第 12 卷 第 1 期　　高 能 物 理 与 核 物 理　　Vol. 12, No. 1
1988 年 1 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Jan., 1988

双圈有限超对称 $SU(5)$ 模型构造

王 永 江
(四川大学物理系,成都)*

摘　　要

通过解出双圈有限条件的限制方程,本文给出了别一类双圈有限 $SU(5)$ 大统一模型,使得除一对轻 Higgs 双重态外,其它 Higgs 粒子都是超重的($\sim M_x$).通常的 CKM 混合只有在过渡到低能区时才能得到.

在超对称杨-米尔斯理论中,对最一般的可重整拉氏量,超势的表达式为:

$$W = e_a\varphi^a + \frac{1}{2}m_{ab}\varphi^a\varphi^b + \frac{1}{3!}d_{abc}\varphi^a\varphi^b\varphi^c. \tag{1}$$

其中 φ^a 是手征超场,一般按规范群的一个可约表示 R_i 变换. e_a、m_{ab}、d_{abc} 分别是一次项、二次项、三次项的系数. 在满足一定的限制条件下,模型将具有单圈有限性,而这一限制条件同时也具有双圈有限性[1]. 对于 $SU(5)$ 大统一模型,为满足双圈有限性,能容纳三代费米子,且破缺道为 $SU(5)\to SU(3)\times SU(2)\times U(1)$,其物质超场的表示结构只能是[2]:

$$R = 4\times(5) + 7\times(\bar{5}) + 3\times(10) + 1\times(24) \tag{2}$$

其中,括号中的数值代表表示的维数,括号左边的数值是该表示的个数. 如果去掉可能引起大的 B-L 数破坏项,则模型的超势可表为:

$$W = A^a_{ij}\tilde{\phi}_a\psi_i\Lambda_j + \frac{1}{2}B^a_{ij}\phi_a\Lambda_i\Lambda_j + C_{ab}\tilde{\phi}_a\phi_b\Sigma + \frac{1}{3}D\mathrm{Tr}\Sigma^3$$
$$+ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{7}}gM_0\mathrm{Tr}\Sigma^2 + M_{ab}\tilde{\phi}_a\phi_b \tag{3}$$

其中 ψ_i、Λ_j 对应的表示分别是$(\bar{5})$、(10); $i, j = 1, 2, 3$. 容纳三代费米子. $\tilde{\phi}_a$、ϕ_a、Σ 对应的表示分别为$(\bar{5})$、(5)、(24),是超 Higgs 多重态. $a = 1, 2, 3, 4$. A^a_{ij}, B^a_{ij}, C_{ab}, D 是超势中相互作用项的系数. M_0、M_{ab} 则是质量项的系数,具有 $\sim M_x$ 量级, M_x 是大统一质量. 为简单起见,我们可以假设 $M_{ab} = M\delta_{ab}$, $C_{ab} = C_a\delta_{ab}$.

为保证模型的双圈有限性,超势中立方项的系数必须满足限制方程[3]:

$$\sum_{i,j} A^a_{ij}A^{b*}_{ij} + \frac{6}{5}\sum_c C_{ac}C^*_{bc} = \frac{6}{5}g^2\delta_{ab}. \tag{4a}$$

* 作者现通信地址: 南京工学院理化系.

本文 1986 年 9 月 12 日收到.

$$\sum_{i,j} B^a_{ij} B^{b*}_{ij} + \frac{1}{10} \sum_c C_{ca} C^*_{cb} = \frac{1}{10} g^2 \delta_{ab}. \tag{4b}$$

$$\sum_{a,k} A^a_{ik} A^{a*}_{jk} = \frac{6}{5} g^2 \delta_{ij}. \tag{4c}$$

$$\sum_{a,k} A^a_{ik} A^{a*}_{jk} + 24 \sum_{a,k} B^a_{ik} B^{a*}_{jk} = \frac{18}{5} g^2 \delta_{ij}. \tag{4d}$$

$$\sum_{ab} C_{ab} C^*_{ab} + \frac{21}{5} DD^* = 10 g^2. \tag{4e}$$

其中“$*$”号表示复共轭．对上述方程求迹可得：

$$|C|^2 = \sum_{ab} C_{ab} C^*_{ab} = g^2 \tag{5a}$$

$$|D|^2 = \frac{15}{7} g^2 \tag{5b}$$

如果要求所有这些系数都是实数，则有：

$$D = \sqrt{\frac{15}{7}}\, g \tag{6}$$

在文献[3—5]所讨论的模型中都作了假定：在 C_{ab} 中，除 C_{44} 外，其余各项都等于零，这样就有 $C_{44} = g$，并在这样一个特殊情况下，构造出现实模型．在文献[4]给出的模型中，由于出现了中间质量 Higgs 三重态，有引起过大的质子衰变率的危险．而文献[5]给出的模型中，弱电对称破缺是通过维数变换 (Dimensional transmutation) 实现的． 而文献[3]建议的模型有可能给出除一对 Higgs 双重态外，其它 Higgs 粒子都具有质量 $M \sim M_x$，并且弱电对称在树图下自发破缺．

由于满足双圈有限条件 (4a—e) 的解并不唯一，我们在本文中考察了用其它解建立现实模型的可能性．结果表明，通过对限制方程 (4a—e) 的求解，找到另一类解，给出现实模型．在此模型中，避免了文献[4]中的中间质量 Higgs 色三重态．并且弱电对称在树图下自发破缺． 与[3]不同，在本文给出的模型中，三代费米子的混合比通常的 Cabibbo、Kobayashi-Maskawa 混合具有更复杂的形式．但从下面的讨论中可以看出，在过渡到低能区时 ($\ll M_x$)，本模型亦能给出通常的 CKM-混合．

很显然，可以取真空态为：

$$\langle \Sigma \rangle = M_0(2, 2, 2, -3, -3) \tag{7a}$$

$$\langle \text{其它场} \rangle = 0 \tag{7b}$$

则 $SU(5)$ 规范对称破缺为： $SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$．结合方程(4)、(7)可得出 Higgs 态的质量项为：

$$\tilde{\phi}_a(M_{ab} + C_{ab}\langle \Sigma \rangle)\phi_b \tag{8a}$$

即：

$$\tilde{\phi}_a(M + C_a\langle \Sigma \rangle)\phi_a\delta_{ab} \tag{8b}$$

如果记：$\tilde{\phi}_a = (\tilde{H}^d_a, \tilde{H}^t_a)$ $\phi_a = (H^d_a, H^t_a)$

其中上标 d、t 分别表示双重态及色三重态．于是方程 (8b) 可以写成：

$$\tilde{H}^d_a(M - 3C_aM_0)H^d_a \tag{9a}$$

$$\tilde{H}^t_a(M + 2C_aM_0)H^t_a \tag{9b}$$

从(9b)可以看出，如果令：

$$M-3C_1M_0\sim O(M_w). \tag{10}$$

其中 M_w 为弱电标度，并取 C_2、C_3、C_4 比 C_1 小而又大于零的某些值，就可使除一对 Higgs 双重态 $\widetilde{H}_1^a$、H_1^a 之外的其它所有 Higgs 粒子的质量 $\sim M_x$. 例如，我们可取：

$$C_1=\sqrt{\frac{1}{3}}\,g,\quad C_2=C_3=C_4=\sqrt{\frac{2}{3}}\,g \tag{11}$$

(11)式显然满足方程 (5a). 这样的安排下方程的一组解为：

$$B^1_{ij}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{5}}\,g\delta_{ij};\quad B^2_{ij}=\begin{cases}B^2_{12}=B^2_{21}=\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{5}}\,g\\ 0 \quad (\text{其它})\end{cases}.$$

$$B^3_{ij}=\begin{cases}B^3_{23}=B^3_{32}=\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{5}}\,g\\ 0 \quad (\text{其它})\end{cases};\quad B^4_{ij}=\begin{cases}B^4_{31}=B^4_{13}=\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{5}}\,g\\ 0 \quad (\text{其它})\end{cases}. \tag{12}$$

$$A^a_{ij}=\begin{cases}A^1_{ij}=\frac{2}{\sqrt{15}}\,gU_{ij} & (U_{ij}\ \text{是任意}\ 3\times 3\ \text{么正矩阵})\\ A^a_{ij}=(A^aU)_{ij} & (\alpha=2,3,4)\end{cases} \tag{13}$$

其中：

$$A^2=\begin{pmatrix}0 & \sqrt{\frac{7}{15}}\,g & 0\\ \sqrt{\frac{7}{15}}\,g & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\quad A^3=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{7}{15}}\,g\\ 0 & \sqrt{\frac{7}{15}}\,g & 0\end{pmatrix},$$

$$A^4=\begin{pmatrix}0 & 0 & \sqrt{\frac{7}{15}}\,g\\ 0 & 0 & 0\\ \sqrt{\frac{7}{15}}\,g & 0 & 0\end{pmatrix}. \tag{14}$$

将解(11)、(12)、(13)代入超势表达式(13)，则得到该模型的超势为：

$$\begin{aligned}W=&\frac{2}{\sqrt{15}}\,gU_{ij}\tilde{\phi}_1\phi_i\Lambda_j+(A^aU_{ij})\tilde{\phi}_a\phi_i\Lambda_j+\frac{1}{6}\sqrt{\frac{1}{5}}\,g\phi_1\Lambda_i\Lambda_i\\ &+\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{5}}\,g\phi_2\Lambda_1\Lambda_2+\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{5}}\,g\phi_3\Lambda_2\Lambda_3+\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{5}}\,g\phi_4\Lambda_3\Lambda_1\\ &+\sqrt{\frac{1}{3}}\,g\tilde{\phi}_1\phi_1\Sigma+\sqrt{\frac{2}{3}}\,g\tilde{\phi}_a\phi_a\Sigma+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{15}{7}}\,g\mathrm{Tr}\Sigma^3+M\tilde{\phi}_a\phi_b\\ &+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{7}}\,gM_0\mathrm{Tr}\Sigma^2\end{aligned} \tag{15}$$

对重复指标求和. 显然，由(15)式给出的模型中，三代费米子的混合具有比较复杂的形

式,这也是这类模型所必然的,即不具有通常的 Cabbibo, Kobayashi-Maskawa 形式. 有趣的是,在过渡到低能区时 ($\ll M_x$),由于超重粒子退耦 ($\sim M_x$),其三代费米子混合将由么正矩阵 U_{ij} 给出. 所以,对 CKM-混合的偏离只表现在高能区.

加入适当的超对称破缺项[6],模型的双圈有限性仍能得到保持,并且弱电对称可以在树图下自发破缺.

感谢四川大学王珮教授的指导. 高能所黄涛教授,理论所朱重远教授也对本文的初稿提出了有益的意见,在此表示感谢!

参 考 文 献

[1] A. Parks and P. West, *Phys. Lett.*, **138B**(1984), 99.
[2] S. Hamidi, J. Patera and H. Schwartz, *Phys. Lett.*, **141B**(1984), 349.
[3] S. Hamidi and J. Schwartz, *Phys. Lett.*, **147B**(1984), 301.
[4] D. R. T. Jones and S. Raby, *Phys. Lett.*, **143B**(1984), 137.
[5] J. Leon, J. Perez-Mercader and M. Quiros, *Phys. Lett.*, **156B**(1985), 66.
[6] A. J. Parks, P. West, *Nucl. Phys.*, **B256**(1985), 340.

THE CONSTRUCTION OF A TWO-LOOP FINITE SUPERSYMMETRY *SU*(5) MODEL

WANG YONG-JIANG

(*Sichuan University, Chengdu*)

ABSTRACT

By solving the constraint equations of two-loop finiteness another type of two-loop finite $SU(5)$ ground unified model is given in this paper. There is only one pair of light Higgs doublet, and the other Higgs particles are all superheavy ($\sim M_x$). The ordinary CKM-mixing can be obtained only in the low energy region.