第 13 卷 第 3 期　　高 能 物 理 与 核 物 理　　Vol. 13, No. 3
1989 年 3 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Mar., 1989

K–M 参量的允许值范围和 B_d–$\bar{B}_d$ 系统 $\Delta\gamma$ 的符号

吴 丹 迪
（中国科学院高能物理研究所，北京）

摘　　要

本文指出，在目前 t 夸克和 KM 矩阵参量允许的取值范围内，有可能出现基本上是 CP 偶的本征态 B_{d+} 比 CP 奇的本征态 B_{d-} 寿命短的情况．如果这个情况发生，许多 B_d-$\bar{B}_d$ 系统 CP 破坏效应将相应地改号．

近一年多来，由于三个重要的实验进展，兴起了研究标准的 Kobayashi-Maskawa 模型 (K-M 模型)[1]的新热潮．这三个实验分别是 B_d-$\bar{B}_d$ 混合的发现[2]非零 ϵ'_k/ϵ_k 的测量[3]和 B 介子到 $p\bar{p}\pi^{\pm}$ 和 $p\bar{p}\pi^+\pi^-$ 的衰变的例证[4]．利用正在建造中的加速器或者设计新的专门加速器以研究 B^0-$\bar{B}^0$ 系统(包括 B_d 和 B_s) 中的 CP 破坏正被热烈地讨论．

研究 B^0-$\bar{B}^0$ 系统首先要看它的基本性质．这里是指弱作用有效哈密顿量两个本征态的重迭度，它们的质量差 Δm 与宽度差 $\Delta\gamma$ 的符号和大小．许多文献只讨论 Δm 与 $\Delta\gamma$ 的大小，却未见对其符号作认真讨论[5]．有的则直接沿用 K^0-$\bar{K}^0$ 系统已知的模式．我们知道 K_S 和 K_L 重迭度很小，可以分别近似地看做 CP 偶与 CP 奇的本征态．而 K_S (或 K^0_+，下标表明 CP 近似为偶) 轻于 K_L (或 K^0_-)．B^0-$\bar{B}^0$ 系统有比 K^0-$\bar{K}^0$ 系统丰富得多的 CP 破坏效应，其中许多效应又都是 $\Delta m/\gamma$ 和 $\Delta\gamma/\gamma$ 的奇函数[6]．因此两个本征态孰轻孰重关系到这些效应的符号，是物理问题．值得注意的是，尽管在 B^0-$\bar{B}^0$ 系统中可以有很大的 CP 破坏，可是无论 B_d-$\bar{B}_d$ 还是 B_s-$\bar{B}_s$ 的两个本征态重迭度都很小，因此有可能象 K^0_+ 与 K^0_- 那样被当作 CP 偶与 CP 奇的本征态[7](见下文)．我们将指出，在一个适当的未知参量的允许范围内，即在 K-M 参量 S_2, S_3 和 $\sin\delta$ 及 t 夸克质量 m_t 某一范围里，它们的质量谱可能与 K^0-$\bar{K}^0$ 系统相反．

我们通常是以强 CP 变换来定义本征态的 CP 性质的．强 CP 变换的定义允许一个相因子 ϕ 的任意性，

$$\mathrm{CP}|B^0\rangle = e^{i\phi}|\bar{B}^0\rangle. \tag{1}$$

在固定 ϕ 以后，场算子 B^0 和 $\bar{B}^0$ 仍可以允许如下以 χ 为参量的协同相因子变换

$$B^0 \to e^{i\chi}B^0, \quad \bar{B}^0 \to e^{-i\chi}\bar{B}^0 \tag{2}$$

本文 1987 年 11 月 18 日收到．

B°-$\bar{B}^\circ$ 系统的等效哈密顿量为(假定 CPT 守恒)

$$H_{\rm eff}=\begin{pmatrix} M_{11}-\frac{i}{2}\Gamma_{11} & M_{12}-\frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^*-\frac{i}{2}\Gamma_{12}^* & M_{11}-\frac{i}{2}\Gamma_{11}\end{pmatrix} \tag{3}$$

记哈量(3)的两个本征态为

$$|B_\pm^\circ\rangle=(p|B^\circ\rangle\pm q|\bar{B}^\circ\rangle)/(|p|^2+|q|^2) \tag{4}$$

我们有(详细推导见引文[8])

$$\begin{aligned} p/q &= \left(M_{12}-\frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\Big/\frac{1}{2}\left(\Delta m-\frac{i}{2}\Delta\gamma\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\Delta m-\frac{i}{2}\Delta\gamma\right)\Big/\left(M_{12}^*-\frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right) \end{aligned} \tag{5}$$

这里

$$\Delta m=m_+-m_-,\quad \Delta\gamma=\gamma_+-\gamma_-. \tag{6}$$

$m_+(m_-)$ 和 $\gamma_+(\gamma_-)$ 分别是 $B_+(B_-)$ 的本征质量和本征宽度. 注意 M_{12}, Γ_{12} 以及 p/q 都会随(1)、(2)两式中 ϕ 与 χ 的取值而改变相位;而这些相位的取值与物理不发生关系，也不与两个本征态的物理属性,包括它们在强 CP 变换(1)下的性质发生关系. 两个本征态的重迭度 δ 定义为 $\delta=\langle B_+^\circ|B_-^\circ\rangle$. 计算表明

$$\delta=\frac{|p|^2-|q|^2}{|p|^2+|q|^2}=\frac{2I_mM_{12}^*\Gamma_{12}}{2|M_{12}|^2+\frac{1}{2}|\Gamma_{12}|^2+\frac{1}{2}(\Delta m)^2+\frac{1}{8}(\Delta\gamma)^2}. \tag{7}$$

根据文献[9]，由于 B°-$\bar{B}^\circ$ 系统 $|\Gamma_{12}|\ll|M_{12}|$，加之 Γ_{12} 与 M_{12} 在对夸克质量依赖关系上的领头质量项位相相同这两个因素，δ 的数值对于 B_d 与 B_s 分别为 10^{-3} 和 10^{-4}，非常小. 在文献[8]我们给重迭度 δ 取名 “CP 不纯洁性 ϵ”，容易同如下定义的参量 $p/q=(1+\epsilon)/(1-\epsilon)$ 相混,接受 Kabir 先生的提议,我们改变了名称. 如我们在前面讨论的,当 ϕ 与 χ 变化时，p/q 的绝对值不变,但相位变化,在复平面形成以 $|p/q|$ 为半径的圆. ϵ 是 p/q 的保形变换,它在位相变换下形成以 $1/\delta$ 为半径的圆. $|\epsilon|$ 的取值从 $|\delta|$ 到大约 $|2/\delta|$[10]，所以 ϵ 尽管占用了一个很重要的名字“CP 不纯洁性”，却可以同 CP 不纯洁性很少关联(当 ϵ 值很大时). 由于重迭度 δ 很小，B_+° 与 B_-° 可以分别近似地当做两个不同的强 CP 本征态. 事实上不难看出,对 B_+°，CP 为正，而 B_-°，CP 为负. 在取 ϕ 等于零时，B_+ B_- 的这个性质更一目了然. 为了简化以后的讨论，我们将采取这个相位约定($\phi=0$). 现在的问题是 Δm 及 $\Delta\gamma$ 的符号是正还是负?

首先，Δm 与 $\Delta\gamma$ 的相对符号是较清楚的,它由下式决定[11]

$$4{\rm Re}M_{12}\Gamma_{12}^*=\Delta m\Delta\gamma \tag{8}$$

由文献[9],(8)式的左边小于零，所以 Δm 与 $\Delta\gamma$ 反号. 这一点与 K°-$\bar{K}^\circ$ 系统是相似的. 剩下的是 Δm 或 $\Delta\gamma$ 的符号问题. 对于 K°-$\bar{K}^\circ$ 系统，$\Delta\gamma>0$，原因是: K°-$\bar{K}^\circ$ 系统 CP 破坏很小,所以 K_+° 主要衰变到 2π(CP $=+$)，K_-° 主要衰变到 3π(CP $=-1$)；而 2π 衰变比 3π 衰变相体积大得多,所以造成 K_+° 比 K_-° 宽度大. 至于非 CP 本征态的末

态，如 $\pi^+\mu\bar{\nu}$ 等，它们对 K_+^0 和 K_-^0 宽度的贡献大致相同，不引起显著的宽度差[1)]. 为了避免陷入技术上的复杂性，我们以下将假定 B^0 介子衰变到 CP 偶的末态，如 $\pi\pi$，$K\bar{K}$，$D\bar{D}$，$\psi\pi^0$，$\psi\pi^+\pi^-$ 等等，比 CP 奇的末态，如 $\pi^0\pi^0\pi^0$，$K\bar{K}\pi^0$ 等等有更大的宽度. 事实上，CP 偶总角动量为零的末态比 CP 奇的有更多可能性，例如 $\psi\pi^+\pi^-$ 是 CP 偶，而 $\psi3\pi$ 可以是 CP 偶，也可以 CP 奇. 按此假定，主要衰变到 CP 偶末态的本征态宽度较大，而另一个则宽度较小. 改变这个假定可以有多种方式，我们不拟在此列出. 现在，因为 B^0-$\bar{B}^0$ 系统中可以有很大 CP 破坏，所以 CP 偶的本征态不一定主要衰变到 CP 偶的末态.

这个问题在文献[7]曾详细讨论，其基本想法是如下的 CP 破坏参量

$$\epsilon_\lambda^B = \frac{\langle\lambda, CP = +|B_-^0\rangle}{\langle\lambda, CP = +|B_+^0\rangle} \tag{9}$$

告诉我们 B_+^0 还是 B_-^0 主要衰变到 CP 偶的末态：如果 ϵ_λ^B 的值小于 1，说明 B_+^0 主要衰变到 CP 偶的末态；如果 ϵ_λ^B 值大于 1，说明 CP 奇的本征态主要衰变到 CP 偶的末态. (9)式中 λ 是某一个 CP 偶的末态的标号. 事实上，在价夸克近似下，如果只考虑旁观者图，忽略交换图和企鹅图的贡献，CP 本征末态可以按末态的价夸克分类，(9)式也简化成[7]

$$\epsilon_\lambda^B = -i\frac{\operatorname{Im}\Delta_{i\alpha}}{\operatorname{Re}\Delta_{i\alpha}} \tag{10}$$

这里

$$\Delta_{i\alpha} = V_{j\beta}V_{k\gamma}V_{j\gamma}^*V_{k\beta}^*\begin{pmatrix} v, & j, & k \\ \alpha, & \beta, & \gamma \end{pmatrix}\text{共循环}) \tag{11}$$

是 K-M 矩阵的相位变换不变量[12]. (i, α) 指标选定与(9)式中 B^0 粒子的气味(是 B_d 亦或 B_s) 及末态 $|\lambda\rangle$ 的价夸克成分有关，见表 1. 表 1 中 B_d 和 B_s 各有两种夸克衰变道. B_d 两个道 K-M 矩阵元之比为 $|V_{23}V_{21}|^2/|V_{13}V_{11}|^2 \simeq 1$[3]，相体积之比约为 1:10. 可以近似地认为 $B_{d\pm}$ 的宽度差主要由第二道(在表中带 * 号)决定. B_s 两个道的 K-M 矩阵元之比为 $|V_{23}V_{22}|^2/|V_{13}V_{12}|^2 \simeq 400$；相体积之比约为 1:11. 可以近似认为 $B_{s\pm}$ 的宽度差主要由其第一衰变道决定. 相应于 $B_s \to c\bar{c}s\bar{s}$ 的 $\epsilon_\lambda^{B_s}$ 总是小于 1，所以 B_{s+} 宽度大于 B_{s-}. 然而 $B_d \to u\bar{u}d\bar{d}$ 的 $\epsilon_\lambda^{B_d}$ 却有可能大于 1，如果 $\sin\delta > |\cos\delta|$.

最后，让我们结合最新实验及对 K-M 矩阵的新认识[12]来讨论 $\epsilon_\lambda^{B_d}$ 大于 1 的可能性. 我们知道，B 介子寿命的测量值为 $(1.11 \pm 0.19) \times 10^{-12}$ 秒，它限制 $S_2^2 + S_3^2 + 2S_2S_3\cos\delta \approx 0.05^2$，这里我们取 τ_B 的中间值，并将 C_2 与 C_3 近似当做 1. B_d-$\bar{B}_d$ 混合的实验数据

表 1 不同 B^0 中性衰变道的 ϵ_λ^B 参量

Particle	Mode	KM inv.	ϵ_λ^B
B_d	$\bar{b}d \longrightarrow c\bar{c}d\bar{d}$	Δ_{12}*	$-iC_1S_3S_\delta/(S_2 + C_1S_3C_\delta)$
	* $\bar{b}d \longrightarrow u\bar{u}d\bar{d}$	Δ_{22}	$-iS_\delta/(C_\delta - C_1S_2S_3)$
B_s	* $\bar{b}s \longrightarrow c\bar{c}s\bar{s}$	Δ_{11}	$\dfrac{iS_1^2S_2S_3S_\delta}{S_2S_3C_\delta(1 + C_1^2) + C_1^2(S_2^2 + S_3^2)}$
	$\bar{b}s \longrightarrow u\bar{u}s\bar{s}$	Δ_{21}*	$-iC_1S_2S_\delta/(S_3 + C_1S_2C_\delta)$

* 代表决定 Δm 符号的主要衰变道.
$S_i = \sin\theta_i$，$C_i = \cos\theta_i$，$S_\delta = \sin\delta$，$C_\delta = \cos\delta$ 是 K-M 参量 [1].

1) 非 CP 本征态的末态对 B_d-$\bar{B}_d$ 的宽度差的贡献另作讨论.

$X_d \approx 0.20 \pm 0.11$，限定了 $S_2\tilde{m}_t f_{B_d} B_{B_d}^{1/2} = 0.83(\mathrm{GeV})^2$，这里我们同时取了 X_d 和 τ_B 的中间值，$\tilde{m}_t$ 是 t 夸克在方框图中的有效质量，f_{B_d} 和 B_{B_d} 分别是 B_d 介子的轻子衰变常数和 $\Delta B = 2$ 算子在 B_d 与 $\bar{B}_d$ 之间的平均值参量（在真空插入时定义 $B_{B_d} = 1$）. 理论计算倾向于 $f_{B_d}B^{1/2}$ 在 110 至 160MeV 之间. 结合以上两个实验和理论计算，要求 t 夸克的质量大于 50 至 100GeV. 另一方面，测量的 $m_w^2/m_z^2 \cos^2\theta_w \simeq 1$ 要求 t 夸克不得重于 200GeV. $B_u^+ \to p\bar{p}\pi^+$ 和 $B_d^0 \to p\bar{p}\pi^+\pi^-$ 的分支比分别大约在 3×10^{-4}，意味着 S_3 的数值在 0.016 至 0.05 之间. K^0-$\bar{K}^0$CP 破坏参量 ϵ_K 与 ϵ'_K 的值，要求 $\sin\delta > 0$，并将 $\cos\delta$，S_2 与 S_3 限制到更小的范围. 综合文献中的分析，如果 $f_{B_d}B_{B_d}^{1/2}$ 在 110MeV 附近，$\sin\delta$ 在 t 夸克质量的允许范围内不可能大于 0.7，见文献[13]中图 1(a) 与图 2(a)；如果 $f_{B_d}B_{B_d}^{1/2}$ 在 160MeV 附近，那末视 B_{K^0} 的大小（B_{K^0} 是K介子的相应于 B_{B_d} 的参量），当 $m_t > 100$ GeV 时，$\sin\delta > |\cos\delta|$ 的条件可以在 $m_t = 110$ 至 130GeV（当 $B_K = 1$）或 100 至 200GeV（当 $B_K = 0.33$）的范围内被满足，见文献[12]图 1(b) 与图 2(b). 我们的结论是，如果 $f_{B_d}B_{B_d}^{1/2}$ 比较大，t 夸克的质量落在 110 至 150GeV 的范围，那么 B_d-$\bar{B}_d$ 混合系统可能出现反常的情形，即 B_{d+} 宽度小于 B_{d-}.

参　考　文　献

[1] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theo. Phys.*, **49**(1973), 652.

[2] e.g. H. Schröder (Angus Collaboration), talk on XXII Recontre de Moriond, Les Arcs, March 1987.

[3] H. Wahl, NA31 Collaboration, Seminar at CERN, July 1987.

[4] H. Albrecht, Argus Collaboration, Seminar at CERN, Aug. 1987.

[5] L. Wolfenstein, *Nucl. Phys.*, **246B** (1985), 45.

[6] D. S. Du, I Dunietz and D. D. Wu, *Phys. Rev.*, **D34**(1986), 3414; I. Dunietz and J. Rosner, *Phys. Rev.*, **D34**(1986), 1404.

[7] D. D. Wu, X. Q. Li and P. Wang, BIHEP-TH-86-26.

[8] 吴丹迪，高能物理与核物理，**11**(1987)，713.

[9] J. Hagelin, *Nucl. Phys.*, **B193** (1981), 123.

[10] P. K. Kabir and D. D. Wu, in preparation. CERN-TH-4841/87.

[11] D. D. Wu, *Phys. Lett.*, **90B**(1980), 451.

[12] D. D. Wu, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 860.

[13] J. Ellis, J. S. Hagelin, S. Rudaz and D. D. Wu, *Nucl. Phys.*, **B304**(1988) 205 and therein.

THE SIGN OF $\Delta\gamma$ FOR THE B_d-$\bar{B}_d$ SYSTEM FROM PRESENTLY KNOWN VALUES OF THE K-M PARAMETERS

WU DANDI

(Institute of Hish Enerss Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

We point out that in certain region of t quark mass and KM parameters, the nearly CP even eigenstate B_{d+} can be longer lived than the nearly CP odd one B_{d-}. If this happens, many CP violation effects should change their signs correspondingly.