

对称核物质的汽液相变和 SGII 型有效势*

郑国桐

(杭州师范学院物理系)

苏汝铿

(复旦大学物理系, 上海)

摘要

本文用 SGII 型核子与核子相互作用有效势和实时格林函数方法, 计算对称核物质压强、汽液相变的临界温度等热力学量, 并与从其它的核子与核子相互作用有效势出发所得的结果作了比较。

一、引言

近几年来, 随着重离子核物理的重要进展^[1,2], 人们对核物质的汽液相变进行了广泛的研究。Jaqaman、Mekian 和 Zamick^[3] 从 Hartree-Fock 近似出发, 苏汝铿等人^[4]从实时格林函数方法出发, Heyer、Kuo、Shen 和 Wu^[5] 从有限温度 Hartree-Fock (FTDDHF) 方法出发, 都对这个问题作了理论计算。

上述理论工作的目的是要推导核物质的状态方程 (EOS)。其中, 核子与核子相互作用有效势起重要作用。例如, 文献[3,4]采用了 Skyrme 势, [5]采用了 Gogny 势。本文将采用 SGII 型势讨论这个问题。SGII 势(包括 SGII^[6,7] 和 RATP^[8,9]), 就其本质而言, 乃是一种广义的 Skyrme 型有效势。把 SGII 型势与标准的 Skyrme 势相比较, 在 Skyrme 势与动量有关项中增加了一双自旋交换算符, 因而能更好地描述核子与核子相互作用的交换力性质。事实上, [6,7]已表明, SGII 型力能给出令人满意的核物质的饱和性质以及巨共振等其它性质。但 SGII 型势在处理对称的核物质汽液相变中的作用如何? 由它所确定的核物质状态方程 (EOS)、压强和每核子内能等热力学量的特性, 仍然有待解决。本文的第一个目的就是要从作者之一发展的实时格林函数方法^[4]出发, 探讨这一问题。本文的第二个目的是要通过将 SGII 势与 Skyrme 势的比较, 研究 SGII 势中所增加的自旋交换项对对称核物质汽液相变的影响。

本文的安排如下: 第二节我们从实时格林函数方法与正常配对近似出发, 给出对称核物质核子的能谱公式, 第三节我们给出压强公式及汽液相变临界温度、临界密度所满足的方程。第四节给出数值结果与讨论。

二、对称核物质中元激发能谱和内能

SGII 型有效势是,

本文 1989 年 6 月 22 日收到。

* 国家自然科学基金及国家教委基金资助课题。

$$\begin{aligned}
 V(\mathbf{r}) = & t_0(1 + x_0 p_\sigma) \delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 p_\sigma)(k'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) k^2) \\
 & + t_2(1 + x_2 p_\sigma) \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k} + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 p_\sigma) \rho^\alpha \delta(\mathbf{r}) \\
 & + iW_0(\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

上式中 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, 是两核子的相对位置矢量, $\mathbf{k} = (\nabla_1 - \nabla_2)/2i$, $\mathbf{k}' = -(\nabla_1 - \nabla_2)/2i$, 是两核子的相对动量算符。与普通的 Skyrme 势相比, 它多了

$$\frac{1}{2} t_1 x_1 p_\sigma (k'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) k^2)$$

和 $t_2 x_2 p_\sigma \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}$ 两项。若令 $x_1 = x_2 = 0$, SGII 型势就转化为普通的 Skyrme 势。我们在表 1 中列出 SGII 和 RATP 两种有效势参数的具体数值。

按文献[4], 实时格林函数方法在正常配对近似下, 能给出对称核物质中的核子的能量公式及每核子的内能公式, 它们分别是:

表 1 SGII 型有效势 (SGII 参数取自[7], RATP 取自[9])

相互作用	t_0 [MeV · fm ³]	t_1 [MeV · fm ³]	t_2 [MeV · fm ³]	t_3 [MeV · fm ^{3(1+\alpha)}]	x_0	x_1	x_2	x_3	α
SGII	-2645	340	-41.9	15595	0.09	-0.0588	1.425	0.06044	$\frac{1}{6}$
RATP	-2160	513	121	11600	0.418	-0.36	-2.29	0.586	$\frac{1}{5}$

$$E_p = \epsilon_p - \mu + \sum_l \langle il | V(\mathbf{r}) | il, -li \rangle n_i \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{N} \left[\sum_i \epsilon_i n_i + \frac{1}{2} \langle il, -li | V(\mathbf{r}) | il \rangle n_i n_i \right] \quad (3)$$

其中 $i = (\mathbf{p}, \sigma, \tau)$, \mathbf{p} 、 σ 和 τ 分别是核子的三维动量、自旋和同位旋指标, $\epsilon_p = \epsilon_i = \hbar^2 p^2 / 2m$, 是无相互作用时核子的动能, m 是核子的质量。 μ 表示化学势, n_p 是费米分布函数:

$$n_p = \frac{1}{1 + e^{\beta E_p}}, \quad (4)$$

其中 $\beta = (k_B T)^{-1}$, N 是核子总数, $N = \sum_i n_i$.

首先计算(2)中的 SGII 型势的矩阵元。在无耦合表象中, 在核物质体积为无限大情形下,

$$\begin{aligned}
 & \langle il | V(\mathbf{r}) | il \rangle \\
 & = \left[t_0(1 + x_0 \delta_{\sigma\sigma'}) + \frac{1}{6} t_3 \rho^\alpha (1 + x_3 \delta_{\sigma\sigma'}) \right] \langle \mathbf{p} \mathbf{p}' | \delta(\mathbf{r}) | \mathbf{p} \mathbf{p}' \rangle \\
 & + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 \delta_{\sigma\sigma'}) \langle \mathbf{p} \mathbf{p}' | [k'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) k^2] | \mathbf{p} \mathbf{p}' \rangle
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + t_2(1+x_2\delta_{\sigma\sigma'})\langle \mathbf{p}\mathbf{p}'|\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}|\mathbf{p}\mathbf{p}'\rangle \\
 = & \frac{1}{V_0}\left[t_0(1+x_0\delta_{\sigma\sigma'})+\frac{1}{6}t_3\rho^\alpha(1+x_3\delta_{\sigma\sigma'})\right] \\
 & + \frac{1}{4V_0}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')^2[t_1(1+x_1\delta_{\sigma\sigma'})+t_2(1+x_2\delta_{\sigma\sigma'})]. \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \langle il|V(\mathbf{r})|li\rangle \\
 = & \frac{1}{V_0}\left[t_0(\delta_{\sigma\sigma'}\delta_{rr'}+x_0\delta_{rr'})+\frac{1}{6}t_3\rho^\alpha(\delta_{\sigma\sigma'}\delta_{rr'}+x_3\delta_{rr'})\right] \\
 & + \frac{1}{4V_0}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')^2[t_1(\delta_{\sigma\sigma'}\delta_{rr'}+x_1\delta_{rr'})-t_2(\delta_{\sigma\sigma'}\delta_{rr'}+x_2\delta_{rr'})]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

式中 V_0 表示核物质的体积。把(5)和(6)代入(2)，考虑到对称核物质中能谱 E_p 与费米分布函数 n_p 均与核子的自旋、同位旋无关，我们得到：

$$\begin{aligned}
 E_p = & \epsilon_p - \mu + \frac{1}{V_0}\left\{\left[4\left(t_0 + \frac{1}{6}t_3\rho^\alpha\right) + 2\left(t_0x_0 + \frac{1}{6}t_3x_3\rho^\alpha\right)\right]\right. \\
 & \cdot \sum_{p'}n_{p'} + [4(t_1+t_2) + 2(t_1x_1 + t_2x_2)]\sum_{p'}\frac{(\mathbf{p}-\mathbf{p}')^2}{4}n_{p'} \\
 & - \left[t_0 + \frac{1}{6}t_3\rho^\alpha + 2\left(t_0x_0 + \frac{1}{6}t_3x_3\rho^\alpha\right)\right]\sum_{p'}n_{p'} \\
 & \left.- [(t_1-t_2) + 2(t_1x_1 - t_2x_2)]\sum_{p'}\frac{(\mathbf{p}-\mathbf{p}')^2}{4}n_{p'}\right\}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

在(7)式中，含 SGII 参数 x_0 ， x_3 和 x_1 的项可自然抵消，但含 x_2 的项却不能自然消去。

用关系式 $\rho = 4 \sum_p n_p / V_0$ ，可得：

$$E_p = \frac{\hbar^2 p^2}{2m^*} - \mu + \epsilon_0, \quad (8)$$

其中

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{\rho}{8\hbar^2} [3t_1 + 5t_2 + 4t_2x_2], \quad (9)$$

$$\epsilon_0 = \frac{3}{4}\left(t_0 + \frac{1}{6}t_3x_3\rho^\alpha\right)\rho + \frac{1}{4}(3t_1 + 5t_2 + 4t_2x_2)\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3p p^2 n_p, \quad (10)$$

式中， m^* 为核子的有效质量， μ 包括重排化学势^[10]。

从这里我们看出：对于普通的 Skyrme 势，由于 $x_1 = x_2 = 0$ ，自旋交换力对于对称核物质的能谱 E_p 完全没有影响，而对于 SGII 型有效势，由于引进了参数 x_2 ，核力的与自旋交换力有关的性质将直接影响能谱性质并进而影响其它各种热力学量。正是因为这个原因，我们才需要在过去 Skyrme 势工作的基础^[4]上，进一步讨论 SGII 型力。

现在来求核物质中每核子的内能。将(1)式代入(3)式后得：

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{N}\left\{4\sum_p\frac{\hbar^2 p^2}{2m}n_p + \frac{3}{8}V_0\rho^2\left(t_0 + \frac{1}{6}t_3\rho^\alpha\right)\right. \\
 & \left.+\frac{1}{2V_0}(3t_1 + 5t_2 + 4t_2x_2)\sum_{pp'}(p^2 + p'^2)n_p n_{p'}\right\}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

又因

$$\sum_{pp'} (p^2 + p'^2) n_p' n_p = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{(2\pi)^3} \rho \int d^3 p p^2 n_p, \quad (12)$$

$$\sum_p \frac{\hbar^2 p^2}{2m} n_p = \frac{V_0}{(2\pi)^3} \int d^3 p \frac{\hbar^2 p^2}{2m} n_p, \quad (13)$$

容易得到:

$$U = C_0(\rho) + I(\rho, T). \quad (14)$$

其中

$$C_0(\rho) = \frac{3}{8} \rho \left(t_0 + \frac{1}{6} t_3 \rho^\alpha \right), \quad (15)$$

$$I(\rho, T) = \left[\frac{4}{\rho} + \frac{1}{4} (3t_1 + 5t_2 + 4t_2 x_2) \right] \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p p^2 n_p, \quad (16)$$

这里 $C_0(\rho)$ 是与温度无关的每核子内能, $I(\rho, T)$ 是内能中与温度有关的部分.

由式(8)和(14)可见, 对于对称核物质, 普通的 Skyrme 势参数 x_0, x_3 , SGII 势中的 x_1 , 虽然均不为零, 但对元激发谱和每核子内能均无贡献, 只有参数 x_2 将影响能谱性质和热力学量.

三、压强和状态方程

用文献[4]的方法, 可求得对 SGII 型势核物质的压强为:

$$p = p_0 + p_{th}, \quad (17)$$

$$p_0 = \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{1}{16} t_3 (\alpha + 1) \rho^{\alpha+2}, \quad (18)$$

$$p_{th} = \left[1 - \frac{3}{2} \frac{\rho}{m^*} \frac{dm^*}{d\rho} \right] \frac{4\hbar^2}{3m^*} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p p^2 n_p. \quad (19)$$

其中, p_0 是核物质的与温度无关的压强部分, 而 p_{th} 则是与温度相关的热压强. 在高温低密度近似下,

$$p_{th} = \left[1 - \frac{3}{2} \frac{\rho}{m^*} \frac{dm^*}{d\rho} \right] k_B T \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{B}_n \rho^n, \quad (20)$$

其中 \tilde{B}_n 满足

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{B}_n \rho^n = \frac{4}{\lambda^3} f_{5/2}(\tilde{z}) = \frac{4}{\lambda^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \tilde{z}^n}{n^{5/2}}. \quad (21)$$

(21)式中 \tilde{z} 表示核物质的易逸度, λ 是核子的热德布罗意波波长, 它们分别满足关系式:

$$\tilde{z} = e^{-(\epsilon_0 - \mu)/k_B T}, \quad (22)$$

$$\lambda = [2\pi\hbar^2\beta/m^*]^{1/2}. \quad (23)$$

在 $p-\rho$ 图的数值计算中, 文献[3,4]均用高温低密度展开式(20), 为简单起见, 他们只取展开式的前七项之和, 这就使计算产生了一定的误差. 为避免这一缺陷, 我们用(19)式并采用直接积分的方法. 由于这里遇到的是一个自洽的计算问题, 因此我们首先从关系

式

$$2) \quad \rho = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty dp p^2 n_p \quad (24)$$

3) 及(4)式出发, 引进无量纲变量 $x = \sqrt{\beta \hbar^2 / m^*} p$ 得:

$$1) \quad \rho = \left(\frac{2m^* k_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} \tilde{z} \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{-x^2}}{1 + \tilde{z} e^{-x^2}}. \quad (25)$$

在给定 $k_B T$ 与 ρ 的值时, 我们可从(25)通过二分法求根程序求出易逸度 \tilde{z} . 其次, 我们可以以同样的方式, 把(19)式也写成显含易逸度 \tilde{z} 的积分形式:

$$3) \quad p_{th} = \frac{A \hbar^2}{m^*} \tilde{z} \left(\frac{2m^* k_B T}{\hbar^2} \right)^{5/2} \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty dx \frac{x^4 e^{-x^2}}{1 + \tilde{z} e^{-x^2}}, \quad (26)$$

其中

$$4) \quad A = \frac{2}{3} + \frac{1}{8\hbar^2} (3t_1 + 5t_2 + 4t_2 x_2) m^* \rho. \quad (27)$$

将从(25)求得的 \tilde{z} 代入(26), 作数值积分, 就可算出 p_{th} , 从而算出压强 p .

对于 $k_B T = 0$ 的特殊情况, 可以证明

$$5) \quad p_{th} = \frac{3}{5} \frac{m}{m^*} A \rho \epsilon_F, \quad (28)$$

其中 $\epsilon_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$, 是核子的费米能量.

决定汽液相变临界温度 $k_B T_c$ 、临界压强 p_c 及临界密度 ρ_c 的条件是:

$$6) \quad \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} = \frac{\partial p}{\partial \rho} = 0. \quad (29)$$

鉴于 ρ_c 很小, $k_B T_c$ 较大, 因之可用高温低密度展式(20). 但是注意, 在计算 $\partial p / \partial \rho$ 和 $\partial^2 p / \partial \rho^2$ 时, 必须考虑 m^* 、 \tilde{B}_2 是与 ρ 有关的函数, 由(20)、(21)及(29)我们得出准确到 \tilde{B}_2 的确定 $k_B T_c$ 和 ρ_c 的方程组是

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} t_0 \rho + \frac{1}{16} (\alpha + 1)(\alpha + 2) t_3 \rho^{\alpha+1} \\ \quad + \frac{3}{2} k_B T A \left(1 + \tilde{B}_2 \rho + \frac{1}{2} \rho^2 \frac{d \tilde{B}_2}{d \rho} \right) \\ \quad + \frac{3}{2} k_B T \tilde{A} m^* \rho (1 - \tilde{A} m^* \rho) \left(1 + \frac{1}{2} \rho \tilde{B}_2 \right) = 0 \\ \frac{3}{4} t_0 + \frac{1}{16} (\alpha + 1)^2 (\alpha + 2) t_3 \rho^\alpha \\ \quad + \frac{3}{2} k_B T A \left(2 \rho \frac{d \tilde{B}_2}{d \rho} + \tilde{B}_2 + \frac{1}{2} \rho^2 \frac{d^2 \tilde{B}_2}{d \rho^2} \right) \\ \quad + \frac{3}{2} k_B T \tilde{A} m^* (1 - \tilde{A} m^* \rho) \left[2 + 2 \tilde{B}_2 \rho + \rho^2 \frac{d \tilde{B}_2}{d \rho} \right. \\ \quad \left. - \tilde{A} m^* \rho (2 + \tilde{B}_2 \rho) \right] = 0, \end{array} \right. \quad (30)$$

其中 $\tilde{B}_2 = \lambda^3 / 8\sqrt{2}$, $\tilde{A} = (3t_1 + 5t_2 + 4t_2 x_2) / 8\hbar^2$.

四、数值结果与讨论

如前所述,为了求得压强 p ,需先从自治条件(25)出发,求出核物质的易逸度 \tilde{z} 。在

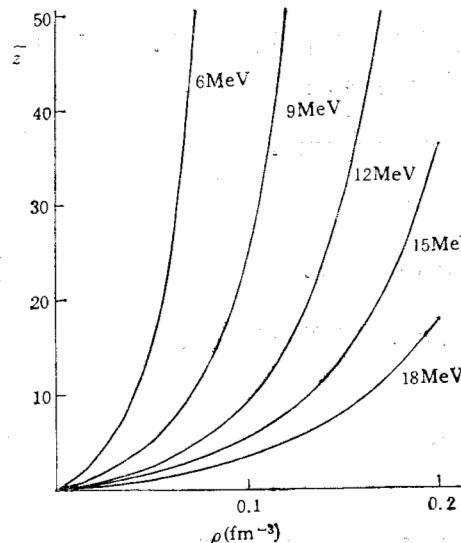


图 1 SGII 势核物质在不同温度下的易逸度-密度图

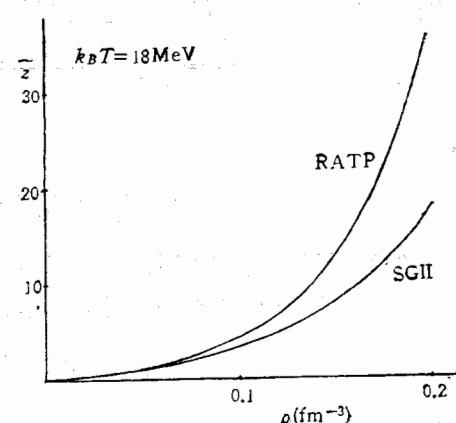


图 2 SGII 势与 RATP 势在温度 18 MeV 的易逸度-密度曲线的比较

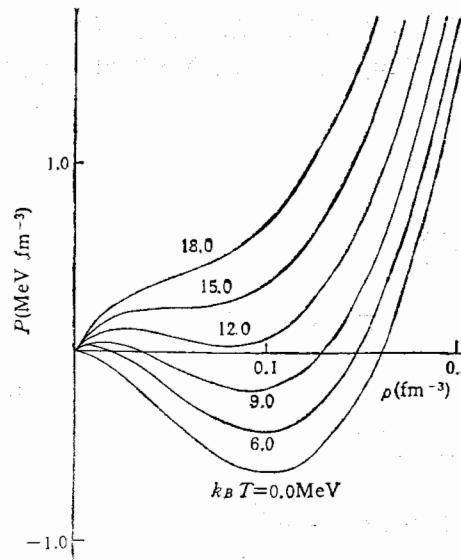


图 3 SGII 势核物质的压强-密度等温线

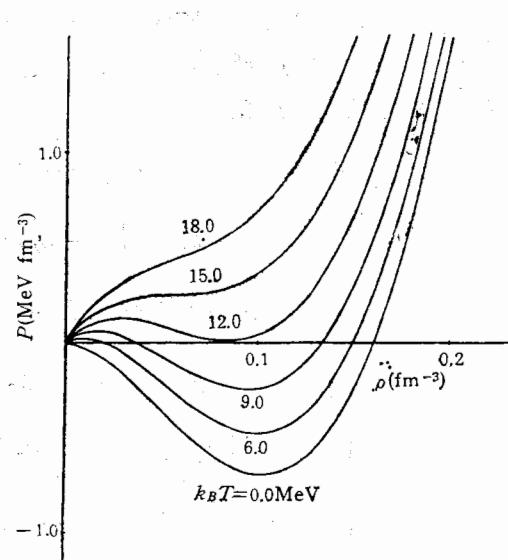


图 4 RATP 势核物质的压强-密度等温线

图 1 中,表示用 SGII 参数得到的 $\tilde{z} \sim \rho$ 曲线。图 1 表明, \tilde{z} 强烈依赖于温度 $k_B T$ 和密度 ρ ,对于低温高密度区域尤其如此。在图 2 中,我们比较了 SGII 参数与 RATP 参数

的 $\tilde{z} \sim \rho$ 曲线。曲线表明在同一温度下，随着密度 ρ 的增大，RATP 曲线上升得更快，这是由于用 RATP 参数获得的核子有效质量 m^* 比用 SGII 的小的缘故。

将易逸度 \tilde{z} 的数值结果代入(17)(18)和(26)，可得 $p \sim \rho$ 图。图3、图4分别给出了 SGII 与 RATP 参数的 $p \sim \rho$ 等温线。图3表明 SGII 的结果与[4]的 SKM* 结果相似。由于 SGII 与 SKM* 的参数 t_0 、 t_3 和 α 的值是相同的，因之这种相似性表明，在用核子与核子相互作用有效势计算对称核物质的热力学性质时，(1)式中第一、四项是主要的，这和讨论核素能谱时，这些项对确定核力饱和性质是主要的相当。同时，我们还看到，由于 SGII 势中的与动量有关项中出现了自旋交换力，使得 SGII 势的等温线比 SKM* 的向上提高了一点点，从而使 SGII 的临界温度 $k_B T_c$ 比 SKM* 大一点点（见表2）。这表明与动量有关项（包括自旋交换力）对核物质热力学性质的贡献不显著，这也和讨论核素能谱时这些项仅对确定核的表面性质重要这一特点一致。图4表明，具有 RATP 势的核物质的热力学性质与 Gogny-D1 势^[4]相似，虽然这两种势的参数与形式有着明显的不同。

表2给出对称核物质汽液相变的临界温度、临界密度、临界压强和在临界密度及饱和密度时核子的有效质量。我们看到 SGII、RATP 参数的结果介于 SKM* 与 SKIV 之间，并分别与 SKM*、Gogny-D1 的接近。表2的最后一列我们给出零温情况下核物质密度为饱和密度 ρ_0 （对于 SGII， $\rho_0 = 0.156 \text{ fm}^{-3}$ ；对于 RATP， $\rho_0 = 0.15 \rho \text{ fm}^{-3}$ ）时，核子有效质量 m^* 的比较。我们的这一结果与文献[6—9]给出的相应结果一致。

总结上述，我们得出结论，对于对称核物质，SGII 型有效势中与动量无关的部分，对确定它的热力学性质和临界点是主要的，与动量有关的部分（包括自旋交换力）的贡献则是次要的。我们给出了 SGII 型有效势的状态方程、元激发谱，每核子的内能和汽液相变的临界点。SGII 型势对 Skyrme 势的修正对汽液相变的临界点并不敏感。

表2 对称核物质临界温度、密度、压强的比较

相互作用	$k_B T_c$ [MeV]	ρ_c [fm ⁻³]	$\frac{p_c}{[\text{MeV} \cdot \text{fm}^{-3}]}$	$(m^*/m)_c$	$(m^*/m)_0$
SGII	14.62	0.055	0.216	0.913	0.788
RATP	15.12	0.065	0.262	0.831	0.668
SKIV	16.00	0.057	0.333	0.703	0.471
SKM*	14.60	0.052	0.210	0.920	0.789
Gogny-D1	15.1	0.05	0.23	0.91	0.62

最后一列是零温度时密度等于饱和密度 ρ_0 时的有效质量。Skyrme 与 Gogny-D1 的结果分别取自文献[4]和[5]。

参 考 文 献

- [1] Nuclear Phase Transitions and Heavy Ion Reactions, ed. by T. T. S. Kuo, D. Strottman and S. S. Wu (World Scientific, Singapore, 1987).
- [2] Conference of Quark Matter, 87, Z. Phys., C38(1988) No. 1—2.
- [3] H. Jaqaman, A. Z. Mekjian and L. Jamick, Phys. Rev., C27 (1983), 2782; ibid., C29(1984), 2067.
- [4] R. K. Su, S. D. Yang and T. T. S. Kuo, Phys. Rev., C35(1987), 1539;
R. K. Su and F. M. Lin, Phys. Rev., C39 (1989), 2438;
R. K. Su, S. D. Yang, G. L. Li and T. T. S. Kuo, Modern Phys. Lett., A1(1986), 71;

- R. K. Su, H. Q. Song and T. T. S. Kuo, *Phys. Rev.*, **C37**(1988), 1770.
 [5] J. Heyer, T. T. S. Kuo, J. P. Shen and S. S. Wu, *Phys. Lett.*, **B202** (1988), 465.
 [6] Nguyen Van Giai and H. Sagawa, *Phys. Lett.*, **B 106** (1981), 379.
 [7] H. Sagawa, B. A. Brown and O. Scholten, *Phys. Lett.*, **B159**(1985), 228.
 [8] M. Rayet, M. Arnould, F. Tondeur and G. Paulus, *Astron. Astrophys.*, **116**(1982), 183.
 [9] M. Brack et al., *Phys. Rep.*, **123**(1985), 277.
 [10] R. K. Su and F. M. Lin, *Jour. of Phys. G* (to appear);
 R. K. Su and T. T. S. Kuo, *Modern Phys. Lett.*, **A2**(1987), 71.

LIQUID-GAS PHASE TRANSITION OF SYMMETRIC NUCLEAR MATTER AND SGII-TYPE EFFECTIVE INTERACTIONS

ZHENG GUOTONG

(Department of Physics, Hangzhou Teacher's College)

SU RUKENG

(Department of Physics, Fudan University Shanghai)

ABSTRACT

Using the real time Green's function method and SGII-type interactions, we calculate the pressure, the critical temperature and other thermodynamical quantities. We compare our results with that given by other nucleon-nucleon effective interactions.