec{v})(v_n - u)\theta(v_n - u),$$

其中: $v_n = |\vec{v}| \cos \phi$.

每次碰撞粒子动量的改变为

$$\Delta P(\vec{v}) = 2m(v_n - u),$$

因此作用在单位表面上的压力

$$\begin{aligned} P &= \int \nu(\vec{v}) \Delta P(\vec{v}) d\vec{v} d\cos \phi \\ &= -\frac{3m\rho}{v_F^3} \int (|\vec{v}| \cos \phi - u)^2 \\ &\quad \cdot \theta(|\vec{v}| \cos \phi - u) \\ &\quad \cdot \theta(v_F - |\vec{v}|) |\vec{v}|^2 d|\vec{v}| d\cos \phi. \end{aligned}$$

在不考虑 Pauli 原理时, 对 $u > 0$

$$P_{u>0} = -\frac{3m\rho}{v_F^3} \int_u^{v_F} |\vec{v}|^2 d|\vec{v}| \int_1^{\frac{u}{|\vec{v}|}} d\cos \phi$$

$$\cdot (|\vec{v}|^2 \cos^2 \phi - 2|\vec{v}|u \cos \phi + u^2)$$

$$= \frac{3m\rho}{v_F^3} \left(\frac{1}{15} v_F^5 - \frac{1}{4} u v_F^4 + \frac{1}{3} v_F^3 u^2 - \frac{1}{6} v_F^2 u^3 + \frac{1}{60} u^5 \right),$$

忽略 u/v_F 的高次项有

$$P_{u>0} \simeq m\rho \left[\frac{1}{5} v_F^2 - \frac{3}{4} u v_F \right].$$

同理当 $u < 0$ 时, 我们有

$$P_{u<0} = -\frac{3m\rho}{v_F^3} \int_0^{v_F} |\vec{v}|^2 d|\vec{v}| \int_1^0 d\cos \phi (|\vec{v}| \cos \phi - u)^2$$

$$\simeq m\rho \left[\frac{1}{5} v_F^2 - \frac{3}{4} u v_F \right].$$

通过表面法向移动 δa 加给粒子的能量

$$\begin{aligned} \delta E &= -\oint P \delta a d\sigma \\ &= -\frac{1}{5} m\rho v_F^2 \oint \delta a d\sigma + \frac{3}{4} m\rho v_F \oint u \delta a d\sigma, \end{aligned}$$

由于认为核物质不可压缩(在低能下), 所以第一项为 0, 故有

$$\frac{dE}{dt} = \frac{3}{4} m\rho v_F \oint u^2 d\sigma,$$

这就是著名的墙公式.

在有 Pauli 原理存在时, 很显然若 \vec{u} 与 \vec{a} 同向, 即核壁向外扩张, 则粒子不会从核

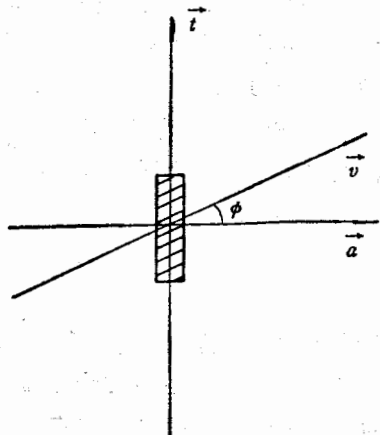


图5 推导包括部份量子效应
墙公式示意图

壁得到能量. 因此只有 $u < 0$ 时, 才有可能发生满足 Pauli 原理的有能量转移的粒子与核壁的碰撞. 这种碰撞对表面产生的压力

$$P_{u < 0}^{\text{Incl}} = -\frac{3m\rho}{v_F^3} \int_{v_0}^{v_F} |\vec{v}|^2 d|\vec{v}| \int_1^0 d\cos\phi (|\vec{v}|\cos\phi - u)^2,$$

为

v_0 应满足方程

$$v_F^2 = v_0^2 + 4u^2 - 4uv_0\cos\phi,$$

即: $v_0 \simeq v_F - 2|u|\cos\phi$ (忽略 u^2/v_F^2 项), 因此

$$P_{u < 0}^{\text{Incl}} \simeq -\frac{3}{2} m\rho uv_F.$$

在 $u < 0$ 时, 当粒子碰撞后的速度不超过 v_F 时, 有能量转移的碰撞不能发生, 只能作弹性碰撞, 即每次碰撞粒子动量的改变为 $-2m|\vec{v}|\cos\phi$, 这种碰撞也产生压力

$$\begin{aligned} P_{u < 0}^{\text{cl}} &= -\frac{3m\rho}{v_F^3} \int_0^{v_0} |\vec{v}|^2 d|\vec{v}| \int_1^0 d\cos\phi (|\vec{v}|\cos\phi - u) \cdot |\vec{v}|\cos\phi \\ &\simeq m\rho \left(\frac{1}{5} v_F^2 + \frac{9}{8} uv_F \right) \quad (\text{忽略 } u/v_F \text{ 高次项}), \end{aligned}$$

所以在有 Pauli 原理情况下, 当 $u < 0$ 时对核壁的总压力

$$P_{u < 0}^{\text{Pauli}} = P_{u < 0}^{\text{Incl}} + P_{u < 0}^{\text{cl}} = m\rho \left(\frac{1}{5} v_F^2 - \frac{3}{8} uv_F \right).$$

同理, 当 $u > 0$ 时我们有

$$\begin{aligned} P_{u > 0}^{\text{Pauli}} &= -\frac{3m\rho}{v_F^3} \int_u^{v_F} |\vec{v}|^2 d|\vec{v}| \int_1^{\frac{u}{|\vec{v}|}} (|\vec{v}|\cos\phi - u) \cdot |\vec{v}|\cos\phi d\cos\phi \\ &\simeq m\rho \left[\frac{1}{5} v_F^2 - \frac{3}{8} uv_F \right]. \end{aligned}$$

所以在有 Pauli 原理情况下, 通过表面法向移动加给粒子的能量

$$\frac{dF}{dt} = \frac{3}{8} m\rho v_F \oint u^2 d\sigma,$$

这是经典墙公式能量散逸的一半. 从推导过程可知, 这个公式只适用于小振幅低频率集体振动情况.

四、结 论

通过对单体耗散机制的 Monte-Carlo 模拟和包括部分量子效应的墙公式的推导, 得到以下结论:

1. Pauli 原理的引入大大抑制了小振幅低频率集体运动的单体能量散逸. 在一定程度上解释了用经典墙公式计算的巨共振宽度太大的原因, 说明量子效应对考虑单体耗散问题在某些情况下是重要的, 不可忽略的.

2. 通过比较在不同振幅(或频率)下, 有、无 Pauli 原理存在时, 集体运动单体能量散逸的大小, 我们初步看到, 随着集体振动振幅或频率的增加, 量子效应对单体耗散的影响

由明显到不明显,最后过渡到完全混沌的情况。

3. 通过推导的包括部分量子效应的墙公式,可以部分改进巨共振宽度的计算。

但是我们这个工作仅仅是一个开头,还非常初步。包括有更复杂核表面形变的 Monte-Carlo 模拟正在进行中。此外通过这种方法研究耗散机制中量子效应和混沌问题也是很有益的。

参 考 文 献

- [1] J. Negele, *Rev. Mod. Phys.*, 54(1982), 914.
- [2] W. J. Swiatecki, *Ann. of Phys.*, 113(1978), 330.
- [3] J. R. Nix and A. J. Sierk, *Phys. Rev.*, C21(1980), 982.
J. R. Nix and A. J. Sierk, *Nucl. Phys.*, A428(1984), 161c.
- [4] J. R. Nix and A. J. Sierk, *Phys. Rev.*, C25(1981), 1068.
- [5] J. J. Griffin and M. Dworzecka, *Nucl. Phys.*, A455(1986), 61.

QUANTUM EFFECT AND ONE-BODY DISSIPATION

LI ZHUXIA SHI YIJIN WU XIZHEN WANG ZHONGQI ZHUO YIZHONG

(*Institute of Atomic Energy, Beijing*)

ABSTRACT

The influence of quantum effects on the one-body dissipation has been studied in a Monte Carlo simulation method. The results show that the influence of quantum effects decreases and finally disappears as the frequency and amplitude of the collective oscillation increases. The wall formula with quantum effect taken into account to some extent is given analytically.