第12卷 第6期 高能物理与核物理 Vol. 12, No. 6
1988年11月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1988

快报

手征相变的平均场分析*

刘 保 华
（湖北大学物理系，武汉）

李 家 荣
（华中师范大学粒子物理研究所，武汉）

摘 要

利用平均场论研究了有限温度下的手征相变，求得了临界温度和相图。

有限温度下的手征相变最近受到了人们的普遍关注[1]。研究这一相变的主要方法是 Monte Carlo 模拟[2]与有限温度下的 Dyson 方程[3]。如所周知，计算是非常复杂的。因此，找到一种简单的近似方案，使得能较为迅速地得到手征相变的定性图象，是一个十分有意义的课题。本文将把 Walecka 在研究致密物质时提出的平均场论[4]推广到有限温度的情形，用它来分析手征相变。

考虑具有手征不变性的如下模型[5]：

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_0 + \mathscr{L}_I \tag{1}$$

$$\mathscr{L}_0 = -\bar{\psi}\gamma\cdot\partial\psi - \frac{1}{2}\partial\phi_p\partial\phi_p - \frac{1}{2}m^2\phi_p^2 - \frac{1}{2}\partial\phi_s\partial\phi_s - \frac{1}{2}m^2\phi_s^2 \tag{2}$$

$$\mathscr{L}_I = ig\bar{\psi}\gamma_5\psi\phi_p + g\bar{\psi}\psi\phi_s \tag{3}$$

描述系统的相的序参量是

$$\varphi = (\varphi_p^2 + \varphi_s^2)^{1/2} \tag{4}$$

这里

$$\varphi_p = \langle\phi_p\rangle = \mathrm{Tr}\,e^{-\beta H}\phi_p/\mathrm{Tr}\,e^{-\beta H},\quad \varphi_s = \langle\phi_s\rangle = \mathrm{Tr}\,e^{-\beta H}\phi_s/\mathrm{Tr}\,e^{-\beta H} \tag{5}$$

在零温情形下，$\varphi = \varphi_s \neq 0$，手征对称性是自发破缺的。在以前的工作中[6]，我们曾利用泛函方法确定了作为温度的函数的序参量。结果表明，当 $T \geqslant T_c = 340\mathrm{MeV}$ 时，手征对称性得以恢复（$\varphi = 0$）。现在我们利用平均场论来研究同一问题。首先建立序参量 φ 满足的方程。由标量场的运动方程

$$(\Box - m^2)\phi_p = -ig\bar{\psi}\gamma_5\psi \tag{6}$$

$$(\Box - m^2)\phi_s = -g\bar{\psi}\psi \tag{7}$$

两边同时取 Gibbs 平均，得到[6]

$$m^2\varphi_p = ig\langle\bar{\psi}\gamma_5\psi\rangle \tag{8}$$

---

* 国家自然科学基金资助项目。
本文 1988 年 3 月 2 日收到。

$$m^2\varphi_s = g\langle\bar{\Phi}\phi\rangle \tag{9}$$

为了计算$\langle\bar{\Phi}\gamma_5\phi\rangle$和$\langle\bar{\Phi}\phi\rangle$，必须解费米子的运动方程

$$(\gamma\cdot\partial + ig\gamma_5\phi_p + g\phi_s)\phi = 0 \tag{10}$$

显然，要求得精确解是极为困难的． Walecka 已经证明[4]，在高密度的情形下，量子修正不大，可以把费米子运动方程中的标量场算符用相应的经典场代替．这里，我们采用类似的想法，认为在(10)式中，可以用 φ_p 和 φ_s 分别代替 ϕ_p 和 ϕ_s．于是有

$$(\gamma\cdot\partial + ig\gamma_5\varphi_p + g\varphi_s)\phi = 0 \tag{11}$$

这一方程是可以精确求解的！ 用算子 $(\gamma\cdot\partial + ig\varphi_p\gamma_5 - g\varphi_s)$ 作用在(11)式两边，得到

$$(\Box - g^2\varphi^2)\phi = 0 \tag{12}$$

可见费米子的有效质量是 $g\varphi$．方程(11)的一般解为：

$$\phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int d\boldsymbol{K}\sqrt{\frac{g\varphi_s}{E_{\boldsymbol{K}}}}\sum_{\sigma=1}^{2}(u_{\boldsymbol{K}\sigma}C_{\boldsymbol{K}\sigma}e^{iK\cdot x} + V_{\boldsymbol{K}\sigma}d^{+}_{\boldsymbol{K}\sigma}e^{-iK\cdot x}) \tag{13}$$

这里

$$u_{\boldsymbol{K}\sigma} = \left[\frac{E_{\boldsymbol{K}} + g\varphi_s}{2g\varphi_s}\right]^{1/2}\begin{pmatrix}\xi_\sigma \\ \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{K} + ig\varphi_p}{E_{\boldsymbol{K}} + g\varphi_s}\xi_\sigma\end{pmatrix} \tag{14}$$

$$V_{\boldsymbol{K}\sigma} = \left[\frac{E_{\boldsymbol{K}} + g\varphi_s}{2g\varphi_s}\right]^{1/2}\begin{pmatrix}\dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{K} - ig\varphi_p}{E_{\boldsymbol{K}} + g\varphi_s}\xi_\sigma \\ \xi_\sigma\end{pmatrix} \tag{15}$$

$$E_{\boldsymbol{K}} = (\boldsymbol{K}^2 + g^2\varphi^2)^{1/2} \tag{16}$$

现在来计算费米凝结$\langle\bar{\Phi}\phi\rangle$．首先考虑化学势为零的情形．利用(13)式及关系式[7]

$$\langle C^{+}_{\boldsymbol{K}\sigma}C_{\boldsymbol{K}\sigma}\rangle = \frac{V}{(2\pi)^3}n_{\boldsymbol{K}} = \frac{V}{(2\pi)^3}\frac{1}{1+\exp(\beta E_{\boldsymbol{K}})} \tag{17}$$

$$\langle d^{+}_{\boldsymbol{K}\sigma}d_{\boldsymbol{K}\sigma}\rangle = \frac{V}{(2\pi)^3}\bar{n}_{\boldsymbol{K}} = \frac{V}{(2\pi)^3}\frac{1}{1+\exp(\beta E_{\boldsymbol{K}})} \tag{18}$$

求得：

$$\begin{aligned}\langle\bar{\Phi}\phi\rangle &= \frac{1}{V}\left\langle\int d\boldsymbol{x}\bar{\phi}(\boldsymbol{x},0)\phi(\boldsymbol{x},0)\right\rangle \\ &= \frac{1}{V}\int d\boldsymbol{K}\frac{g\varphi_s}{E_{\boldsymbol{K}}}\sum_{\sigma=1}^{2}[\langle C^{+}_{\boldsymbol{K}\sigma}C_{\boldsymbol{K}\sigma}\rangle + \langle d^{+}_{\boldsymbol{K}\sigma}d_{\boldsymbol{K}\sigma}\rangle] \\ &= \int\frac{d\boldsymbol{K}}{(2\pi)^3}\frac{\gamma g\varphi_s}{E_{\boldsymbol{K}}}\frac{2}{1+\exp(\beta E_{\boldsymbol{K}})}\end{aligned} \tag{19}$$

这里已经利用了平移不变性并略去了零点振荡．类似地，可求得

$$\langle\bar{\Phi}\gamma_5\phi\rangle = -i\int\frac{d\boldsymbol{K}}{(2\pi)^3}\frac{\gamma g\varphi_p}{E_{\boldsymbol{K}}}\frac{2}{1+\exp(\beta E_{\boldsymbol{K}})} \tag{20}$$

将(19)和(20)分别代入(9)和(8)式，得到：

$$\varphi_p F(\varphi,\beta) = 0 \tag{21}$$

$$\varphi_s F(\varphi,\beta) = 0 \tag{22}$$

其中:

$$F(\varphi,\beta)=m^{2}-\int\frac{d\boldsymbol{K}}{(2\pi)^{3}}\frac{\gamma g}{E_{\boldsymbol{K}}}\frac{2}{1+\exp(\beta E_{\boldsymbol{K}})} \tag{23}$$

$\gamma=2$ 是自旋简并因子.

作为温度的函数的 φ,可由方程

$$F(\varphi,\beta)=0 \tag{24}$$

确定. 在(24)式中取 $\varphi=0$, 得到手征相变的临界温度

$$T_{C}=\sqrt{\frac{12}{\gamma}\frac{m}{g}}=326\mathrm{MeV} \tag{25}$$

这一结果与我们以往用其他方法求得的结果基本一致. 这里我们已经取 $g=15$, $m=2000\mathrm{GeV}$. (Ref.6)

再来考虑非零化学势的影响. 在这种情形下

$$n_{\boldsymbol{K}}=\frac{1}{1+\exp[\beta(E_{\boldsymbol{K}}-\mu)]} \tag{26}$$

$$\bar{n}_{\boldsymbol{K}}=\frac{1}{1+\exp[\beta(E_{\boldsymbol{K}}+\mu)]} \tag{27}$$

关于 φ_p 和 φ_s 的方程可写为

$$\varphi_{p}F(\varphi,\beta,\mu)=0 \tag{28}$$

$$\varphi_{s}F(\varphi,\beta,\mu)=0 \tag{29}$$

其中:

$$F(\varphi,\beta,\mu)=m^{2}-\int\frac{d\boldsymbol{K}}{(2\pi)^{3}}\frac{\gamma g^{2}}{E_{\boldsymbol{K}}}\left(\frac{1}{1+\exp[\beta(E_{\boldsymbol{K}}-\mu)]}+\frac{1}{1+\exp[\beta(E_{\boldsymbol{K}}+\mu)]}\right) \tag{30}$$

在方程 $F(\varphi,\beta,\mu)=0$ 中取 $\varphi=0$, 便得到决定相图的方程

$$m^{2}=\gamma g^{2}\int_{0}^{\infty}dyy\left(\frac{1}{1+\exp[\beta_{c}(y-\mu_{c})]}+\frac{1}{1+\exp[\beta_{c}(y+\mu_{c})]}\right) \tag{31}$$

由此求得的相图如图 1 所示.

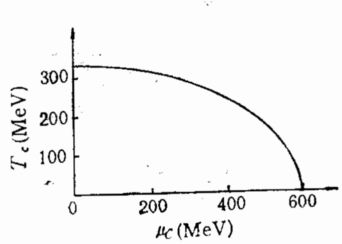

图 1 手征相变的相图

以上我们用平均场论研究了手征相变, 虽然计算十分简单, 但所得结论基本上是正

确的．因此我们认为，在动用非常复杂的工具之前，首先用平均场论来得到手征相变的定性图象是有益的．

参 考 文 献

[1] J. Cleymans, R. V. Gavai and E. Suhonen, *Phys. Rep.*, **130**(1986), 217 G. Baym, in: Quark Matter Formation and Heavy Ion Collisions, edited by M. Jacob and H. Satz (World Scientific, Singapore, 1982).

[2] J. Kogut, M. Stone, H. W. Wyld, S. H. Shenker, J. Shigemitsu and D. K. Sinclair, *Nucl. Phys.*, **B225** (FS9) (1983), 326.

[3] A. Kocic, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 1785.

[4] J. D. Walecka, *Ann. Phys.*, (N. Y.) **83**(1974), 491.

[5] D. Lurie, Particles and Fields (Interscience, New York, 1968), 453.

[6] Liu Bao-hua and Li Jia-rong, *Phys. Rev.*, **D37**(1988), 190.

[7] H. Umezawa and H. Matsumoto, Thermo Field Dynamics and Condensed Stetes (North-Holland Publishing Company, New York, 1982), 123.

MEAN-FIELD THEORY AND RESTORATION OF CHIRAL SYMMETRY

LIU BAOHUA

(*Hubei University, Wuhan*)

LI JIARONG

(*Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan*)

ABSTRACT

A mean-field theory is used to study the chiral phase transition at finite temperature. The critical temperature and the phase diagram are obtained.