

# 关于核作用的碰撞几何

丁林堦

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

B. Andersson G. Gustafson

(瑞典 Lund 大学理论物理系, Lund, 瑞典)

E. Stenlund

(瑞典 Lund 大学宇宙物理和亚原子物理研究室, Lund, 瑞典)

## 摘 要

对 CERN SPS 和 BNL 重离子实验数据的分析表明, 它们对核碰撞几何有很强的依赖. 本文介绍一种用计算机随机产生核碰撞几何的方法, 在其中, 已知的原子核电荷分布、强子作用截面和双核子关联都得到了考虑.

## 一、引 言

许多高能强子-核碰撞和核-核碰撞模型都基于这样一个假定: 即重复发生弹丸核子和靶核子之间的独立碰撞. 任取一种强子-核子碰撞模型作为输入, 强子-核和核-核作用数据的一般单举特征(至少在碎裂区之外)皆可得到解释. 为了研究在独立碰撞之外可能存在的集体效应, 人们通常注意实验给出的各种分布的尾部. 这个尾部对碰撞几何的准确性质甚为敏感. 在本文中, 我们准备较仔细地研究这些特征, 着重点放在要同时考虑已知的截面数据以及由核结构研究得知的双粒子关联.

要建立一个可靠的核碰撞几何, 不言而喻, 核物质的分布是最基本的. 我们特别感兴趣的是原子核的核子密度分布, 即各核子中心的分布. 显然, 核物质分布和核电荷分布都应比核子密度分布稍宽.

已经知道<sup>[1]</sup>, 如果把测得的核电荷分布<sup>[2]</sup>当作核子密度分布来建立核碰撞几何, 则将导致过大的质子-核截面. 这表明所用的核子密度分布太宽. 在引文 [1] 中, 作者们调小了核半径, 用调整后的核子密度分布来建立核碰撞几何, 当着核子-核子截面用黑盘 (black disk) 重迭函数描写时, 能够重现实验的核子-核截面. 但是, 这一方法稍微高估了核的电荷分布和核子密度分布之间的差别. 我们的检验计算表明, 若用引文 [1] 的核子密度迭加核子的电形状因子, 会给出比实验值要密的核电荷分布.

另一个问题是: 不适当地使用非相干的 Glauber 碰撞几率<sup>[3]</sup>, 将引起  $\nu$  (即在强子-

核作用中, 强子-核子重复碰撞的次数)的分布中出现一个大的尾部. 如果引入一个硬心势, 即在一个核的任意两个核子之间引进一个最小距离  $R_{\min}$ , 这个尾部就会降低.

本工作将使用与引文[1]类似的方法, 即按照一种指定的核子密度分布, 以及一个给定的  $R_{\min}$  值, 用计算机来随机地产生原子核. 然后证明, 使用更接近实际的、较宽的和较不透明的强子-核子重迭函数(由它们可以产生强子-核子碰撞的弹性截面和总截面), 可以同时得到强子-核截面和核电荷分布.

在本文中主要叙述质子-核碰撞. 已经作出了一个普遍适用的 Monte Carlo 程序<sup>[4]</sup>, 可同时用于  $\pi^\pm$ -核和核-核碰撞. 所列举的参量都是针对质子-核作用取定的. 用同样的方法, 也能够百分之几的范围内解释  $\pi^\pm$ -核作用.

## 二、方 法

一般采用下式表示质子-核作用中质子-核子的平均碰撞次数

$$\langle \nu \rangle = A \sigma_{pN}^{in} / \sigma_{pA}^{in}, \quad (1)$$

其中  $A$  是靶核的质量数,  $\sigma_{pN}^{in}$  和  $\sigma_{pA}^{in}$  相应地是质子-核子和质子-核作用的非弹性截面. 本文中所使用的截面数值在每核子实验室动量为  $50 \text{ GeV}/c$  到  $200 \text{ GeV}/c$  的范围内有效.

对于比氧重的核, 采用 Woods-Saxon 的核电荷分布

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{d}\right)}, \quad (2)$$

其中  $r$  是由核的一个电荷到这个核的电荷中心的距离,  $R_0$  是核的电荷半径,  $d$  是核的表面弥散度.  $R_0$  和  $d$  取自引文[2]

$$\begin{aligned} R_0 &= 1.16 A^{1/3} - 1.35 A^{-1/3}, \\ d &= 0.55, \end{aligned} \quad (3)$$

单位都是 fm. (2) 式中的归一化常数  $\rho_0$ , 视所讨论的问题, 分别由核的电荷数  $Z$  或质量数  $A$  决定(假定中子和质子在核内有类似的分布).

用计算机产生一个核时, 我们采用 Woods-Saxon 形式的核子密度分布. 为了得到比核电荷分布密一些的核子密度分布, 可以像引文[1]那样减小核的电荷半径 ( $R_0 \rightarrow R_0 - \Delta$ ), 也可以减小核的表面弥散度 ( $d \rightarrow d - \delta$ ). 但是, 在归一化之后, 减小  $R_0$  会引起核的中心密度的较大改变(见图 1(a)). 因此, 我们倾向于减小核的弥散参量  $d$  (见图 1(b)). 对于这个核子分布, 还要求任意两个核子间的距离不超过一个最小距离(即“硬心”)  $R_{\min}$ .  $R_{\min}$  分别取 0.4 和 0.8 fm.

然后, 借助于已知的核子电形状因子, 重新建立核的电荷分布. 采用了下述在电子-质子散射的一个大的动量传递 ( $q^2$ ) 范围都有效的形状因子<sup>[5]</sup>

$$G(q^2) = (1 + q^2/M^2)^{-2}, \quad (4)$$

其中参量  $M = 0.84 \text{ GeV}$ . (4) 式对应于根均方半径为 0.81 fm 的指数型的空间电荷分布.

为了研究强子-核的相互作用, 让人射强子由不同的角度, 以不同的瞄准参量, 轰击一个由计算机随机产生的靶核. 假设弹丸沿着直线穿过核. 在单次强子-核子碰撞中, 忽略弹丸的反冲效应. 把强子-核子遭遇的次数记录下来. 每一次强子-核子碰撞的几率, 由一个重迭函数  $f(b)$  决定, 其中  $b$  是弹丸强子对靶核子的瞄准参量. 使用了三种形式的  $f$ , 以研究它们对所考虑的问题的灵敏度. 在质子-核子碰撞情况下, 所有的  $f$  都满足以下条件

$$\sigma_{pN}^{\text{tot}} = 2 \int f(b) d^2b \equiv 38 \text{mb}, \quad (5)$$

$$\sigma_{pN}^{\text{el}} = \int f^2(b) d^2b \equiv 7 \text{mb}.$$

其中  $\sigma_{pN}^{\text{tot}}$  和  $\sigma_{pN}^{\text{el}}$  分别是质子-核子作用的总截面和弹性截面.

上述三种形式是:

a) 灰盘模型

$$f(b) = \begin{cases} \alpha & b \leq r_0, \\ 0 & b > r_0. \end{cases} \quad (6)$$

b) 高斯分布

$$f(b) = a \cdot \exp(-b^2/r_i^2). \quad (7)$$

c) 程函 (eikonal) 分布<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned} f(b) &= 1 - \exp(-Q(b)), \\ Q(b) &= Q_0 \exp(-\beta b^2/b_0^2). \end{aligned} \quad (8)$$

所用的参量列于表 1.

表 1 三个重迭函数所用的参量

灰 盘		高 斯		程 函		
$\alpha$	$r_0(\text{fm})$	$a$	$r_i^2(\text{fm}^2)$	$Q_0$	$\beta$	$b_0^{*2}(\text{fm})$
0.368	1.28	0.737	0.821	1.4	1.62	0.993

\* 只有  $Q_0$  和  $\beta/b_0^2$  由(5)决定.  $b_0$  是由  $\pi b_0^2 = \sigma_{pN}^{\text{tot}}$  决定的.

对于碳和氧一类比较轻的核, 通常不用(2)式, 而用一种近似的高斯分布来描写电荷分布:

$$\begin{aligned} \rho(r) &= \left[ 1 + \alpha \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \cdot \exp \left[ - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right], \\ a &= 1.75, \\ \alpha &= 1.90 A^{1/3} - 3.29. \end{aligned} \quad (9)$$

同样地, 这时若把电荷分布用作核子密度分布, 也会得到过小的计算值  $\langle \nu \rangle$ . 适当减小参量  $\alpha$ , 并采用上述类似的作法, 可以解决这个问题.

已知某些用作靶的重元素有强的形变, 因此用(2)式给出的电荷分布只是不同角度的平均. 为了描述这一类变形核, 得把参量  $R_0$  取为依赖于角度  $\theta$  的  $R(\theta)$ :

$$R(\theta) = R_0 [1 + \alpha + \beta_2 Y_2^0(\theta) + \beta_4 Y_4^0(\theta)], \quad (10)$$

其中  $Y_2^0, Y_4^0$  是普通球谐函数. 参量  $\alpha$  由以下要求决定: 形变核和非形变核有相同的体积, 即在忽略  $\beta_2$  和  $\beta_4$  的三次以上的项时,

$$\alpha = -(\beta_2^2 + \beta_4^2)/4\pi. \quad (11)$$

对  $^{238}\text{U}$ , 多极系数  $\beta_2$  和  $\beta_4$  取

$$\beta_2 = 0.22, \beta_4 = 0.09. \quad (12)$$

### 三、结 果

首先, 若核子密度取作纯的电荷密度  $\rho$ , 即当  $\Delta = \delta = 0$  时, 在表 2 中列出了质子和铝、铜、银核碰撞的  $\langle \nu \rangle$  的计算结果. 可以看到, 所有的计算值都小于实验值; 不同的重迭函数导致的差别很小; 不同的  $R_{\min}$  值导致的差别也不重要. 在本文的后边, 只报导  $f(b)$  取程函函数的结果.

表 2 在质子-核作用中, 取核的电荷分布为核子密度分布, 用 Monte Carlo 方法算得的质子-核子碰撞平均数  $\langle \nu \rangle$

靶 核		Al	Cu	Ag	
$\langle \nu \rangle$	实验值	2.01	2.56	3.01	
	$R_{\min} = 0.4$	a)	1.93	2.50	2.95
		b)	1.92	2.49	2.92
		c)	1.94	2.51	2.94
	$R_{\min} = 0.8$	a)	1.92	2.47	2.93
		b)	1.91	2.46	2.92
		c)	1.92	2.47	2.94

注: 质子-核子碰撞的三种重迭函数: a) 灰盘, b) 高斯, c) 程函.  $\langle \nu \rangle$  的实验值由(1)式算得, 其中截面值取自引文[7].

为了得到实验值  $\langle \nu \rangle$ , 所需要的核表面弥散度的减量  $\delta$  列于表 3.

用表 3 的  $\delta$  值改变核电荷分布的表面弥散度, 作为核子密度分布. 再从随机产生的核迭加核子的电形式因子, 得到核的电荷分布. 在图 2、3、4 中给出铝、铜和银的结果. 可以看出, 迭加得到的核电荷分布和实验曲线符合得很好.

表 3 核表面弥散度的减量  $\delta$

核	Al	S	Cu	Ag	Pb
$\delta(\text{fm})$	0.072	0.060	0.060	0.055	0.005

图 5 是轻核(氧)的一个例子. 修改电荷分布(9)式的参量  $\alpha$ , 取  $\Delta\alpha = 0.4$ , 可得到实验的  $\langle \nu \rangle$  值. 同样地, 圆点与虚线相符.

如在引言中指出的, 碰撞数  $\nu$  的分布很重要. 图 6 列出了用三种方法作出的质子与铝、铜和银核碰撞的  $\nu$  的分布. 叉点对应于一种很简单的 Glauber 计算.

$$P_{\text{Glauber}}(\nu) = \int d^2b N(b)^\nu \cdot \exp(-N(b))/\nu!,$$

$$N(b) = \int \rho(r) dZ \cdot \sigma_{pN}^{\text{in}}, \quad (13)$$

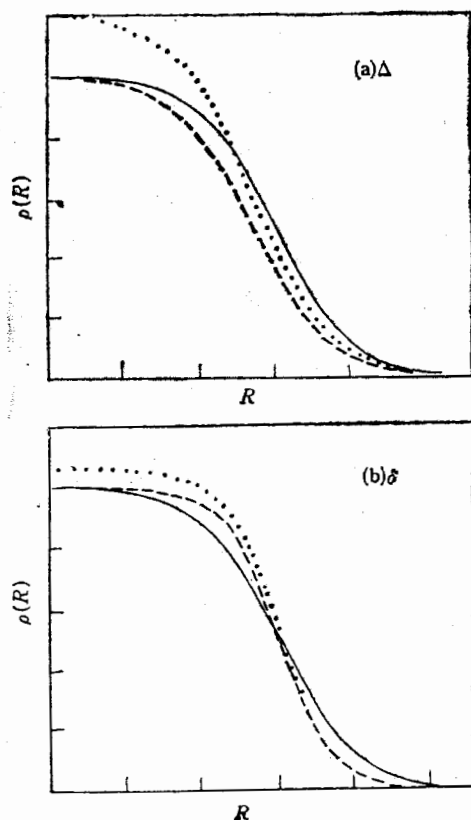


图 1 为了给出核子密度分布而修改核电荷分布的示意图

a) 修改核半径, b) 修改核的表面弥散度. 实线: 核电荷分布, 虚线: 修改后的分布, 点线: 归一化后的分布

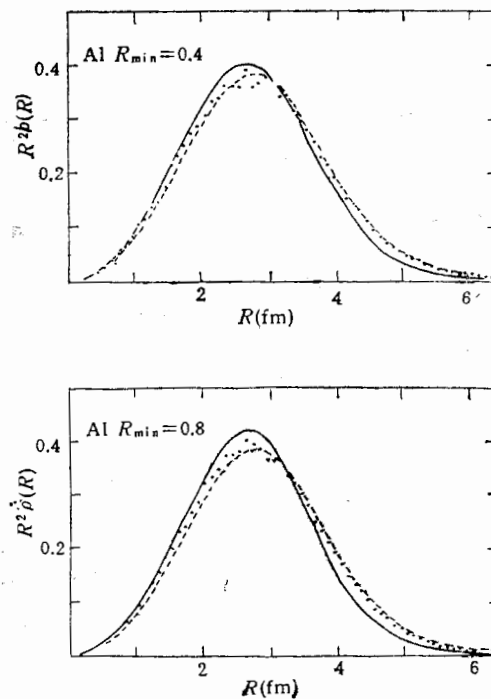


图 2 用质子电荷分布迭加核子密度分布后的结果

对铝核,  $R_{\text{min}} = 0.4$  和  $0.8 \text{ fm}$ .  
虚线: 核电荷分布, 实线: 核子密度分布, 圆点: 迭加结果

其中  $r = \sqrt{Z^2 + b^2}$ ,  $b$  是入射质子中心对于核中心的瞄准参量,  $r$  是质子中心与核中心的距离,  $\rho(r)$  是(2)式给出的核密度分布. 显然, Glauber 方法(其中不包含双核子关联)给出最宽的分布, 而引文[1]的方法在尾部给出比较窄的分布.

为了显示重核(例如铀)形变的效应, 图 7 给出对立体角平均后的核子密度分布. 形变对碰撞次数分布  $P(\nu)$  的影响见图 8. 对  $\nu$  的分布, 形变和非形变差别不大, 但都比引文[1]的结果宽.

为了表示核形变的效应, 图 9 给出在氧-铀碰撞中靶核受伤核子数  $N_{\text{wt}}$  的分布. 显然, 当着所有氧核子沿着靶核最大形变的方向入射时, 质子-铀碰撞中  $\nu$  增加的效应被迭加了. 另一方面, 在弹丸核受伤核子数  $N_{\text{wp}}$  的分布中(见图 10), 却显不出什么差别来.

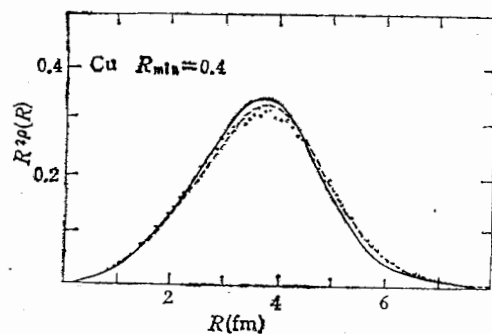


图3 与图2同,但是对铜核

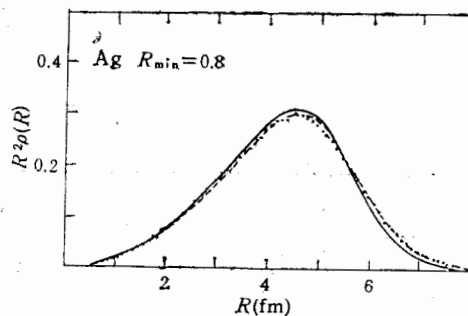


图4 与图2同,但是对银核

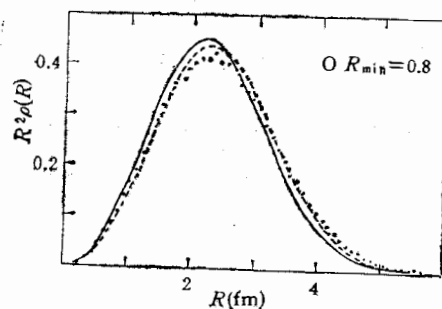
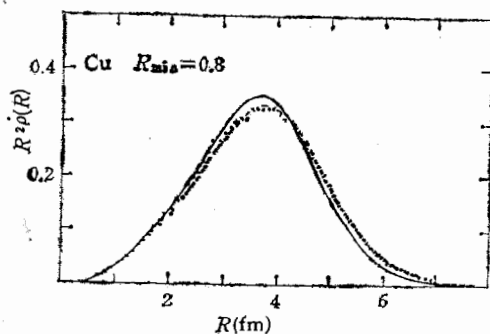
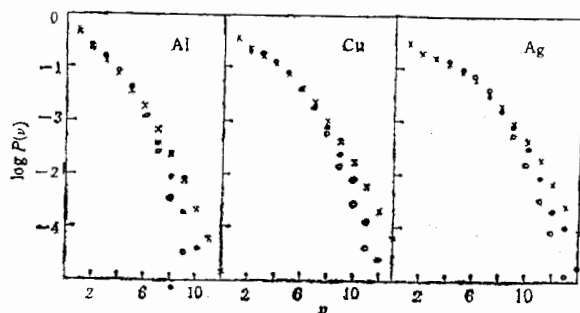


图5 与图2同,但是对氧核

图6 质子与铝、铜和银核碰撞的  $\nu$  分布

叉点: Glauber 方法, 圆圈: 引文[1]的方法, 圆点: 本工作

在这两个图中, 作为比较也画出了氧-铜碰撞的情况。

#### 四、结 论

为了描写强子-核和核-核碰撞的几何, 我们提出了一个用计算机随机产生核的方法, 能同时得到实验的强子-核截面和核电荷分布。与引文[1]的主要差别在于, 对核子-核子碰撞不采用黑盘重迭函数, 而是用一种更实际的、较宽的和较不透明的分布。

在强子-核碰撞中, 用本方法得到的次碰撞数  $\nu$  的分布在大  $\nu$  值的尾部比引文[1]的宽, 但窄于按 Glauber 方法的计算结果。

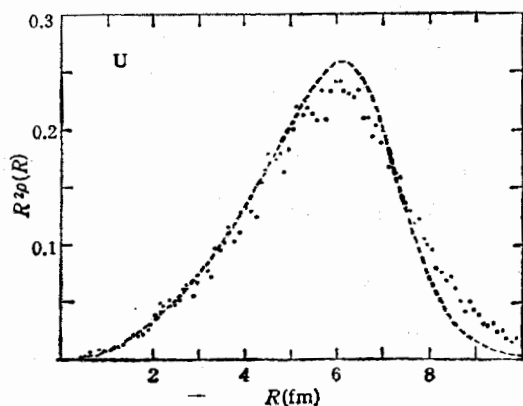


图 7 对立体角平均后铀核的核子密度。  
虚线：球形核，圆点：考虑形变以后

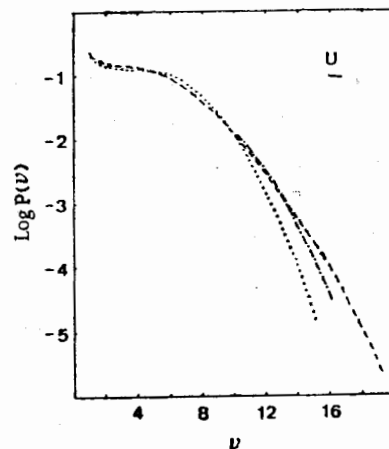


图 8 质子与铀核碰撞的  $\nu$  分布。  
点划线：非形变核，虚线：形变核，点线：引文[1]的结果

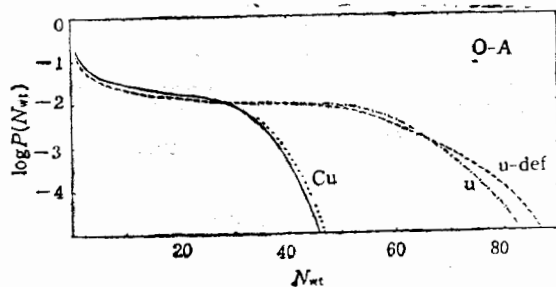


图 9 氧和铀以及铜核碰撞，靶核受伤核子数  $N_{wt}$  的分布  
铀核情况：虚线：形变核，点划线：非形变核。铜核情况：点线：引文[1]，实线：本工作

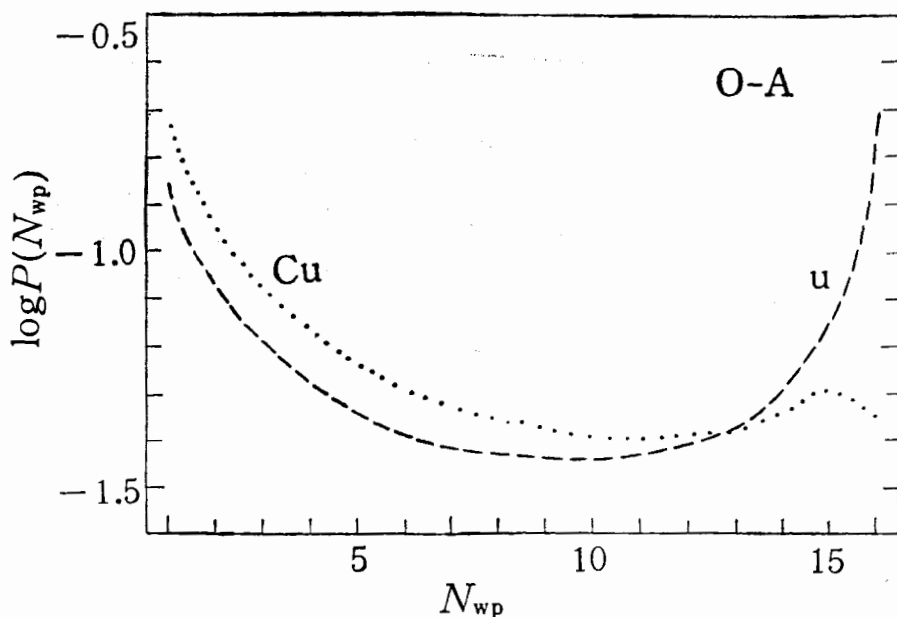


图 10 氧和铀以及铜核碰撞，弹丸核受伤核子数  $N_{wp}$  的分布

重核常常有偏离球形的明显形变,这显然要影响碰撞几何。当着靶核是形变核时, $\nu$ 的分布出现一个大的尾部。这一效应对核-核碰撞比对质子-核碰撞更显著。

完成了一个处理质子-核、 $\pi$ -核和核-核作用的碰撞几何的 Monte Carlo 模拟程序,可以提供用户使用。

本工作是在 Lund 大学理论物理系完成的。作者之一(丁林埏)感谢瑞典自然科学研究委员会的支持。还要感谢 T. Sjöstrand 和徐洪起在计算上的帮助。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] G. Nilsson, E. Stenlund, Lund University Report LUIP 8001/LU TP 80—9 (1980).
- [ 2 ] S. Sorensen (private communication) according to atomic data and nuclear data tables, 36 (1987) 495—536.
- [ 3 ] R. J. Glauber, G. Mattiae, *Nucl. Phys.*, **B21**(1970), 135.
- [ 4 ] L. K. Ding and E. Stenlund. Lund University Report LU TP 89—6 (1989).
- [ 5 ] W. Panofsky (data of E. Bloom et al.), Int. Conf. High Energy Physics, Vienna, 1968.
- [ 6 ] A. M. Chao, C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **D8**(1979), 2063.
- [ 7 ] A. S. Carroll et al., *Phys. Lett.*, **80B**(1979), 319.

## ON THE COLLISION GEOMETRY IN NUCLEAR INTERACTIONS

DING LINKAI

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing*)

B. ANDERSSON G. GUSTAFSON

(*Department of Theoretical Physics, Lund University, Lund, Sweden*)

E. STENLUND

(*Division of Cosmic and Subatomic Physics, Lund University, Lund, Sweden*)

### ABSTRACT

The analysis of the data from the heavy ion experiments at SPS of CERN and BNL indicates a strong dependence on the nuclear collision geometry. In this note we develop a stochastic method to generate such a geometry by using computer with the property that the known nuclear charge distributions, the hadronic interaction cross sections and the two nucleon correlations are all accounted for in a stable framework.