

静态形变及动力学形变对 GR 的影响

李国强*
(杭州大学)

摘 要

在半经典近似框架下,利用 Scaling 变换,讨论了静态形变及动力学形变对同位旋标量巨四极共振 (GQR) 及同位旋矢量巨偶极共振 (GDR) 的影响. 静态形变导致双峰分裂, 计算结果和实验事实相一致, 动力学形变则解决了不同 K (K 为角动量投影) 间的所有简并.

一、引 言

自七十年代以来,关于巨共振现象的理论及实验的研究一直是核物理的一个十分重要的领域. 实验上,对核基态(包括形变核基态)上的巨共振已作了详尽的研究^[1],而且随着重离子核物理实验手段的不断改进,直接观察和研究建立于高速旋转核(热核)上的巨共振也成了现实^[2]. 从理论角度看, RPA 不失为研究巨共振的有力工具. 事实上,对于球形核基态上的巨共振,几乎所有的微观计算都是在 RPA 框架下进行的^[3]. 但当用 RPA 讨论形变核或高自旋核上的巨共振时,由于涉及诸如时间反演对称性的恢复这样的问题,数值计算变得非常复杂.

另一方面,近几年来,半经典近似重新又被人们所重视. 用此方法讨论重离子反应过程动力学行为已取得了很大成功^[4]. 这种方法的物理图象清晰,数值计算简单,且能给出可以和详尽的微观计算相比拟的结果. 本文就是要在这一框架下探讨形变核基态上 GQR 和 GDR 的能量分裂及动力学形变对 GQR 的影响.

本文安排如下: 第二节简介理论方法;第三节讨论静态形变对 GR 的影响;第四节讨论动力学形变对 GR 的影响;最后一节为小结.

二、理论方法简述

在平均场理论适用的情况下,核多体系统的动力学演化由下列 TDHF 方程决定:

$$i\hbar \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = [\hat{h}(t), \rho(t)], \quad (2.1)$$

* 现在南京大学物理系
本文 1987 年 6 月 25 日收到.

$\hat{\rho}(t)$ 为非定域的单粒子密度算符:

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{\eta}^{occ} |\varphi_{\eta}(t)\rangle \langle \varphi_{\eta}(t)|,$$

$\hat{h}(t)$ 是自洽的单粒子 Hamiltonian, 包括动能和非定域的 Hartree-Fock 势:

$$\hat{h}(t) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + v(t).$$

引入质心坐标 \mathbf{r} 及相对坐标 \mathbf{s} :

$$\mathbf{r} = \frac{1}{2} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2), \quad \mathbf{s} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2).$$

并定义任意算符 \hat{A} 的 Wigner 变换:

$$A_W = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{s} e^{-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot \mathbf{s}} \left\langle \mathbf{r} + \frac{1}{2} \mathbf{s} \left| \hat{A} \left| \mathbf{r} - \frac{1}{2} \mathbf{s} \right. \right. \right\rangle, \quad (2.2)$$

将此变换用于 (2.1) 式并记 $\hat{\rho}(t)$ 的 Wigner 变换为 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, 则有^[5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) &= \{h(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)\} \\ &\quad - \frac{\hbar^3}{24} \Lambda_{12}^3 h(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \dots \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中 $\Lambda_{12} = \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} - \nabla_{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}$ 是 Poisson 微分算子, $h(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ 是自洽单粒子 Hamiltonian 的 Wigner 变换, 半经典近似的含义在于忽略 (2.3) 式中 \hbar^2 以上的项, 从而得到所谓的 Vlasov 方程^[6]:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \{h(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)\}, \quad (2.4)$$

可以认为 (\mathbf{r}, \mathbf{p}) 构成一个六维相空间, $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ 即为此相空间中的分布函数. f 作为时间的函数反映了核多体系统的动力学演化. 因此, 在半经典近似下, 问题就归结为解 (2.4) 式以得到 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. 但直接求解 Vlasov 方程也并非易事. 可幸的是, 对于巨共振这种小振幅集体运动, 完全有可能利用 Scaling 变换直接由静态分布得到动态分布而不必解 Vlasov 方程.

三、静态形变对 GR 的影响

我们所讨论的 GQR 和 GDR 均可看作无旋模式, 因而 Scaling 位移场取为 $\mathbf{s} = \alpha(t) \nabla \varphi(\mathbf{r})$, $\alpha(t)$ 是 Scaling 参数. $\varphi(\mathbf{r})$ 是由所研究的巨共振决定的实函数. 利用 \mathbf{s} 及一定的近似, 可以得到线性化的 Vlasov 方程:^[7]

$$m \rho_0 \mathbf{u} \ddot{\alpha}(t) = \nabla \cdot \delta \boldsymbol{\tau} + \rho_0 \nabla \delta V + \delta \rho \nabla V, \quad (3.1)$$

m 为核子质量, ρ_0 是静态核密度分布. 其余各量的定义如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \nabla \varphi(\mathbf{r}), \\ \delta \rho &= \alpha(t) \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}), \\ \delta V &= \alpha(t) \left. \frac{\partial V}{\partial \rho} \right|_{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}), \end{aligned}$$

$$\delta\tau_{ij} = \alpha(t)[D_k(\tau_{ij}u_k) + \tau_{ik}\nabla_j u_k + \tau_{jk}\nabla_i(u_k)],$$

τ_{ij} 是动量密度张量 $\boldsymbol{\tau}$ 的 ij 分量

$$\tau_{ij} = \int \frac{P_i P_j}{m} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p}.$$

(3.1) 式可化为简谐振动形式:

$$M\ddot{\alpha}(t) = C\alpha(t), \quad (3.2)$$

其中质量参数和恢复力参数分别为:

$$M = m \int \rho_0 \mathbf{u}^2 d\mathbf{r}, \quad (3.3a)$$

$$C = \frac{1}{\alpha} \int \mathbf{u} \cdot \left(\nabla \cdot \delta\boldsymbol{\tau} + \rho_0 \nabla \left[\frac{\partial V}{\partial \rho} \Big|_{\rho_0} \delta\rho(\mathbf{r}, t) \right] + \delta\rho \nabla V \right) d\mathbf{r}. \quad (3.3b)$$

从而相应的能量为:

$$E = \hbar\Omega = \hbar\sqrt{C/M}. \quad (3.4)$$

具体计算涉及 $\varphi(\mathbf{r})$ 的选取. $\varphi(\mathbf{r})$ 是由所研究的巨共振决定的实函数, 其性质类似于强迫振动中的多极激发算子 $Q_{\lambda\mu}$ ($Q_{\lambda\mu} = r^\lambda Y_{\lambda\mu}$). 对于同位旋标量模式, 中子和质子同相运动, 不必加以区别. 对 GQR 就取为

$$\phi_k = \frac{1}{\sqrt{2}} r^2 Y_{2k}, \quad k = 0, 1, 2. \quad (3.5)$$

而对同位旋矢量模式, 涉及的是质子和中子各自作为一个整体的相对运动, 可以将分布函数表示为:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + f_p(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t),$$

而且在任何时刻都有:

$$\delta f_n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = -\delta f_p(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t),$$

这样可得到类似于 (3.3) 的计算公式. 对 GDR 可取 $\varphi(\mathbf{r})$ 为:

$$\phi_0 = r Y_{10}, \quad \phi_1 = \sqrt{2} r R_c Y_{11}, \quad \phi_\tau = -\sqrt{2} r I_m Y_{11} \quad (3.6)$$

Y_{LM} 为球谐函数.

我们主要考虑 Woods-Saxon 型的轴对称形变核^[8]:

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\{[(r-R(\theta))/a]\}},$$

$$R(\theta) = R_0(1 + \beta(3\cos^2\theta - 1)),$$

R_0 近似为同体积球之半径, β 是四极形变参量, ρ_0 取 0.145 fm^{-3} , a 取 0.54 fm .

我们对轻核 ($A < 40$) 及远离双幻核区 ($150 < A < 180, A > 220$) 的一些典型核作了计算. 关于 r 及 θ 的二重积分采用了自选步长的 Simpson 方法^[9].

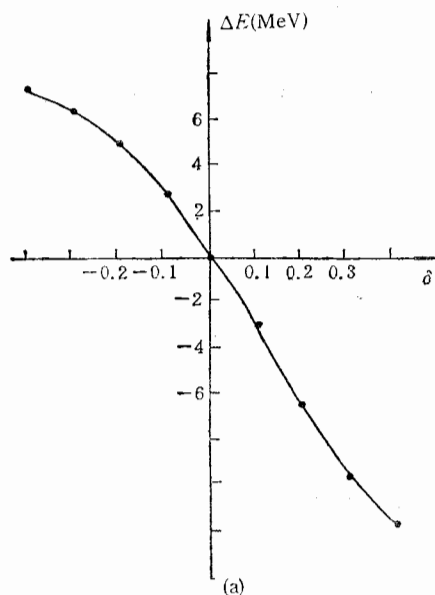
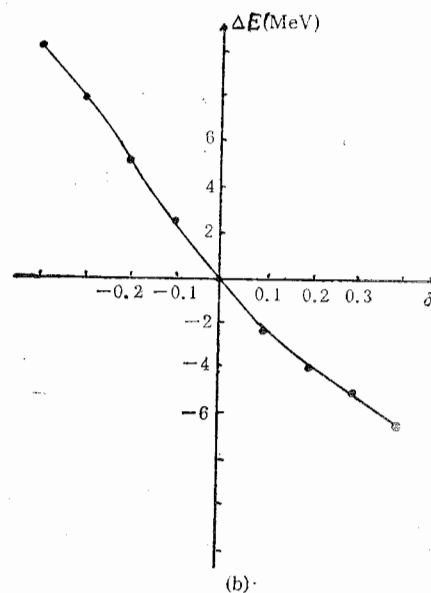
表 1 给出了计算结果, 并同一些实验数据作了比较. GDR 对所用相互作用比较敏感, 我们所用的是 SKM Skyrme^[10].

表中 E_{\parallel} 表示平行于对称轴共振模式的能量, E_{\perp} 则表示垂直于对称轴共振模式的能量, 单位均为 MeV.

图 1 (a), (b) 中我们给出了 $\Delta E = E_{\parallel} - E_{\perp}$ 和形变参量 δ 的关系. 从计算结果看,

表 1

核	形变参数	GQR				GDR			
		E_{\parallel}		E_{\perp}		E_{\parallel}		E_{\perp}	
		理论	实验	理论	实验	理论	实验	理论	实验
^{12}C	-0.44	29.9		21.2		29.4		19.8	
^{19}F	0.36	19.5		23.3		16.6		26.9	
^{20}Ne	0.51	19.3		23.8		16.4		29.7	
^{24}Mg	0.40	18.6		22.6		15.8		26.6	
^{34}S	-0.52	21.9		16.8		26.4		18.0	
^{150}Sm	0.17	12.2	12.3	13.6	13.8	13.4		16.3	
^{153}Eu	0.30	11.5		13.9		12.8	12.3	16.2	15.8
^{159}Tb	0.31	11.3		13.8		12.7	12.2	16.2	15.8
^{165}Ho	0.30	11.2		13.6		12.6	12.2	16.0	15.7
^{169}Tm	0.29	11.2	11.6	13.5	13.2				
^{181}Ta	0.23	11.2	11.3	13.0	12.9	12.5	12.5	15.8	15.2
^{232}Th	0.20	10.5		12.0					
^{232}Th	0.23	10.4	10.9	12.0	12.3	11.7	11.1	15.1	14.5
^{238}U	0.25	10.2	10.8	12.0	12.3	11.6	11.0	15.2	14.4
^{237}Np	0.27	10.1		12.1		11.6	11.1	15.3	14.2

图 1 (a) $A = 150$, $\Delta E = E_{\parallel} - E_{\perp}$ GQR图 1 (b) $A = 150$ $\Delta E = E_{\parallel} - E_{\perp}$ GDR

用半经典方法及 Scaling 变换讨论形变核基态巨共振能量分裂是较为成功的。计算再现了实验上观察到的双峰分裂现象。无论对 GQR 还是 GDR, 当 $\delta > 0$ 时, 总有 $E_{\parallel} < E_{\perp}$, 而当 $\delta < 0$ 时, $E_{\parallel} > E_{\perp}$, 且 ΔE 和 δ 近似成线性关系。这些结论和唯象分析是一致的。

四、动力学形变对 GR 的影响

下面我们将讨论转动核上巨共振的性质。讨论方法类似于第三节，只是现在的出发点是 Cranked TDHF 方程：

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}(t)}{\partial t} = [\hat{h}(t) - \omega \cdot \hat{L}, \hat{\rho}(t)] \quad (4.1)$$

$\hat{\rho}$ 及 \hat{h} 的定义见第三节。对此式作 Wigner 变换并取半经典极限，得到 Cranked Vlasov 方程：

$$\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial t} = \{h(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - \omega \cdot \mathbf{L}, f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)\} \quad (4.2)$$

ω 为转动角速度。 $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ 是经典角动量。

在本体坐标系中，巨共振可看作分布函数 f 围绕某个定态分布 f_{ST} 的微振动，而 f_{ST} 由下列定态 Cranked Vlasov 方程给出：

$$\{h_{ST} - \omega \cdot \mathbf{L}, f_{ST}\} = 0 \quad (4.3)$$

我们仍可以采用 Scaling 变换而得到线性化的 Vlasov 方程：

$$m\rho_{ST}\mathbf{u}\ddot{\alpha}(t) = \nabla\delta\mathbf{r} + \rho_{ST}\nabla\delta V - 2\dot{\alpha}(t)\rho_{ST}\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} \\ + \delta\rho[\nabla V_{ST} + m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})], \quad (4.4)$$

各量的定义见第三节。同 (3.1) 式相比，只是增加了离心势及 Coriolis 项，它们都是由转动引起的。

Scaling 位移场的取法同前。对同位旋标量 GQR，可取：

$$\left. \begin{aligned} \varphi_k &= \frac{1}{\sqrt{2}} R_c Y_{2k} \\ \varphi_{\bar{k}} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} I_m Y_{2k} \end{aligned} \right\} k = 0, 1, 2 \quad (4.5)$$

将 (4.4) 式在 $\mathbf{u}_{k,\bar{k}}$ 上投影，可得到耦合的微分方程组：

$$\left. \begin{aligned} M_k \ddot{\alpha}_k(t) + B_k \dot{\alpha}_{\bar{k}}(t) + C_k \alpha_k(t) &= 0 \\ M_{\bar{k}} \ddot{\alpha}_{\bar{k}}(t) + B_{\bar{k}} \dot{\alpha}_k(t) + C_{\bar{k}} \alpha_{\bar{k}}(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

在谐振动近似下，各振动模式的能量为：

$$E_k^{(\pm)} = \hbar Q_k^{(\pm)} = \sqrt{C_k/M_k + B_k^2/4M_k^2} \pm B_k/2M_k. \quad (4.7)$$

假设所讨论的核不存在静态形变， $\boldsymbol{\omega}$ 沿 Z 轴。则转动的结果是使得该核变为以 z 轴为对称轴的扁椭球，形变大小和 $\boldsymbol{\omega}$ 有关。设此椭球的三轴半长度分别为：

$$a_x^2 = a_y^2 = a_0^2 \left(1 + \frac{2}{3} \delta\right), \quad a_z^2 = a_0^2 \left(1 - \frac{4}{3} \delta\right)$$

其中 a_0 由 $a_x a_y a_z = r_0 A^{1/3}$ 确定。

利用文献^[11]的方法，可以对一定的 $\boldsymbol{\omega}$ 确定相应的 δ 。对 ^{40}Ca ， ^{168}Er 及 ^{208}Pb 的计算结

果如图 2 所示。

除形变外,我们还必须知道核的定态性质。M. Di. Toro 等人曾利用定态 Thomas-Fermi 分布作了初步的计算。他们的工作缺少自洽性。利用推转 HF 的计算结果,我们计算了各模式的振动能量,同时保证了定态和动力学计算的自洽性。我们的计算包括 ^{40}Ca , ^{168}Er 和 ^{208}Pb 上的 GQR。结果在图 3,图 4 和图 5 中给出,其中关于 ^{168}Er 的结果和 M. Di. Toro 等人的结果基本一致。

转动对巨共振的影响主要来自两个方面。首先,由于转动,核由球形变为扁椭球,即发生动力学形变,从而导致共振峰的分裂。而且由于附加的离心势,共振峰位置也有一定的移动。这种影响和静态形变相似。由于形变是轴对称的, $|k|$ 相同的模式依旧是简并的。另一方面,转动还将导致 Coriolis 项,它将 K 和 \bar{K} 模式互相耦合,从而使 $|k|$ 相同模式也一分为二,即解除了不同 K 量子数之间的全部简并。图 3 中我们对 ^{40}Ca 上的同位旋标量 GQR, 分别给出了包括和不包括 Coriolis 耦合项的计算结果。两者的差异是显而易见的。

我们还计算了一定频率下各模式的平均能量 $\langle E \rangle$ [$\langle E \rangle = (\sum_{i=1}^N E_i) / N$]。在图中用虚线给出。一个总的趋势是 $\langle E \rangle$ 随 ω 的增大而减小,即巨共振平均激发能向低能方向移动,实验上已发现了这样的证据^[12]。

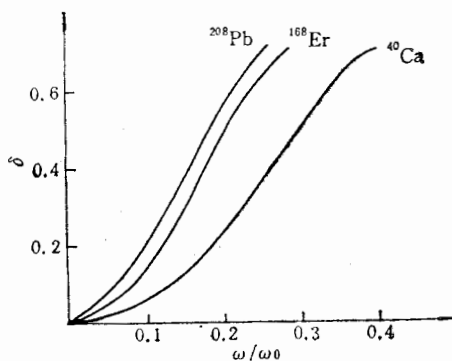


图 2 δ 和 ω 的关系

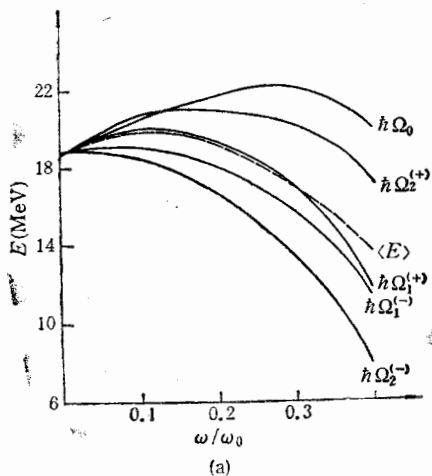


图 3 (a) ^{40}Ca 计算结果,考虑 Coriolis 项

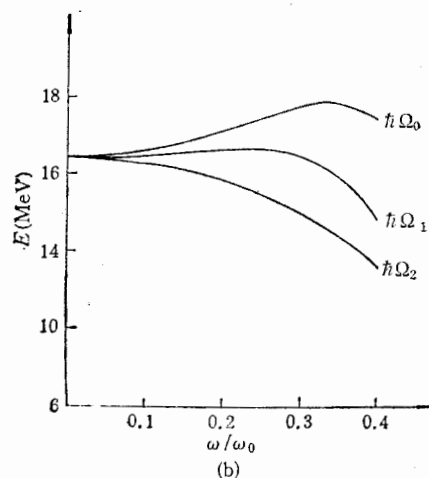
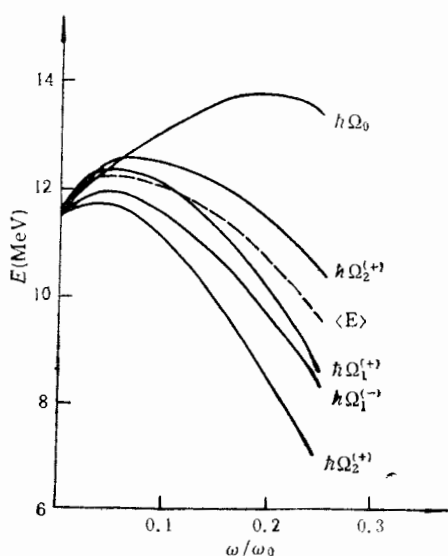
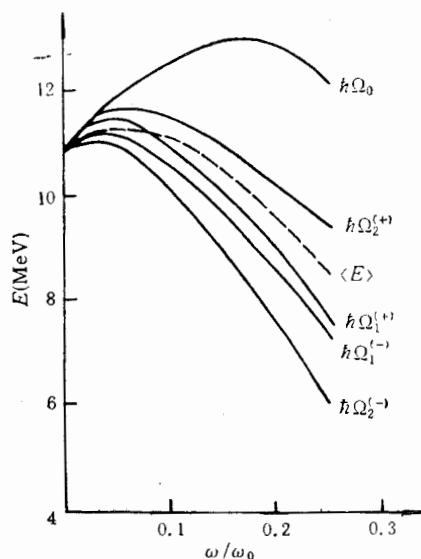


图 3 (b) ^{40}Ca 计算结果,不考虑 Coriolis 项

从图 3 (a) 和 (b) 的比较,我们可以看到, Coriolis 项的存在不仅将导致 $|K|$ 相同模式的分裂,而且对共振峰位置的影响与形变产生的影响具有相同的量级。

图4 ^{168}Er 计算结果图5 ^{208}Pb 计算结果

五、小 结

本文以半经典框架下核动力学演化所满足的 Vlasov 方程为基础,利用 Scaling 变换方法,系统地讨论了静态形变及动力学形变对巨共振激发能隙的影响。对形变核基态上的巨共振,我们的计算很好地再现了实验上已经观察到的双峰分裂现象。对转动核的计算表明,转动所导致的 Coriolis 项使得所有不同 κ 量子数态之间的简并全部消失。并发现巨共振的激发能量随转速 ω 增大有向低能方向移动的趋势。这一点和实验迹象也是相符合。

对于核相空间动力学及对巨共振的应用, M. Di. Toro 等人作过一些研究。我们的工作系统性和自洽性方面对他们的工作有一定程度的改进。

参 考 文 献

- [1] F. E. Bertrand, *Nucl. Phys.*, **A345**(1981), 129.
- [2] J. O. Newton et al., *Phys. Rev. Lett.*, **46**(1981), 1383.
- [3] G. E. Goeke & J. Speth, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **32**(1982), 65.
- [4] F. Zachariassen, Quantum Phase-Space Distribution in Low -Energy Heavy-Ion Collision, Semiclassical Description of Atomic and Nuclear collision, Eds. Jens Bang et al., North-Holland, (1985), 255—279.
- [5] D. M. Brink et al., *Nucl. Phys.*, **A372**(1981), 151.
- [6] D. M. Brink et al., *Nucl. Phys.*, **A456**(1986), 205.
- [7] G. Holzwarth et al., *Nucl. Phys.*, **A325**(1979), 1.
- [8] 姜焕清等,高能物理与核物理,**11**(1987),78.
- [9] 丘玉圃,FORTRAN程序设计,科学出版社,1984,第347页.
- [10] H. Krivine et al., *Nucl. Phys.*, **A336**(1980), 155.
- [11] C. E. Rosenkilde, *J. Math. Phys.*, **8**(1967), 84.
- [12] J. E. Draper et al., *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 434.

THE EFFECTS OF STATIC AND DYNAMICAL DEFORMATION ON GRAND RESONANCES

LI GUOQIANG
(Hangzhou University)

ABSTRACT

The effects of static and dynamical deformation on isoscalar GQR and isovector GDR are discussed in the framework of semiclassical approximation with scaling ansatz. Static deformation results in double-peak splitting which is in agreement with experimental evidence, while dynamical deformation destroys all degeneracy between different K (K is the projected angular momentum).