第12卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 12, No. 5
1988年9月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Sept., 1988

解除 β、γ 带简并的一种方案*

王保林 洪沂
(淮阴师专) (江苏教育学院)
邱雪明 凌寅生
(苏州大学)

摘要

假设相互作用的哈密尔顿 $H=(\alpha_0+\alpha_1\hat{n}_d)\hat{L}\cdot\hat{L}-\beta C_2(SU(3))$，用一级微扰论计算了 ^{154}Gd、^{156}Gd 的能谱，说明了转动惯量随 L 增大的离心效应。

一、引言

在相互作用玻色子模型（IBM）中[1]，描述转动区原子核的 $SU(3)$ 极限的哈密尔顿为：

$$H=\alpha\hat{L}\cdot\hat{L}-\beta C_2(SU(3)), \tag{1}$$

能谱的解析表达式为

$$E=\alpha L(L+1)-\beta[\lambda^2+\mu^2+\lambda\mu+3(\lambda+\mu)-4N^2-6N], \tag{2}$$

文献[2]考虑了角动量 L 对转动惯量 $I=\dfrac{1}{2\alpha}$ 的影响，改进了基带能级和实验值的符合精度。但和[1]一样，β 带和 γ 带的能级仍然是简并的。

解除 β 带与 γ 带的能级简并的方法很多。例如，可以根据该转动核比较偏向于 $SO(6)$ 极限还是比较偏向于 $SU(5)$ 极限，在相互作用哈密尔顿中，分别加上 $SO(6)$ 的对-对相互作用或 $SU(5)$ 的对-对相互作用，$SU(3)$ 的对称性破缺，β，γ 带的简并问题自然地也就随着解决。

根据相互作用玻色子模型的微观理论[3]，(1)式中的系数 α、β 应为 d 玻色子数 $\hat{n}_d$ 的函数。为简便起见，我们假定 α 为 $\hat{n}_d$ 的线性函数：

$$\alpha=\alpha_0+\alpha_1\hat{n}_d \tag{3}$$

β 为常数，即假定系统的哈密尔顿为：

$$H=(\alpha_0+\alpha_1\hat{n}_d)\hat{L}\cdot\hat{L}-\beta C_2(SU(3)), \tag{4}$$

这时 $SU(3)$ 的对称性破缺，β、γ 带的简并解除，同时也能说明转动惯量随角动量改变的

---

* 本工作部分地由中国科学院基金资助。
本文 1987 年 7 月 1 日收到。

离心效应.

二、能谱计算

假定能谱对 $SU(3)$ 极限的偏离比较小,这时 α_1 为一小量

$$H' = \alpha_1 \hat{n}_d \hat{L}\cdot\hat{L}, \tag{5}$$

可以当作微扰. 作为初步的考虑,能量的微扰计算到一级,波函数只取零级.

对于基带,能量的一级修正为:

$$\begin{aligned}\varepsilon_g(L) &= \langle [N](2N,0)LM|H'|[N](2N,0)LM\rangle \\ &= \alpha_1 L(L+1)\langle [N](2N,0)LM|\hat{n}_d|[N](2N,0)LM\rangle \\ &= \alpha_1 L(L+1)\frac{8N(N-1)+L(L+1)}{6(2N-1)},\end{aligned} \tag{6}$$

对于 β,γ 带中简并的能级 $(L=2,4,6\cdots 2N-4)$,能量的一级修正为

$$\varepsilon_{\beta,\gamma}(L) = \frac{1}{2}\left[H'_{aa}+H'_{bb}\pm\sqrt{(H'_{aa}+H'_{bb})^2-4(H'_{aa}\cdot H'_{bb}-H'^2_{ab})}\right], \tag{7}$$

其中

$$\begin{aligned}H'_{aa}(L) &= \langle [N](2N-4,2)\kappa=0,LM|H'|[N](2N-4,2)\kappa=0,LM\rangle \\ &= \alpha_1 L(L+1)\left\{N-\frac{\varphi(2N-3,L)}{3(2N-3)(2N-1)}\right. \\ &\quad \left.-\frac{(2N-1)(2N-L-2)(2N+L-1)\varphi(2N-5,L)}{6(2N-5)(2N-3)\varphi(2N-3,L)}\right\},\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}H'_{bb}(L) &= \langle [N](2N-4,2)\kappa=2,LM|H'|[N](2N-4,2)\kappa=2,LM\rangle \\ &= \alpha_1 L(L+1)\left\{N-\frac{(N-2)(2N-L-4)(2N+L-3)\varphi(2N-3,L)}{6(2N-5)(N-1)\varphi(2N-5,L)}\right. \\ &\quad \left.-\frac{4(2N-3)(L-1)L(L+1)(L+2)}{3(2N-5)(N-1)\varphi(2N-5,L)\varphi(2N-3,L)}\right\},\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}H'_{ab}(L) = H'_{ba}(L) &= \langle [N](2N-4,2)\kappa=0,LM|H'|[N](2N-4,2)\kappa=2,LM\rangle \\ &= -\frac{2\alpha_1 L(L+1)}{3(2N-5)\varphi(2N-3,L)} \\ &\quad \cdot\sqrt{\frac{(2N-1)(2N-L-2)(2N+L-1)(L-1)L(L+1)(L+2)}{2(N-1)}},\end{aligned} \tag{10}$$

$$\varphi(\lambda,L) = 2(\lambda+1)^2 - L(L+1). \tag{11}$$

对于 β,γ 带中非简并的能级,能量的一级修正为:

1) $L=0$　　(β 带)

$$\varepsilon_\beta(0) = 0; \tag{12}$$

2) $L=2N-2$　　(β 带)

$$\varepsilon_\beta(2N-2) = H'_{aa}(2N-2); \tag{13}$$

3) $L=3,5,7\cdots 2N-3$　　(γ 带)

$$\varepsilon_\gamma(L)=H'_{bb}(L)$$

$$=\alpha_1 L(L+1)\left\{N-\frac{(2N-L-3)(2N+L-2)}{6(2N-5)}\right\}. \quad (14)$$

由此算得的 ^{154}Gd 与 ^{156}Gd 的能谱与实验值的对照列于表 1 和表 2. 公式 (4) 中的数值 β 由 β 带的带头位置决定，α_0 与 α_1 的值由最小二乘法确定.

表 1　^{154}Gd 的能谱与实验值的比较

($\alpha_0=35.43$, $\alpha_1=-2.54$, $\beta=5.403$，实验值取自文献[5]，能量单位：keV)

基带 (22, 0)			β 带(18,2)$K=0^+$			γ 带(18,2)$K=2^+$		
L	E_{exp}	E_{th}	L	E_{exp}	E_{th}	L	E_{exp}	E_{th}
0	0	0	0	680.7	680.7	2	996.3	791.0
2	123.1	105.4	2	815.5	781.5	3	1128	880.5
4	371.0	345.7	4	1048	1010	4	1264	1041
6	717.7	707.4	6	1366	1348	5	1432	1167
8	1144	1169	8	1757	1769	6	1607	1412
10	1637	1702	10	2195	2234			
12	2185	2269	12	2622	2688			

表 2　^{156}Gd 的能谱与实验值的比较

($\alpha_0=22.31$, $\alpha_1=-1.11$, $\beta=7.536$ 实验值取自文献[2]能量单位：keV)

基带 (24, 0)			β 带(20,2)$K=0^+$			γ 带 (20, 2) $K=2^+$		
L	E_{exp}	E_{th}	L	E_{exp}	E_{th}	L	E_{exp}	E_{th}
0	0	0	0	1049	1049	2	1154	1134
2	89	82.7	2	1129	1129	3	1248	1210
4	288.2	273.4	4	1298	1315	4	1355	1329
6	584.5	566.8	6	1540	1598	5	1507	1445
8	965.3	954.3				6	1644	1627
10	1416	1424.3				7	1850	1774
12	1925	1962						

三、转动惯量

公式(4)中等效的转动惯量

$$\frac{1}{2I}=\langle|\alpha_0+\alpha_1\hat{n}_d|\rangle, \quad (15)$$

对于基带：

$$\frac{1}{2I}=\left\{\alpha_0+\alpha_1\frac{4N(N-1)}{3(2N-1)}\right\}+\alpha_1\frac{L(L+1)}{6(2N-1)},\tag{16}$$

其中第二项表示离心效应[4]. 基态的转动惯量

$$\frac{1}{2I_0}=\alpha_0+\alpha_1\frac{4N(N-1)}{3(2N-1)}\tag{17}$$

由此算得的 ^{154}Gd 与 ^{156}Gd 基态的转动惯量与转动-振动模型（RVM）中所用的参量值[4]基本上相同(表 3). 对于 β, γ 带,因为既有简并能级,又有非简并级能，转动惯量的表式比较复杂,这里不再列出.

在上述微扰近似下,基带的波函数没有改变. 若 $E2$ 跃迁算子仍取

$$T^{(E2)}=\alpha\left\{(s^+\tilde{d})^{(2)}+(d^+\tilde{s})^{(2)}-\frac{\sqrt{7}}{2}(d^+\tilde{d})^{(2)}\right\},\tag{18}$$

则 β、γ 带到基带的 $E2$ 跃迁禁止. 若要讨论上述带间跃迁,可以多算一级微扰,或者在截断的子空间之内把(4)式中的哈密尔顿 H 对角化. 对与 $SU(3)$ 极限偏离不大的核，微扰计算和将 H 对角化所得的结果应该差别不大.

表 3 ^{154}Gd、^{156}Gd 基态的转动惯量 $\frac{1}{I_0}$ (keV)

核	^{154}Gd	^{156}Gd
$\frac{1}{I_0}$ (IBM)	36.99	27.63
$\frac{1}{I_0}$ (RVM)	32.35	25.49

感谢杨立铭教授建议我们讨论这一课题.

参 考 文 献

[1] A. Arima, F. Iachello, *Ann. Phys.*, **111**(1978), 201.
[2] 廖继志,高能物理与核物理, **10**(1986),374.
[3] 杨立铭,卢大海,第六次全国核物理会议论文集,(1984),19.
[4] J. M. Eisenberg, W. Greiner, Nuclear Model, North-Holland, Amsterdan, (1970).
[5] *Nuclear Data sheets*, Vol. **26**(1979), 2.

A SCHEME OF ELIMINATING DEGENERATION BETWEEN β AND γ BANDS

Wang Baolin (*Huaiyin Teacher's College*)
Hong Yi (*Jiangsu Education College*)
Qiu Xueming Ling Yingsheng (*Suzhou University*)

Abstract

According to microscopic consideration, the coefficients in $SU(3)$ limit of IBM are dependent on the d boson number $\hat{n}_d$. It is supposed that the coefficient of $\hat{L}\cdot\hat{L}$ term is the linear function of $\hat{n}_d$ and this problem is solved by perturbation method. The degeneracies of the β and γ bands are solved and the centrifugal effect can be demonstrated.