

对称裂变最优形状探讨

戴光曦 李伟生

(中国科学院近代物理所, 兰州)

摘 要

本文用四次方程代替常用的几个二次方程曲线的回转体, 来描述对称裂变的大形变过程。基于标准液滴模型, 作了形变能对形状的变分计算, 找出一组优形的方程系数 $\{b_i\}$, 它对应的形变能低于具有相同两半质心间距的卡西尼亚卵形体的。对 $A = 208-308$ 的范围内作了检验, 表明此形状方程 $\{b_i\}$ 是适用的。与卵形体比较, 优形体的裂变位垒较低, 过垒后的形变势能下降更陡。在出现脖子前优形与卵形差别不大; 在出现脖子后两者才有显著的能量差别, 而且优形对应的脖子截面大于卵形体的, 在断点时两者又趋于一致。

高激发态核的对称裂变的形状描述, 在重离子反应中的裂变出射道, 诸如复合核裂变、准裂变和跟随裂变以及两体全耗散出射道等都有重要应用。有的作者用三个二次方程组, 把它们联接起来形成一个具有脖子的裂变大形变形状^[1]。近年来提出用卡西尼亚(Cassian)卵形线回转体来统一描述从球形到出现脖子形状, 直到断点(双纽线回转体)的裂变过程^[2]。用这卵形体所预示的鞍点转动惯量、裂变阈和裂片平均总动能, 均与实验值有较好的拟合^[3,4]。这样, 本文将基于标准液滴模型, 用变分法对卵形体的近似性作出证明, 进而找出比卵形体更好的形状来。

卡西尼亚卵形线是 z 和 ρ 的偶次四次方程式的特例, 其一般式可表示成

$$a^4(z^4 + b_1 z^2 \rho^2 + b_2 \rho^4 + b_3 z^2 + b_4 \rho^2 + b_5) = 0, \quad (1)$$

式中 b_i 和 a 都是待定系数, 可以令它们是形变参数 ϵ 的函数; ϵ 取值从 0(球形)到 1(断点)。对卵形体, $\{b_{i0}\}$ 为 $\{2, 1, -2\epsilon^2, 2\epsilon^2, \epsilon^4 - 1\}$, 而保持体积守恒因子 $a = f(\epsilon)a_0$, $a_0 = r_0 A^{1/3}$ 。在此 $f(\epsilon)$ 为:

$$f(\epsilon) = \left\{ 4 / \left[(1 - 2\epsilon^2) \sqrt{1 + \epsilon^2} + \frac{3}{\epsilon} \ln(\epsilon + \sqrt{1 + \epsilon^2}) \right] \right\}^{1/3}. \quad (2)$$

卵形体两半块质心间距 d_{c0} 可表示成

$$d_{c0}(\epsilon) = 0.75(1 - \epsilon^4/3)f'(\epsilon)a_0. \quad (3)$$

变分计算是在固定 d_{c0} 的条件下, 保持体积守恒和表面不出现断裂(即连通区条件)等约束下进行的。这时偏离于球形的形变能 E 将是 $z(\rho, b_i, \epsilon)$ 的泛函:

$$E(b_i, \varepsilon) = E_s[x(\rho, b_i, \varepsilon)] - E_{s0} + E_c[x(\rho, b_i, \varepsilon)] - E_{c0}, \quad (4)$$

式中 $E_s - E_{s0}$ 和 $E_c - E_{c0}$ 分别为形变核与球形核的表面能与库仑能。为了直观看出 E 和形状 $\{b_i\}$ 的关系,在图1中显示了它和脖子截面积 S 的函数关系;这时

$$S = [\sqrt{b_1^2 - 4b_2b_5} - b_4]\pi a^2/2b_2.$$

图1是在 $A = 238, Z$ 用格林公式给出计算的结果。从图可见卵形体对应的形变能并不是最小值,最小值的形状 $\{b_i\}$ 具有比卵形体稍粗的脖子。图1计算用的是步过程,即先将 b_i 系数从卵形体系数 b_{i0} 作偏离,再用图形的相似变换使质心间距 d_c 与 d_{c0} 一致,然后作 ρ 向压缩(或伸长)以保持体积守恒。我们从一步计算定出 E 为最小值的一组 $\{b_i\}$,称作优 I 形状。但它还不是最好的形状,为此又作了给出优 II 的两步计算。优 II 的计算第一步是在固定 $d_{c0}(\varepsilon_0)$ 值下,从不同 ε 值的卵形体作体积守恒下的 z 向伸缩(这时 ρ 向将作相应的伸缩),找到形变能最小的 $\{b_{i1}\}$ 形状。换言之,在卵形体的子群中,通过伸缩

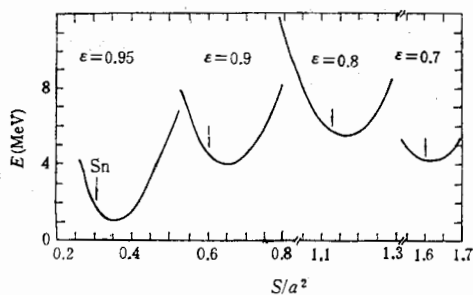


图 1

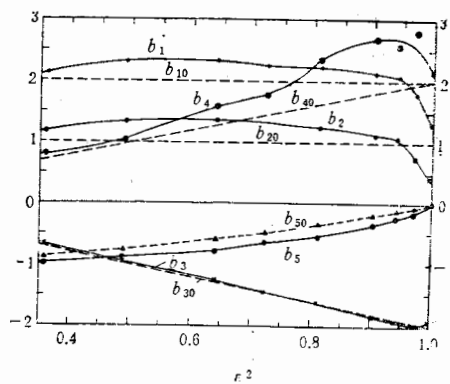


图 2

来算出 E , 以找到最佳形状。第二步是以 $\{b_{i1}\}$ 形状为起点, 偏离开卵形体的子群再作一步变分计算。最后得到的优 II 形状 $\{b_i\}$ 与 ε^2 的关系在图2中显示出来。为了比较, 在图2中也将卵形体的 $\{b_{i0}\}$ 画出, 可以看到 b_4, b_2 与 b_1 对卵形线偏离较大, 而 b_3 的偏离则很小; 在 ε 值小于 0.7 (不出现脖子时), 两者趋于一致; 而在 ε 值在 0.985 附近, b_i 值变化较大。到达断点 ($\varepsilon = 1$) 前, 优 II 形的脖子反而比卵形体的更细些。这在图3中显示出来。

在表1中列出了 $A = 238$ 时在质心间距不同时的卵形体、优 I 和优 II 形变能的比较。可以看出在 $\varepsilon < 0.8$ 时优形与卵形的形变能 E 的差别不大; 随着分离距增加, 这种差别愈来愈大, 但在断点附近, 两者又稍接近。因此, 只有在出现脖子的大形变时, 卵形体才需要作出修正而用优形 II 来代替。表1中列出了优形 II 的系数, 它是通用的系数。在 $A = 208$ 到 308 范围作了通用性的检验, 发现仅在 $A \sim 300$ 时, 其形变能比最小值稍高一些: 例如 $\varepsilon = 0.97$, 高 0.02 MeV, 对 $\varepsilon = 0.985$ 则为 0.002 MeV。

从这变分计算, 至少证明了卵形体的形变能接近于最小值, 可将此形状作为裂变形变的一种近似。在大形变时, 一组 $\{b_i\}$ 系数对应的优 II 形状已经找到, 它比卵形体的形变能小。优 II 形状的鞍点比卵形体的稍稍内缩, 而位垒变薄, 所以它预示的位垒穿透因子变大。

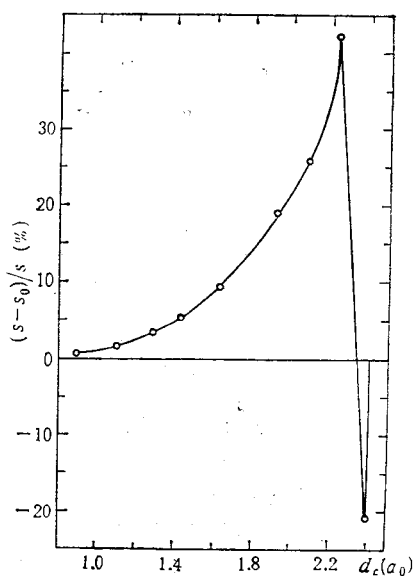


图 3

表 1 $A = 238$ 核的形变能 E 与分离距 d_{c0} 的关系和优 II 形的系数 b_i

ϵ	0.7	0.8	0.85	0.9	0.95	0.97	0.985	0.999
d_{c0} (a_0 单位)	1.099	1.288	1.428	1.624	1.918	2.081	2.230	2.396
E (优 II) (MeV)	4.00	5.12	4.96	3.58	0.08	-2.13	-4.73	-11.23
E (优 I) (MeV)	4.00	5.14	—	3.84	0.95	-0.90	-3.45	-11.23
E (卵形) (MeV)	4.02	5.33	5.37	4.39	1.44	-0.68	-3.43	-10.41
b_1	2.3076	2.3350	2.4029	2.2395	2.1344	2.0833	1.7553	1.3083
b_2	1.3313	1.3631	1.4435	1.2538	1.1390	1.0851	0.7702	0.4279
b_3	-0.9485	-1.2524	-1.4583	-1.6300	-1.8522	-1.9361	-1.9665	-1.8942
b_4	1.0324	1.5942	1.7778	2.3592	2.6769	2.5942	2.8232	2.1728
b_5	-0.8913	-0.7832	-0.6443	-0.5501	-0.3395	-0.2134	-0.1481	-0.0036

参 考 文 献

- [1] P. Moller, et. al., LA-UR-86-3266.
- [2] V. S. Stavinsky, et. al., Nucl. Phys. (UISR), 7(1968), 1051.
- [3] G. X. Dai, G. X. Liu, X. M. Liu, Proc. Conf. Harrogate U. K., 1(1986), C137.
- [4] 戴光曦,王正大,高能物理与核物理, 9(1985),622.
- [5] 戴光曦,刘希明,刘国兴,高能物理与核物理,用卵形体描述裂变的动力学探讨,(待发表).

EXPLORATION OF OPTIMUM SHAPE IN SYMMETRY FISSION

DAI GUANGXI LI WEISHENG

(Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou)

ABSTRACT

In the paper, large deformation of symmetry fission has been described by a biquadratic surface revolution instead of several quadratic equations. Based on the standard liquid drop model, variation calculation of deformation energy have been performed, a better shape with a group of coefficient (bi) than Cassinian ovaloid obtained. The shape with (bi) has lower deformation energy than that of ovaloid, at same separation distances between C. M. of half bodies. The so-called shape optimum II with (bi) can generally be used in mass range 200—300. The fission barrier for opt. II is lower and thinner than that of the ovaloid, because after the saddle point the potential descends more quickly. The saddle point is a little bit pressed for the shape opt. II. There are significant differences of deformation energy between the shape opt. II and ovaloid, when neck in middle appears. The neck cross-section of the opt. II is larger than that of ovaloid before the scission point be reached, and equal or thinner near the point.