

旋转测磁仪测量误差的分析

徐建铭

(中国科学院高能物理研究所,北京)

摘要

本文分析了旋转测磁仪的振动和测磁线圈偏心、振动等因素对测量精度的影响。结果表明这些因素对测量精度的影响不容忽视。

文献[1]分析了旋转测磁仪旋转中心相对于磁场分布中心的安装误差对测量精度的影响。除了这一误差项,还有其他一些因素也会影响测量结果的精度。例如,测磁线圈相对于旋转中心的偏心及振动、晃动,旋转中心相对于磁场分布中心的振动、晃动等,都将影响测量结果。本文将对这些因素的影响进行分析。

一、旋转线圈的坐标

旋转线圈的坐标如图1所示。线圈的两匝导线在线圈骨架上分别位于距骨架中心(z'' 轴) R_1 及 R_2 处,方位角相差 π 。由于加工或安装误差,线圈骨架中心相对于旋转中心有一偏心 $\Delta r'_1 e^{i\Delta\theta'_1}$ 。另外由于旋转运动不尽理想,线圈相对于旋转中心有振动及晃动,使得线圈骨架中心 z'' 相对于旋转中心 z' 的坐标为:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{r}' = & \Delta r'_1 e^{i(\omega t + \Delta\theta'_1)} \\ & + \sum_{i=2}^{\infty} \Delta \mathbf{r}'_i e^{i(j\omega t + \Delta\theta'_i)},\end{aligned}\quad (1)$$

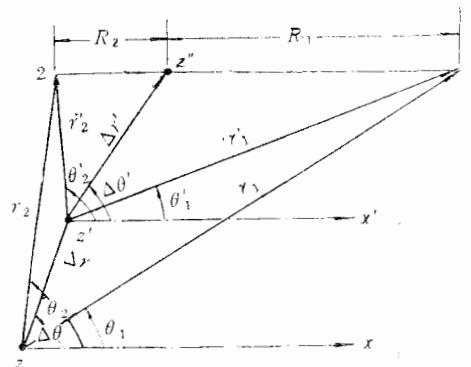


图 1

式中 ω 是旋转运动的角频率。在 $\Delta \mathbf{r}'$ 中还有一些角频率不是 ω 的整数倍的项,对应那些项的感应电压的角频率也不是 ω 的整数倍。在对总感应电压进行富氏分析以后,很容易把它们消除掉,不会导致测量误差,所以在式(1)中略去,只保留角频率是 ω 的整数倍的项。式(1)中 $\Delta r'_1$ 是旋转线圈相对于旋转中心的固定偏心,其它项是线圈相对于旋转中心的振动、晃动等引起的。

旋转中心(z' 轴)相对于磁场分布中心(z 轴)除固定偏离量 $\Delta r_0 e^{i\theta_0}$ 外,由于旋

转中心相对于磁场分布中心的振动、晃动,还有其他一些偏离项。因此,旋转中心相对于磁场分布中心的总偏离量 $\Delta\mathbf{r}$ 可表示为:

$$\Delta\mathbf{r} = \Delta r_0 e^{i\theta_0} + \sum_{l=1}^{\infty} \Delta r_l e^{i(l\omega t + \Delta\theta_l)}. \quad (2)$$

由于同样原因,在式(2)中也只保留角频率为 ω 的整数倍的项,其他项全部略去。

因此,当旋转轴以 ω 角频率旋转时,旋转线圈的导线 1 相对于磁场分布中心的坐标是:

$$\mathbf{r}_1 = R_1 e^{i\omega t} + \Delta\mathbf{r}' + \Delta\mathbf{r}. \quad (3)$$

把式(1)、(2)代入上式,得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 = & R_1 e^{i\omega t} + \Delta r_0 e^{i\theta_0} + \sum_{l=1}^{\infty} \Delta r_l e^{i(l\omega t + \Delta\theta_l)} \\ & + \Delta r'_1 e^{i(\omega t + \Delta\theta'_1)} + \sum_{j=2}^{\infty} \Delta r'_j e^{i(j\omega t + \Delta\theta'_j)}. \end{aligned} \quad (4)$$

或者,

$$\mathbf{r}_1 = R_1 e^{i\omega t} + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta r_k e^{i(k\omega t + \Delta\theta_k)}. \quad (5)$$

在上式中,

$$\Delta r_k e^{i(k\omega t + \Delta\theta_k)} = \Delta r_l e^{i(l\omega t + \Delta\theta_l)} + \Delta r'_j e^{i(j\omega t + \Delta\theta_j)}, \quad (6)$$

在式(6)中 $l = j = k$ 。

线圈的另一根导线 2 的坐标为:

$$\mathbf{r}_2 = R_2 e^{i(\omega t + \pi)} + \Delta\mathbf{r}' + \Delta\mathbf{r}.$$

把式(1)、(2)及(6)代入上式,得到:

$$\mathbf{r}_2 = R_2 e^{i(\omega t + \pi)} + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta r_k e^{i(k\omega t + \Delta\theta_k)}. \quad (7)$$

令

$$\mathbf{r}_1 = r_1 e^{i\theta_1}, \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_2 = r_2 e^{i\theta_2}. \quad (9)$$

比较式(5)和式(8),可知:

$$r_1 = R_1 + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta r_k \cos[(k-1)\omega t + \Delta\theta_k], \quad (10)$$

$$\theta_1 = \omega t + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta r_k}{R_1} \sin[(k-1)\omega t + \Delta\theta_k]. \quad (11)$$

令 $\theta_k = (k-1)\omega t + \Delta\theta_k$, 则:

$$r_1 = R_1 + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta r_k \cos\theta_k, \quad (12)$$

$$\theta_1 = \omega t + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta r_k}{R_1} \sin\theta_k. \quad (13)$$

同样,从式(7)和式(9)得到:

$$r_2 = R_2 - \sum_{k=0}^{\infty} \Delta r_k \cos [(k-1)\omega t + \Delta\theta_k], \quad (14)$$

$$\theta_2 = \omega t + \pi - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta r_k}{R_2} \sin [(k-1)\omega t + \Delta\theta_k]. \quad (15)$$

或者,

$$r_2 = R_2 - \sum_{k=0}^{\infty} \Delta r_k \cos \theta_k, \quad (16)$$

$$\theta_2 = \omega t + \pi - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta r_k}{R_2} \sin \theta_k. \quad (17)$$

从式(10)到式(17)都只保留小量 $\frac{\Delta r_k}{R_1}$ 及 $\frac{\Delta r_k}{R_2}$ 的一级项.

二、旋转线圈中的感应电压

磁场标量势的空间表示式可写成:

$$\Phi(r, \theta, z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m r^m \sin(m\theta + \varphi_m). \quad (18)$$

式中 $A_m r^m \sin(m\theta + \varphi_m)$ 是第 m 次谐波, 即 $2m$ 极磁场的标量势, 其中 A_m 是它的幅值, φ_m 是相角. A_m 和 φ_m 都可以是 z 的函数, 在二维情况下, 它们才是常数. 标量势(18)所对应的磁场分布如下式所示:

$$\mathbf{B}(r, \theta, z) = B_\theta + iB_r = -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m r^{m-1} e^{i(m\theta + \varphi_m)}.$$

或者,

$$B_r = -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m r^{m-1} \sin(m\theta + \varphi_m), \quad (19)$$

$$B_\theta = -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m r^{m-1} \cos(m\theta + \varphi_m). \quad (20)$$

旋转线圈的长度一般都大于磁铁磁场的分布长度(沿 z 轴长度), 所以, 每匝线圈中的感应电动势为:

$$e = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} [(B_r V_\theta - B_\theta V_r)_1 - (B_r V_\theta - B_\theta V_r)_2] dz. \quad (21)$$

在上式里角标 1 及 2 分别代表导线 1 及导线 2 的相应值, L 为旋转线圈的总长度, V_θ 及 V_r 是旋转线圈导线的切向及径向运动速度.

从式(12)和(13)得到:

$$V_{r_1} = -\sum_{k=0}^{\infty} (k-1)\omega \Delta r_k \sin \theta_k, \quad (22)$$

$$V_{\theta_1} = \omega \left[R_1 + \sum_{k=0}^{\infty} k \Delta r_k \cos \theta_k \right]. \quad (23)$$

而

$$\begin{aligned} B_{r_1} &= -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m r_1^{m-1} \sin(m\theta_1 + \varphi_m), \\ B_{\theta_1} &= -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m r_1^{m-1} \cos(m\theta_1 + \varphi_m), \end{aligned}$$

把式(12)、(13)代入上式,化简只保留 $\frac{\Delta r_k}{R_1}$ 的一次项,得到:

$$\begin{aligned} B_{r_1} &= -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m R_1^{m-1} \left[\sin(m\omega t + \varphi_m) + m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta r_k}{R_1} \sin \theta_k \right. \\ &\quad \times \cos(m\omega t + \varphi_m) + (m-1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta r_k}{R_1} \cos \theta_k \sin(m\omega t + \varphi_m) \left. \right], \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{\theta_1} &= -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m R_1^{m-1} \left[\cos(m\omega t + \varphi_m) - m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta r_k}{R_1} \sin \theta_k \right. \\ &\quad \times \sin(m\omega t + \varphi_m) + (m-1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta r_k}{R_1} \cos \theta_k \cos(m\omega t + \varphi_m) \left. \right]. \quad (25) \end{aligned}$$

利用式(22)–(25),便得到导线1中的感应电动势为:

$$\begin{aligned} B_{r_1} V_{\theta_1} - B_{\theta_1} V_{r_1} &= -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m \omega R_1^m \{ \sin(m\omega t + \varphi_m) \\ &\quad + \sum_{k=0}^{\infty} (k+m-1) \frac{\Delta r_k}{R_1} \sin[(m+k-1)\omega t + \varphi_m + \Delta \theta_k] \}. \quad (26) \end{aligned}$$

用同样方法得到,

$$\begin{aligned} B_{r_2} V_{\theta_2} - B_{\theta_2} V_{r_2} &= -\mu \sum_{m=1}^{\infty} m A_m \omega R_2^m \{ \sin(m\omega t + m\pi + \varphi_m) \\ &\quad - \sum_{k=0}^{\infty} (k+m-1) \frac{\Delta r_k}{R_2} \sin[(m+k-1)\omega t + m\pi + \varphi_m + \Delta \theta_k] \}. \quad (27) \end{aligned}$$

因此,一匝线圈中的感应电动势是:

$$\begin{aligned} e &= \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{m=1}^{\infty} -\mu A_m m \omega \left\{ R_1^m \sin(m\omega t + \varphi_m) - R_2^m \right. \\ &\quad \times \sin(m\omega t + m\pi + \varphi_m) + \sum_{k=0}^{\infty} (k+m-1) \Delta r_k \\ &\quad \times [R_1^{m-1} \sin(\overline{k+m-1}\omega t + \varphi_m + \Delta \theta_k) + R_2^{m-1} \right. \\ &\quad \times \left. \sin(\overline{k+m-1}\omega t + m\pi + \varphi_m + \Delta \theta_k)] \right\} dz. \quad (28) \end{aligned}$$

如果线圈有 n 匝,则应求 n 匝线圈中感应电动势之和。当线圈截面比较小时,它约等于式(28)的 n 倍。

三、结果分析

当 $\Delta r_k = 0$ 时, 即无任何偏心、振动、晃动的理想情况下, 感应电动势应为:

$$\begin{aligned} e_{id} = & \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{m=1}^{\infty} -\mu m A_m \omega [R_1^m \sin(m\omega t + \varphi_m) - R_2^m \\ & \times \sin(m\omega t + \varphi_m + m\pi)] dz. \end{aligned} \quad (29)$$

对感应电动势进行富氏分析, 其中角频率为 $m\omega$ 的部分代表 m 次谐波磁场, 即 $2m$ 极磁场, 因此:

$$\begin{aligned} B_{m,id} \propto & \int_{-L/2}^{L/2} -\mu m A_m \omega [R_1^m \sin(m\omega t + \varphi_m) - R_2^m \\ & \times \sin(m\omega t + \varphi_m + m\pi)] dz. \end{aligned} \quad (30)$$

或者

$$\begin{aligned} B_{m,id} \propto & \int_{-L/2}^{L/2} -\mu m A_m \omega [R_1^{2m} + R_2^{2m} - 2R_1^m R_2^m \cos m\pi]^{1/2} \\ & \times \sin(m\omega t + \varphi_m) dz. \end{aligned} \quad (31)$$

由于偏心、振动等因素引起的误差信号 Δe 由下式描述:

$$\begin{aligned} \Delta e = & \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{m=1}^{\infty} -\mu m A_m \omega \sum_{k=0}^{\infty} (k+m-1) \Delta r_k [R_1^{m-1} \\ & \times \sin[(k+m-1)\omega t + \varphi_m + \Delta\theta_k] + R_2^{m-1} \\ & \times \sin[(k+m-1)\omega t + \varphi_m + \Delta\theta_k + m\pi]] dz. \end{aligned} \quad (32)$$

或者,

$$\begin{aligned} \Delta e = & \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{m=1}^{\infty} -\mu m A_m \omega \sum_{k=0}^{\infty} (k+m-1) \Delta r_k [R_1^{2(m-1)} \\ & + R_2^{2(m-1)} + 2R_1^{m-1} R_2^{m-1} \cos m\pi]^{1/2} \sin[(k+m-1)\omega t \\ & + \varphi_m + \Delta\theta_k] dz. \end{aligned} \quad (33)$$

由各项 Δr_k 所引起的误差信号 Δe_k 为:

$$\begin{aligned} \Delta e_k = & \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{m=1}^{\infty} -\mu m A_m \omega (k+m-1) \Delta r_k [R_1^{2(m-1)} \\ & + R_2^{2(m-1)} + 2R_1^{m-1} R_2^{m-1} \cos m\pi]^{1/2} \sin[(k+m-1)\omega t \\ & + \varphi_m + \Delta\theta_k] dz. \end{aligned} \quad (34)$$

所以, Δr_k 误差项和磁场中的 m 次谐波相耦合, 产生的测量误差信号的频率为 $(k+m-1)\omega$ 。也就是说, 它将影响 $(k+m-1)$ 次磁场谐波即 $2(k+m-1)$ 极磁场的测量精度。

例如, 对于 $k=0$, 即 $\Delta r_0 e^{i\Delta\theta_0}$ (它代表旋转中心相对于磁场分布中心的固定偏离) 误差项所引起的测量误差为:

$$\Delta e_{k=0} = \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{m=1}^{\infty} -\mu m A_m \omega (m-1) \Delta r_0 [R_1^{2(m-1)} + R_2^{2(m-1)}$$

等于

$$+ 2R_1^{m-1}R_2^{m-1}\cos m\pi]^{1/2} \sin [(m-1)\omega t + \varphi_m + \Delta\theta_0] dz. \quad (35)$$

亦即 $k=0$ 的误差项和磁场的 m 次谐波相耦合, 产生的误差信号的频率是 $(m-1)\omega$, 影响 $2(m-1)$ 极磁场的测量精度. 这正是文献 [1] 所得出的结论.

$k=1$ 误差项 $\Delta r_1 e^{i\Delta\theta_1}$ (代表旋转线圈骨架中心相对于旋转中心的偏离, 或者振动引起骨架或旋转中心相对于磁分布中心作频率为 ω 的运动) 所引起的测量误差信号是:

$$\begin{aligned} \Delta e_{k=1} = & \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{m=1}^{\infty} -\mu m A_m m \omega \Delta r_1 [R_1^{2(m-1)} + R_2^{2(m-1)} \\ & + 2R_1^{m-1}R_2^{m-1}\cos m\pi]^{1/2} \sin (m\omega t + \varphi_m + \Delta\theta_1) dz. \end{aligned} \quad (36)$$

即 $k=1$ 的误差项和磁场中的 m 次谐波相耦合, 将影响磁场的 m 次谐波本身的测量精度.

对于磁场中的 M 次谐波 ($2M$ 极磁场), 测量的总误差项 Δe_M 可由式 (33) 求得, 它等于:

$$\begin{aligned} \Delta e_M = & \int_{-L/2}^{L/2} \sum_m -\mu A_m m \omega \sum_k M \Delta r_k [R_1^{2(m-1)} + R_2^{2(m-1)} \\ & + 2R_1^{m-1}R_2^{m-1}\cos m\pi]^{1/2} \sin (M\omega t + \varphi_m + \Delta\theta_k) dz. \end{aligned} \quad (37)$$

在式 (37) 中, m, k 须满足下式:

$$m + k - 1 = M. \quad (38)$$

对于一个 $2N$ 极磁铁, 磁场中主要是 $2N$ 极磁场, 其他谐波分量远小于 $2N$ 极磁场. 通常 $A_{m \neq N}$ 比 A_N 要小 2、3 个甚至 4 个数量级. 因此, 当测量一个 $2N$ 极磁铁时, 测量误差的表示式里可以忽略所有 $m \neq N$ 的项. 这样, 式 (33) 便简化成:

$$\begin{aligned} \Delta e = & \int_{-L/2}^{L/2} -\mu N A_N \omega \sum_{k=0}^{\infty} (k+N-1) \Delta r_k [R_1^{2(N-1)} + R_2^{2(N-1)} \\ & + 2R_1^{N-1}R_2^{N-1}\cos N\pi]^{1/2} \sin [(k+N-1)\omega t + \varphi_N + \Delta\theta_k] dz. \end{aligned} \quad (39)$$

由于任一误差项 Δr_k 所引起的测量误差信号是:

$$\begin{aligned} \Delta e_k = & \int_{-L/2}^{L/2} -\mu N A_N \omega (k+N-1) \Delta r_k [R_1^{2(N-1)} + R_2^{2(N-1)} \\ & + 2R_1^{N-1}R_2^{N-1}\cos N\pi]^{1/2} \sin [(k+N-1)\omega t + \varphi_N + \Delta\theta_k] dz. \end{aligned} \quad (40)$$

误差项 Δr_k 主要影响 $2(k+N-1)$ 极磁场的测量精度. Δr_k 引起的 $2(k+N-1)$ 极磁场的测量误差 $\Delta B_{(k+N-1)}$ 可用下式表示:

$$\begin{aligned} \Delta B_{(k+N-1)} \propto & \int_{-L/2}^{L/2} -\mu N A_N \omega (k+N-1) \Delta r_k [R_1^{2(N-1)} + R_2^{2(N-1)} \\ & + 2R_1^{N-1}R_2^{N-1}\cos N\pi]^{1/2} \sin [(k+N-1)\omega t \\ & + \varphi_N + \Delta\theta_k] dz. \end{aligned} \quad (41)$$

在二维情况下(假定 $A_N, \Delta r_k, \varphi_N, \Delta\theta_k$ 等为常数, 与 z 无关) 可近似成:

$$\begin{aligned} \Delta B_{(k+N-1), \text{max}} \propto & -\mu N A_N \omega < (k+N-1) \Delta r_k [R_1^{2(N-1)} + R_2^{2(N-1)} \\ & + 2R_1^{N-1}R_2^{N-1}\cos N\pi]^{1/2}. \end{aligned} \quad (42)$$

而 $B_{(k+N-1), id}$ 可由式 (31) 求得:

$$\begin{aligned} B_{(k+N-1), id} \propto & \int_{-L/2}^{L/2} -\mu A_{k+N-1} (k+N-1) \omega [R_1^{2(k+N-1)} \\ & + R_2^{2(k+N-1)} - 2R_1^{k+N-1}R_2^{k+N-1}\cos (k+N-1)\pi]^{1/2} dz \end{aligned}$$

$$\times \sin [(k + N - 1)\omega t + \varphi_{k+N-1}] dz. \quad (43)$$

在二维情况下, 其幅值可近似成:

$$\begin{aligned} B_{(k+N-1),id,max} &\propto -\mu A_{k+N-1}(k + N - 1)\omega L[R_1^{2(k+N-1)} \\ &+ R_2^{2(k+N-1)} - 2R_1^{k+N-1}R_2^{k+N-1}\cos(k + N - 1)\pi]^{1/2}. \end{aligned} \quad (44)$$

因此 $2(k + N - 1)$ 极磁场幅值的相对测量误差在二维情况下将是:

$$\begin{aligned} \Delta B_{(k+N-1),max}/B_{(k+N-1),id,max} &= NA_N\Delta r_k[R_1^{2(N-1)} + R_2^{2(N-1)} \\ &+ 2R_1^{N-1}R_2^{N-1}\cos N\pi]^{1/2}/A_{k+N-1}[R_1^{2(k+N-1)} + R_2^{2(k+N-1)} \\ &- 2R_1^{k+N-1}R_2^{k+N-1}\cos(k + N - 1)\pi]^{1/2}. \end{aligned} \quad (45)$$

$2N$ 极磁场的测量信号为:

$$\begin{aligned} B_{N,id} &\propto \int_{-L/2}^{L/2} -\mu A_N N\omega [R_1^{2N} + R_2^{2N} - 2R_1^N R_2^N \cos N\pi]^{1/2} \\ &\quad \sin(N\omega t + \varphi_N) dz. \end{aligned} \quad (46)$$

因此, $2(k + N - 1)$ 极磁场的测量误差幅值和 $2N$ 极磁场幅值之比, 在二维情况下是:

$$\begin{aligned} \Delta B_{(k+N-1),max}/B_{N,id,max} &= (k + N - 1)\Delta r_k[R_1^{2(N-1)} \\ &+ R_2^{2(N-1)} + 2R_1^{N-1}R_2^{N-1}\cos N\pi]^{1/2}/[R_1^{2N} + R_2^{2N} \\ &- 2R_1^N R_2^N \cos N\pi]^{1/2}. \end{aligned} \quad (47)$$

可以近似地认为:

$$\frac{\Delta B_{(k+N-1),max}}{B_{N,id,max}} = (k + N - 1) \frac{\Delta r_k}{R_1}, \text{ 如果 } R_1 \gg R_2; \quad (48a)$$

或者,

$$\frac{\Delta B_{(k+N-1),max}}{B_{N,id,max}} = (k + N - 1) \frac{\Delta r_k}{R_2}, \text{ 如果 } R_2 \gg R_1; \quad (48b)$$

如果 $R_1 \approx R_2 = R_0$ 则:

$$\frac{\Delta B_{(k+N-1),max}}{B_{N,id,max}} = (k + N - 1) \frac{\Delta r_k}{R_0}. \quad (48c)$$

四、结 论

通过上面的分析知道, 当只考虑 Δr_R (它由安装、制造误差或旋转引起的振动所造成)的一级项时, 它所引起的 $2M$ 极磁场分量的测量误差, 正比于被测磁场中的 $2(M - k + 1)$ 极磁场分量 (见式 (38)) 及 Δr_k 。或者说, 误差项 Δr_k 和被测磁场中的 $2m$ 极磁场分量相耦合, 导致 $2(k + m - 1)$ 极磁场分量的测量误差, 见式 (34)。在一个 $2N$ 极磁铁里, 它的主要磁场分量是 $2N$ 极磁场, 所以旋转测磁仪的误差项 Δr_k 将导致 $2(k + N - 1)$ 极磁场分量的测量误差。或者说 $2M$ 极磁场分量的测量误差, 是由 $k = M - N + 1$ 的误差项所引起的。测量误差的幅值正比于 Δr_k , 如式 (42) 所示。测量误差和主磁场 ($2N$ 极磁场) 之比, 如式 (47) 所示。

例如, 设被测磁铁是四极磁铁 ($N = 2$), 测量线圈的两匝导线分别位于 $R_1 = 50$

mm, $R_2 = 0$ 处, 利用式(42), 可知:

$$\begin{aligned}\Delta B_{1,\max} &\propto -\mu_2 A_2 \omega L \Delta r_0 (R_1 + R_2); \\ \Delta B_{2,\max} &\propto -\mu_2 A_2 \omega L 2 \Delta r_1 (R_1 + R_2); \\ \Delta B_{3,\max} &\propto -\mu_2 A_2 \omega L 3 \Delta r_2 (R_1 + R_2); \\ \Delta B_{4,\max} &\propto -\mu_2 A_2 \omega L 4 \Delta r_3 (R_1 + R_2); \\ &\vdots \\ \Delta B_{k+1,\max} &\propto -\mu_2 A_2 \omega L (k+1) \Delta r_k (R_1 + R_2).\end{aligned}$$

从式(46)可知, 在二维情况下, 二极磁场幅值为

$$B_{N,id,\max} \propto -\mu_2 A_2 \omega L (R_1^2 - R_2^2),$$

所以, 各极磁场分量测量误差和主磁场之比为:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta B_{1,\max}}{B_{2,id,\max}} &= \frac{\Delta r_0}{R_1 - R_2}; \\ \frac{\Delta B_{2,\max}}{B_{2,id,\max}} &= \frac{2 \Delta r_1}{R_1 - R_2}; \\ \frac{\Delta B_{3,\max}}{B_{2,id,\max}} &= \frac{3 \Delta r_2}{R_1 - R_2}; \\ &\vdots \\ \frac{\Delta B_{k+1,\max}}{B_{2,id,\max}} &= \frac{(k+1) \Delta r_k}{R_1 - R_2}.\end{aligned}$$

如果 $\Delta r_k = 0.05$ mm, 则:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta B_{1,\max}}{B_{2,id,\max}} &= \frac{0.05}{50} = 10^{-3}; \\ &\vdots \\ \frac{\Delta B_{k+1,\max}}{B_{2,id,\max}} &= (k+1) 10^{-3}.\end{aligned}$$

如果希望各高次磁场谐波的测量误差是主磁场的 10^{-4} , 则要求

$$\Delta r_k \leq \frac{10^{-4}}{(k+1)} R_1 = \frac{5 \times 10^{-3}}{(k+1)} \text{ mm.}$$

可见, 为了保证各磁场谐波的测量达到一定的精度, 对旋转磁测仪的制造、安装误差及旋转运动的平稳无振动、晃动都提出相当严格的要求。对安装、制造公差及运动的振动、晃动都应严格检查, 尽力消除。此外, 用同一线圈对同一磁场反复拆装测量, 并用同一规格的几个线圈测量同一磁场, 从多次测量数据的重复性, 也可以进一步检验测磁仪的测量精度。

参 考 文 献

- [1] 徐建铭, 高能物理与核物理, 11(1987), 238.

ANALYSIS OF THE ERRORS OF THE ROTATING COIL MAGNETOMETER

XU JIANMING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

The influence of vibration, eccentricity of rotating coil magnetometer on its accuracy is analysed in this paper. Results show that these influences can not be ignored. The relation between measuring error and vibration of the magnetometer is given in this paper also.