

在辐射俘获过程中 ($d\mu$) 原子的生成截面¹⁾

宋孝同 陈政
(杭州大学)

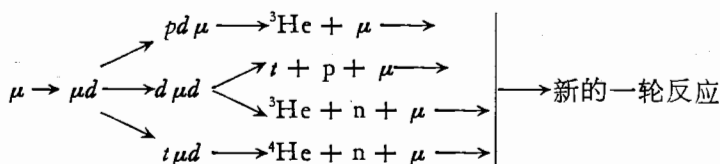
摘 要

在梯形近似下,导出了 ($d\mu$) 原子的 Bethe-Salpeter 方程. 在弱耦合条件下求得了 $l=0$ 的近似 BS 波函数. 利用这些波函数计算了 ($d\mu$) 原子在辐射俘获过程中的生成截面.

一、引 言

对于 μ 介子催化的聚变(或冷核)反应,近年来的实验上^[1-3]和理论上^[4-6]都进行了很多研究. 由于这一反应过程可能提供新的能源,因而受到了特别的关注.

由于 μ 子的质量远大于电子,因此当 μ 把质子或其同位素氘,氚等束缚成 μ 介子分子时,两核间的平均距离 R 约为 500fm, 这比氢分子中两个质子间的平均距离 10³fm 缩短了近 200 倍. 并且这时 μ 介分子的振动能量 $E \approx 250\text{eV}$, 相当于 $T \approx 3 \times 10^6\text{K}$ 的等离子体的情形,故极易产生核的聚变反应. 一般估计,反应几率约为 10¹¹ (1/秒). 事实上, μ 子在聚变过程中只起一个触媒的作用,聚变后释出的 μ 可以再次用来形成 μ 介原子和 μ 介分子. 例如一个可能通过 (μd) 原子的反应过程是



由此可见,这类反应的第一步是 (μd) 束缚态的形成. 本文的目的是建立 (μd) 电磁束缚系统的 Bethe-Salpeter 方程,在梯形近似及弱耦合条件下求解. 并利用相对论协变的近似 B-S 波函数计算通过辐射俘获过程生成 (μd) 原子的截面.

对于近似求解电磁束缚系统 B-S 方程已进行了不少工作^[7-10]. 本文将这类方法推广应用用于自旋(1/2-1)的情形.

1) 中国科学院科学基金资助课题.
本文 1985 年 5 月 6 日收到.

二、梯形近似下,自旋(1/2—1)电磁束缚系统的 B-S 方程及其弱耦合解

自旋为 1/2 和 1 的自由场分别满足 Dirac 方程和 Maxwell 方程

$$(\hat{\partial} + m_2)\phi(x) = 0, \quad (1)$$

$$(\partial^2 - m_1^2)\phi_\mu(x) - \partial_\mu\partial_\nu\phi_\nu(x) = 0, \quad (2)$$

其中 m_1, m_2 分别为矢量粒子和旋量粒子的静质量。定义自旋(1/2—1)束缚系统的 B-S 波函数为

$$\chi_{P,\lambda}^\xi(x_1, x_2) \equiv \langle 0 | T \phi_\lambda(x_1) \psi(x_2) | P, \xi \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{M}{E}} e^{iP \cdot X} \chi_{P,\lambda}^\xi(x), \quad (3)$$

这里 P, ξ 分别是束缚态的质心总动量和极化指标, λ 是与矢量场有关的 Lorentz 下标。厄米共轭 B-S 波函数为

$$\begin{aligned} \bar{\chi}_{P,\lambda}^\xi(x_1, x_2) &\equiv \langle P, \xi | T \phi_\lambda^+(x_1) \bar{\psi}(x_2) | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{M}{E}} e^{-iP \cdot X} \bar{\chi}_{P,\lambda}^\xi(x), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 X, x 分别是质心坐标和相对坐标

$$X = \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2; \quad x = x_1 - x_2 \quad (5)$$

$$\mu_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}; \quad \mu_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

如果只考虑三线电磁相互作用顶点,则此系统的相互作用哈密顿量为

$$\begin{aligned} H_{int} &= -ie \{ Q_1 [(\partial_\rho \phi_\lambda^*(x)) \phi_\lambda(x) - \phi_\lambda^*(x) (\partial_\rho \phi_\lambda(x)) - (\partial_\lambda \phi_\rho^*(x)) \phi_\rho(x) \\ &\quad + \phi_\rho^*(x) (\partial_\lambda \phi_\rho(x))] + Q_2 \bar{\psi}(x) \gamma_\rho \psi(x) \} A_\rho(x), \end{aligned}$$

其中 Q_1, Q_2 分别是矢量粒子和旋量粒子的电荷(以 e 为单位)。由此可以求得在动量空间的 Bethe-Salpeter 方程

$$\chi_{P,\lambda}^\xi(p) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p' \Delta'_{\lambda\alpha}(\mu_1 P + p) S'(\mu_2 P - p) I_{\alpha\beta}(P, p, p') \chi_{P,\beta}^\xi(p'), \quad (6)$$

其中:
$$\chi_{P,\lambda}^\xi(p) = \int d^4 x e^{-i\phi \cdot x} \chi_{P,\lambda}^\xi(x); \quad (7)$$

$\Delta'_{\lambda\alpha}(p_1), S'(p_2)$ 分别为矢量场和旋量场的严格传播子, $I_{\alpha\beta}$ 为相互作用积分核。在一般情况下, Δ', S', I 相当复杂,但在梯形近似下,传播子可近似用自由传播子代替,而 $I_{\alpha\beta}$ 中所有的交叉图的贡献均被去掉,只留下单光子交换图。故

$$\begin{aligned} I_{\alpha\beta}(P, p, p') &= \frac{-Q_1 Q_2}{(p - p')^2} [(2\mu_1 \hat{P} + \hat{p} + \hat{p}') \delta_{\alpha\beta} \\ &\quad - (\mu_1 P + p')_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\alpha (\mu_1 P + p)_\beta]. \end{aligned} \quad (8)$$

将它们代入(6)式,得到在梯形近似下,(1/2—1)电磁束缚系统的 B-S 方程:

$$\chi_{P,\lambda}^\xi(p) = \hat{T} \left\{ \left[\delta_{\lambda\alpha} + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1 P + p)_\lambda (\mu_1 P + p)_\alpha \right] (\mu_2 \hat{P} - \hat{p} + im) \right.$$

$$\times \left\{ [(2\mu_1\hat{p} + \hat{p} - \hat{p}')\delta_{\alpha\beta} - (\mu_1P + p')\alpha\gamma_\beta - \gamma_\alpha(\mu_1P + p)_\beta] \chi_{\hat{p},\beta}^\xi(p') \right\}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{\chi}_{\hat{p},\lambda}^\xi(p) = \bar{I} \left\{ \bar{\chi}_{\hat{p},\beta}^\xi(p') [(2\mu_1\hat{p} + \hat{p} + \hat{p}')\delta_{\beta\alpha} - (\mu_1P + p)_\beta\gamma_\alpha - \gamma_\beta(\mu_1P + p')\alpha] (\mu_2\hat{p} - \hat{p} + im_2) \right. \\ \left. \times \left[\delta_{\alpha\lambda} + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1P + p)_\alpha(\mu_1P + p)_\beta \right] \right\}, \end{aligned}$$

其中 \bar{I} 是如下积分算符

$$\bar{I} \equiv \frac{-iQ_1Q_2e^2}{(2\pi)^4} \frac{1}{[(\mu_1P + p)^2 + m_1^2][(\mu_2P - p)^2 + m_2^2]} \int \frac{d^4p'}{(p - p')^2}. \quad (10)$$

根据角动量耦合规则, 只考虑 $l = 0$ 的 S 态, 束缚态总自旋只可能是 $J = 1/2$ 和 $J = 3/2$. 下面分别进行讨论.

(1) $J = 1/2$

束缚态作为一个整体看是一个旋量粒子, 其质心运动部分必可用 Dirac 旋量来展开 $\chi_{\hat{p},\lambda}^\xi(p) = A_\lambda(P, p)u^\xi(P)$, 其中 $u(P)$ 满足

$$(\hat{p} - iM)u(P) = 0, \quad (11)$$

M 是束缚态的质量. 通过对称性分析, 并利用 (11), $\chi_{\hat{p},\lambda}(p)$ 的一般表达式可写成

$$\begin{aligned} \chi_{\hat{p},\lambda}(p) = \left\{ \frac{P_\lambda}{M} f_1 + \frac{P_\lambda\hat{p}}{Mm} f_2 + \frac{p_\lambda}{m} f_3 + \frac{p_\lambda\hat{p}}{m^2} f_4 + i\gamma_\lambda f_5 + \frac{\gamma_\lambda\hat{p}}{m} f_6 \right. \\ \left. + \frac{i}{Mm} \epsilon_{\lambda\alpha\beta\sigma} P_\alpha p_\beta \gamma_\sigma \gamma_5 f_7 + \frac{1}{Mm^2} \epsilon_{\lambda\alpha\beta\sigma} P_\alpha p_\beta \gamma_\sigma \hat{p} \gamma_5 f_8 \right\} u(P), \quad (12) \end{aligned}$$

其中 $f_i \equiv f_i(P, p)$, $i = 1, 2, \dots, 8$, 是待定的与 P, p 有关的不变量函数. 将 (12) 代入 (9) 中的第一式, 不难求得 $f_i(P, p)$ 满足的联立积分方程组

$$P^2 f_1 + \frac{P^2 P \cdot p}{Mm} f_2 + \frac{MP \cdot p}{m} f_3 + \frac{(P \cdot p)^2}{m^2} f_4 + P^2 f_5 + \frac{MP \cdot p}{m} f_6 = \bar{I} \sum_{i=1}^8 A_{1i} f'_i; \quad (13.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{P^2 P \cdot p}{M} f_1 - \frac{P^2 p^2}{m} f_2 + \frac{(P \cdot p)^2}{m} f_3 - \frac{MP \cdot p p^2}{m^2} f_4 - MP p f_5 \\ + \frac{1}{m} [2(P \cdot p)^2 - P^2 p^2] f_6 = \bar{I} \sum_{i=1}^8 A_{2i} f'_i; \quad (13.2) \end{aligned}$$

$$P \cdot p f_1 + \frac{(P \cdot p)^2}{Mm} f_2 + \frac{M p^2}{m} f_3 + \frac{(P \cdot p)^2}{m^2} f_4 + P \cdot p f_5 + \frac{M p^2}{m} f_6 = \bar{I} \sum_{i=1}^8 A_{3i} f'_i; \quad (13.3)$$

$$\frac{(P \cdot p)^2}{M} f_1 - \frac{P \cdot p p^2}{m} f_2 + \frac{P \cdot p p^2}{m} f_3 - \frac{M p^4}{m^2} f_4 - M p^2 f_5 + \frac{P \cdot p p^2}{m} f_6 = \bar{I} \sum_{i=1}^8 A_{4i} f'_i; \quad (13.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{P^2}{M} f_1 - \frac{Pp}{m} f_2 + \frac{Pp}{m} f_3 - \frac{M p^2}{m^2} f_4 - 4M f_5 + \frac{4P \cdot p}{m} f_6 + \frac{2}{Mm} [2(Pp)^2 - P^2 p^2] f_8 \\ = \bar{I} \sum_{i=1}^8 A_{5i} f'_i; \quad (13.5) \end{aligned}$$

$$P \cdot p f_1 + \frac{1}{Mm} [2(P \cdot p)^2 - P^2 p^2] f_2 + \frac{M p^2}{m} f_3 + \frac{P^2 p^2}{m^2} f_4 + 4P \cdot p f_5 + \frac{4M p^2}{m} f_6 \\ + \frac{2}{Mm} [P^2 p^2 - (P \cdot p)^2] f_7 = \bar{I} \sum_{i=1}^8 A_{6i} f'_i; \quad (13.6)$$

$$\frac{2}{m} [P^2 p^2 - (P \cdot p)^2] f_6 - \frac{2}{m} [P^2 p^2 - (P \cdot p)^2] f_7 - \frac{2}{Mm^2} [P^2 p^2 - (P \cdot p)^2] f_8 \\ = \bar{I} \sum_{i=1}^8 A_{7i} f'_i; \quad (13.7)$$

$$2[P^2 p^2 - (P \cdot p)^2] f_5 - \frac{2}{Mm} [P^2 p^2 - (P \cdot p)^2] P \cdot p f_7 + \frac{2p^2}{m^2} [P^2 p^2 - (P \cdot p)^2] f_8 \\ = \bar{I} \sum_{i=1}^8 A_{8i} f'_i; \quad (13.8)$$

其中 $f'_i = f_i(P \cdot p')$, $i = 1, 2, \dots, 8$, \bar{I} 是由(10)定义的积分算符. $A_{ij} = A_{ij}(P \cdot p \cdot p')$ 是 P , p' , p 的标量函数, 在附录中我们写出 64 个 A_{ij} 中的三个具体表达式. 显然对如此复杂的联立积分方程是无法解析求解的. 为此我们利用弱耦合条件:

$$\frac{P^2}{(m_1 + m_2)^2} \sim -1 + O(\alpha^2); \quad \frac{p^2}{m^2} \sim O(\alpha^2); \quad \frac{P \cdot p}{Mm} \sim O(\alpha^2) \quad (14)$$

在精确到 $O(\alpha)$ 量级的近似下, 方程(13.1)~(13.8)简化为

$$f_i = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (15a)$$

$$f_7 = 4\mu_1\mu_2 P^2 \bar{I} \{f_7\} \quad (15b)$$

$$f_8 = -\frac{1}{2} \mu_1 f_7 \quad (15c)$$

(15.b) 是不等质量的 Wick-Cutkosky 型方程, 其解为^[8]

$$f_7 = N_{nlm} f_{nlm}(p, P) \quad (16)$$

$$f_{nlm}(p \cdot P) = [p^2 + m_1 m_2 + \mu_1 \mu_2 P^2]^{-n} [(\mu_1 P + p)^2 + m_1^2]^{-1} [(\mu_2 P - p)^2 + m_2^2]^{-1} \\ \times R^{n-l-1} \cdot \left[C_{n-l-1}^{l+1} \left(\frac{x}{R} \right) \right] Y_{lm} \quad (17)$$

n 为主量子数, l 和 m 为轨道和磁量子数, N_{nlm} 为归一化常数, $C_{n-l-1}^{l+1} \left(\frac{x}{R} \right)$ 是 Gegenbauer 多项式, Y_{lm} 为立体球谐函数, 对于 $n = 1$ 和 $l = m = 0$ 的 1S 态, (17) 式化为

$$f(p \cdot P) = [p^2 + m_1 m_2 + \mu_1 \mu_2 P^2]^{-1} [(\mu \cdot P + p)^2 + m_1^2]^{-1} [(\mu_2 P - p)^2 + m_2^2]^{-1} \quad (18)$$

因此对于 $J = 1/2$ 的 1S 态

$$\chi_{\frac{1}{2}, \lambda}^{\epsilon}(p) = N_{1/2} \epsilon_{\lambda\alpha\beta\sigma} P_{\alpha} p_{\beta} \gamma_{\sigma} \gamma_5 \left(1 + \frac{i\hat{p}}{2m_2} \right) f(p, P) u^{\epsilon}(P) \quad (19)$$

其中 $N_{1/2}$ 满足如下归一化条件

$$2|N_{1/2}|^2 \frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4 p |f(p \cdot P)|^2 [P^2 p^2 - (p \cdot P)^2] \mu_1 \left[4\mu_1 \mu_2 M \epsilon \right. \\ \left. + \frac{\mu_1^2 + \mu_2^2}{\mu_1 \mu_2} p^2 - 2(\mu_1 - \mu_2)(P \cdot p) + \frac{4(\mu_2 - \mu_1)}{\mu_2} \frac{(P \cdot p)^2}{M^2} \right] = 1 \quad (20)$$

其中 $\epsilon = \frac{1}{2} m(Q_1 Q_2 \alpha)^2$ 为 $1S$ 态的结合能, m 为约化质量. 将(18)式代入(20), 积分后便得

$$N_{1/2} = 8 \sqrt{\frac{\pi(mQ_1 Q_2 \alpha)^3}{m_1}} \quad (21)$$

(2) $J = 3/2$

这时波函数 $\chi_{p,\lambda}^\xi(p)$ 可用 Rarita-Schwinger 旋量 $u_\lambda(P)$ 来展开. 根据对称性讨论, 考虑到 $u_\lambda(P)$ 满足

$$(\hat{P} - iM)u_\lambda(P) = 0, \quad P_\lambda u_\lambda(P) = 0 \quad \text{或} \quad \gamma_\lambda u_\lambda(P) = 0, \quad (22)$$

可得 $\chi_{p,\lambda}(p)$ 的一般表达式 $\chi_{p,\lambda}(p) = \left(g_1 + \frac{i\hat{p}}{m} g_2\right) u_\lambda(P)$, (23)

其中 g_1, g_2 是 p, P 的函数. 将(23)代入(9), 利用与上面类似的方法, 可得到 g_1, g_2 所满足的方程组

$$M g_1 + \frac{P \cdot p}{m} g_2 = \hat{I} \{B_{11} g'_1 + B_{12} g'_2\}, \quad (24)$$

$$(P \cdot p) g_1 - \frac{M}{m} p^2 g_2 = \hat{I} \{B_{21} g'_1 + B_{22} g'_2\}, \quad (25)$$

其中 $g'_i = g_i(P, p)$, $i = 1, 2$. B_{ij} 是 P, p, p' 的标量函数, 具体表达式见附录.

在弱耦合近似(14)下, 精确到 $O(\alpha)$, (24), (25) 简化为

$$g_1 = 4\mu_1 \mu_2 P^2 \hat{I} \{g'_1\}; \quad (26)$$

$$g_2 = \frac{1}{2} \mu_1 g_1; \quad (27)$$

(26)与(15.b)完全一样, 故解仍为(16)和(17). 对于 $n = 1, l = m = 0, J = 3/2$ 可得

$$\chi_{p,\lambda}^\xi(p) = N_{3/2} \left(1 + \frac{i\hat{p}}{2m_2}\right) u_\lambda^\xi(P) f(p, P), \quad (28)$$

式中归一化常数由下式决定

$$\begin{aligned} & - \frac{i}{(2\pi)^4} |N_{3/2}|^2 \int d^4 p |f(p, P)|^2 \left\{ 4\mu_1^2 \mu_2 M \epsilon + \frac{\mu_1^2 + \mu_2^2}{\mu_2} p^2 - 2\mu_1(\mu_1 - \mu_2) P \cdot p \right. \\ & \left. - \mu_1 \frac{4\mu_2 - \mu_1}{\mu_2} \frac{(P \cdot p)^2}{M^2} - \frac{1}{3} \mu_2 p^2 \left[1 + \frac{(P \cdot p)^2}{2m_2^2 M^2} + \frac{p^2}{4m_2^2} + \frac{P \cdot p}{m_2 M} \right] \right\} = 1. \quad (29) \end{aligned}$$

将(18)代入(29), 积分后得 $N_{3/2} = 8M \sqrt{\frac{2\pi(mQ_1 Q_2 \alpha)^5}{m_1(1 - \mu_2^2/4)}}$. (30)

三、(μd) 原子的生成截面

我们考虑低能 μ 介子被氘核辐射俘获的过程

$$\mu + d \rightarrow (\mu d) + \gamma \quad (31)$$

相应的最低阶费曼图有两个, 如图 1、2.

图中 p_1, ϵ_1 为氘核的四维动量与极化矢量; p_2 为 μ 子的四动量; k, ϵ 为出射光子

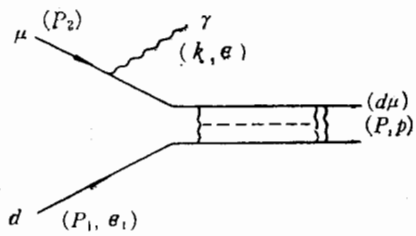


图 1

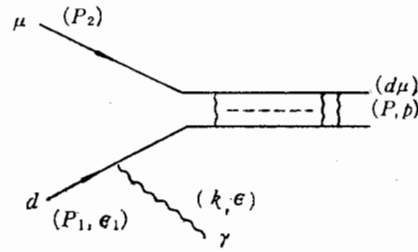


图 2

的动量与极化矢量; P, p 为 (μd) 束缚态的质心动量和内部相对动量。按照复合场论的费曼规则^[11], 可以写出这些过程的跃迁矩阵元

(1) $J = 1/2$

$$S_{fi}^a = -ie(2\pi)^4 \delta^4(P + k - p_1 - p_2) \sqrt{\frac{m_2 M}{4EE_1 E_2 k_0}} \frac{N_{1/2}}{2m(2p_2 \cdot k)^2} \times \bar{u}(P)(2m_2 + \mu_1 M + i\hat{p}_1) \epsilon_{\nu\alpha\beta\sigma} \epsilon_{1\nu} P_\alpha p_{1\beta} \gamma_\sigma \gamma_5 \hat{\epsilon} u(p_2); \quad (32)$$

$$S_{fi}^b = e(2\pi)^4 \delta^4(P + k - p_1 - p_2) \sqrt{\frac{m_2 M}{4EE_1 E_2 k_0}} N_{1/2} \frac{3m_2 - \mu_2 M}{4\mu_2 m_2^2 (2p_1 \cdot k)^2}; \times \bar{u}(P) \epsilon_{\nu\alpha\beta\sigma} P_\alpha p_{2\beta} \gamma_\sigma \gamma_5 (2p_1 \cdot \epsilon \epsilon_{1\nu} + k \cdot \epsilon_1 \epsilon_{1\nu} - p_{1\nu} \epsilon \cdot \epsilon_1) u(p_2) \quad (33)$$

而 $S_{fi} = S_{fi}^a + S_{fi}^b$ 。在氘核静止系中 $[p_1 = (im, 0)]$, 可得 $(\mu d)_{1/2}$ 的生成截面

$$\sigma_{1/2} = \frac{\alpha N_{1/2}^2}{384 m^2 |\vec{p}_2|} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E k_0^3} \left\{ \frac{4m_1}{(E_2 - |\vec{p}_2| x)^4} (E^2 - M^2) [2m_2^2 (E_2 E - m_2 M) + m_1 (m_2 + M) (m_2 + E_2) (E - M) - 2m_2 M |\vec{p}_2| (|\vec{p}_2| x^2 - k_0 x)] + \frac{1}{m_1^2 m_2^2} (2m_2 M + m_1 k_0) [m_1 \vec{p}_2^2 (E^2 - M^2 - (|\vec{p}_2| - k_0 x)^2) + k_0^2 (E^2 k_0^2 / m_1 + 2E k_0 (|\vec{p}_2| - k_0 x) + m_1 (E^2 - M^2))] - \frac{k_0^2}{m_1 m_2 (E_2 - |\vec{p}_2| x)^2} [(E \vec{p}_2^2 (1 - x^2) + m_1 (E^2 - M^2 - (|\vec{p}_2| x - k_0)^2)) \times (2m_2 M - m_1 (E - M)) + E (2m_2^2 - m_1 (E_2 - m_2)) (E^2 - M^2 - (|\vec{p}_2| x - k_0)^2)] \right\}, \quad (34)$$

其中 $k_0 = \frac{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 E_2 - M^2}{2(m_1 + E_2 - |\vec{p}_2| x)}$; $E = m_1 + E_2 - k_0$ 。

数值积分后, 得总截面为

$$\begin{aligned} E_2 = 105.661 \text{ MeV}, \quad \sigma_{1/2} = 1.37 \times 10^{-27} \text{ cm}^2; \\ E_2 = 105.663 \text{ MeV}, \quad \sigma_{1/2} = 1.14 \times 10^{-27} \text{ cm}^2. \end{aligned} \quad (35)$$

(2) $J = 3/2$

这时跃迁矩阵元为

$$S_{fi}^a = -ie(2\pi)^4 \delta^4(P + k - p_1 - p_2) \sqrt{\frac{m_2 M}{4EE_1 E_2 k_0}} \cdot \frac{N_{3/2}}{2m(2p_2 \cdot k)^2} \cdot \bar{u}_\nu(P) \epsilon_{1\nu} (2m_2 + \mu_1 M + i\hat{p}_1) \hat{\epsilon} u(p_2); \quad (36)$$

$$S_{fi}^b = e(2\pi)^4 \delta^4(P + k - p_1 - p_2) \sqrt{\frac{m_2 M}{4E E_1 E_2 k_0}} \cdot N_{3/2} \frac{3m_2 - \mu_2 M}{4\mu_2 m_2^2 (p_1 \cdot k)^2} \cdot \bar{u}_v(P) (2p_1 \cdot e \epsilon_{1\nu} + k \cdot \epsilon_{1\nu} - p_{1\nu} e \cdot \epsilon_1) u(p_2); \quad (37)$$

同样取氘核的静止系, 得 $(\mu d)_{3/2}$ 的生成截面

$$\begin{aligned} \sigma_{3/2} = & \frac{\alpha N_{3/2}^2}{384 m^2 m_1 |\vec{p}_2|} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E k_0^3} \left\{ \frac{4}{(E_2 - |\vec{p}_2| x)^4} [2m_2^2 (E_2 E - m_2 M) \right. \\ & + m_1 (m_2 + M) (m_2 + E_2) (E - M) - 2m_2 M (\vec{p}_2^2 x^2 - |\vec{p}_2| k_0 x)] \left[1 + \frac{1}{3M^2} \right. \\ & \cdot (E^2 - M^2) \left. \right] + \frac{2}{3m_1^2 m_2^2} (2m_2 M + m_1 k_0) \left[\frac{m_1^2}{M^2} (E^2 - M^2) \right. \\ & + k_0^2 \left(1 + \frac{1-x^2}{2M^2} \vec{p}_2^2 \right) \left. \right] \\ & + \frac{1}{3mM (E_2 - |\vec{p}_2| x)^2} [2m_1 E (\vec{p}_2^2 (1-x^2) (m_2^2 + m_2 M - m_1 E_2) \\ & + (\vec{p}_2^2 - |\vec{p}_2| k_0 x) (m_2 M + M^2 - m_1 E)) \\ & - 2m_1 M (E^2 - M^2) (m_2 E_2 + E_2 M + m_1 m_2) \\ & + 2m_1 M (\vec{p}_2^2 - |\vec{p}_2| k_0 x) (m_2 M + M^2 - m_1 E) \\ & + m_1 M \vec{p}_2^2 (1-x^2) (m_1 M - m_2 E - M E) \\ & + M^2 |\vec{p}_2| k_0 x (m_1 E - 2m_2 M - 2M^2) \\ & + m_1 M \vec{p}_2^2 (1-x^2) (m_2 E_2 + E_2 M + m_1 m_2) \\ & \left. + 2m_1 M E (2m_2 + M) (\vec{p}_2^2 (1-x^2) - 2|\vec{p}_2| k_0 x) \right] \left. \right\}. \quad (38) \end{aligned}$$

积分后得总截面为

$$\begin{aligned} E_2 = 105.661 \text{ MeV}, \quad \sigma_{3/2} = 4.53 \times 10^{-27} \text{ cm}^2; \\ E_2 = 105.663 \text{ MeV}, \quad \sigma_{3/2} = 1.75 \times 10^{-27} \text{ cm}^2. \end{aligned} \quad (39)$$

四、讨 论

我们知道, 在复合粒子场论中, $\chi_p(x)$ 中的 $T(\phi_1(x_1)\phi(x_2))$ 是描述双粒子体系的复合场量, 它所扮演的角色似乎与基本场类似, 但它毕竟不是基本场. 作为与 Hilbert 空间双粒子态有关的某一振幅, χ_p 虽然可以描述具有某一自旋的复合粒子, 但是由于复合粒子内部具有相对运动, 使得 χ_p 不能满足单粒子的运动方程. 就本文情形, 容易看出, $\chi_{p,1}^{\xi}$ 并不满足方程 $(\hat{P} - iM)\chi_{p,1}^{\xi}(p) = 0$.

另外, 在质心静止系作空间转动时, 也不能得出象自由场那样的自旋表达式. 由方程 (9) 的两个解 (19), (28) 可以看出, 描述系统的四个分量不是相互独立的, 因为描述矢量粒子的场 ϕ_2 的四个分量本身就是不独立的. 再者, 由于时空指标的介入, BS 方程和 BS 波函数都变得比较复杂.

在解得 (19), (28) 时, 用到弱耦合条件 (14), 即只有当内部相对动量 p 足够小时, 这些波函数才比较好, 而当 p 较大时的行为, 还待进一步研究.

精确到 $O(\alpha)$ 量级, 图 1、2 是满足规范不变性的。实际上将跃迁矩阵元 S_{fi} 分为规范不变部分 S_{fi}^G 和违反规范不变部分 $S_{fi}^{G'}$, 然后比较会发现 $|S_{fi}^{G'}|/|S_{fi}^G| \sim O(\alpha)$ 。

由我们的计算结果, 产生截面 $\sigma_f(E_2)$ 随 E_2 的增加而迅速下降, 这在物理上是合理的。另外有了 $(d\mu)$ 的波函数, 我们还可进一步研究下面的过程

$$(d\mu) + t \rightarrow (t\mu) + d, \quad (d\mu) + t \rightarrow (d\mu t),$$

更详尽地讨论冷核反应。

作者对何祚庠和庆承瑞先生提供的许多宝贵意见和帮助, 表示衷心地感谢。

附 录

几个系数的表达式

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{1}{M} \{C_1[(m_2 + \mu_2 M)(\mu_1 P^2 + P \cdot p') - M(2\mu_2 P \cdot p + p^2 + p \cdot p')] \\ &\quad + C_2 M(\mu_1 P \cdot p + p^2) - C_3[(m_2 + \mu_2 M)P^2 - M p^2]\}; \\ A_{12} &= \frac{1}{M m} \{C_1[p \cdot p'(P^2 - m_2 M) + 2\mu_1 P \cdot p'(\mu_2 P^2 - m_2 M) - P \cdot p' p^2 - p'^2(\mu_2 P^2 \\ &\quad - m_2 M - P \cdot p)] + C_2 P \cdot p'(\mu_1 P^2 + P \cdot p) + C_2' P \cdot p(\mu_2 P^2 - m_2 M - P \cdot p) \\ &\quad - C_3[P^2 p \cdot p' + P \cdot p'(\mu_2 P^2 - m_2 M - P \cdot p)]\}; \\ A_{11'} &= \frac{2}{M m^2} \{m_2(P^2 p \cdot p' - P \cdot p P \cdot p')[P \cdot p' p^2 + P \cdot p(4\mu_1 P \cdot p' + p'^2) - 2\mu_1 P^2 p \cdot p'] \\ &\quad + [2P^2(m - \mu_1 \mu_2 M) - M(2\mu_2 P \cdot p - p^2)][p^2(P^2 p'^2 - (P \cdot p')^2) \\ &\quad + P \cdot p(P \cdot p p \cdot p' - P \cdot p' p^2) + p \cdot p'(P \cdot p P \cdot p' - P^2 p \cdot p')] \\ &\quad + M(P^2 p \cdot p' - P \cdot p P \cdot p')[p \cdot p'(2\mu_1 \mu_2 P^2 + 2\mu_2 P \cdot p - p^2) - (1 + \mu_1)P \cdot p' p^2 \\ &\quad + P'^2(\mu_2 P \cdot p - p^2)]\}; \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} C_1 &= P^2 + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1^2 P^4 + 2\mu_1 P^2 P \cdot p + p^4); \\ C_2 &= P \cdot p \left(1 + \frac{1}{m_1^2} \mu_1^2 P^2\right) + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1 P^2 p^2 + \mu_1 (P \cdot p)^2 + P \cdot p p^2); \\ C_2' &= P \cdot p' \left(1 + \frac{1}{m_1^2} \mu_1^2 P^2\right) + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1 P^2 p \cdot p' + \mu_1 P \cdot p P \cdot p' + P \cdot p p \cdot p'); \\ C_3 &= \mu_1 (\mu_2 P^2 - P \cdot p) \left[1 + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1^2 P^2 + \mu_1 P \cdot p + \mu_1 P \cdot p' + p \cdot p')\right] \\ &\quad + \mu_2 P \cdot p' - p \cdot p' + (\mu_2 P \cdot p - p^2) \frac{1}{m_1^2} (\mu_1^2 P^2 + \mu_1 P \cdot p + \mu_1 P \cdot p' + p \cdot p'); \\ B_{11} &= \left[1 + \frac{1}{3m_1^2} \left(p^2 + \frac{1}{M^2} (P \cdot p)^2\right)\right] [(m_2 + \mu_2 M)(2\mu_1 P^2 + P \cdot p + P \cdot p') \\ &\quad - M(2\mu_1 P \cdot p + p^2 + p \cdot p')] \\ &\quad + \frac{1}{6} [2(m_2 + \mu_2 M)P \cdot p - M p^2] \left[1 + \frac{\mu_1^2}{m_1^2} p^2 - \frac{1}{m_1^2 M^2} P^2(2\mu_1 P \cdot p + p^2)\right] \\ &\quad + \frac{1}{6M} [(P \cdot p)^2 - M^2 p^2] \left[4 + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1^2 P^2 + 2\mu_1 P \cdot p + p^2)\right] - \frac{1}{3} m_2 c_2; \\ B_{12} &= \frac{1}{m} \left\{ \left[1 + \frac{1}{3m_1^2} \left(p^2 + \frac{1}{M^2} (P \cdot p)^2\right)\right] [2\mu_1 P^2 p \cdot p' - 2\mu_1 P \cdot p P \cdot p' - P \cdot p' p^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\mu_2 P^2 - m_2 M)(2\mu_1 P \cdot p + p^2 + p \cdot p') \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{3M^2} C_1 [2P \cdot p' (mM - \mu_1 \mu_2 P^2 + P \cdot p) - p \cdot p' (\mu_2 P \cdot p + m_2 M)] \\
& + \frac{1}{3} C_2 \left(\frac{m_2}{M} P \cdot p' - \frac{1}{M^2} P \cdot p P \cdot p' - \frac{1}{2} p \cdot p' + \left(2\mu_2 + \frac{m_2}{M} \right) P \cdot p - p^2 \right) \\
& + \frac{1}{6} P \cdot p' \left[p^2 + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1^2 (P \cdot p)^2 + 2\mu_1 P \cdot p p^2 + p^4) \right] \\
& + \frac{1}{6} \left[p \cdot p' + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1^2 P \cdot p P \cdot p' + \mu_1 P \cdot p p \cdot p' + \mu_1 P \cdot p' p^2 + (p \cdot p')^2) \right] \\
& \times [7(m_2 M - \mu_2 P^2) + 5P \cdot p] \\
& - \frac{1}{6} [p \cdot p' (m_2 M - \mu_2 P^2 + 2P \cdot p) + p^2 P \cdot p'] \\
& \times \left[4 + \frac{1}{m_1^2} (\mu_1^2 P^2 + 2\mu_1 P \cdot p + p^2) \right] \\
& - \frac{1}{3} P \cdot p \left[2\mu_2 P \cdot p' + 2p \cdot p' + \frac{p \cdot p'}{m_1^2} (\mu_1 P^2 (2\mu_2 - \mu_1) + (2\mu_2 - 4\mu_1) P \cdot p - 3p^2) \right. \\
& \left. + \frac{P \cdot p'}{m_1^2} (3\mu_1^2 \mu_2 P^2 + 2\mu_1 (2\mu_2 - \mu_1) P \cdot p + (\mu_2 - 2\mu_1) p^2) \right] \Bigg\}.
\end{aligned}$$

参 考 文 献

- [1] В. П. Дзепелов и др. ЖЭТФ **50** (1966), 1253.
[2] В. М. Быстрицкий и др. ЖЭТФ **70**(1976), 1167.
[3] V. M. Bystrisky et al., *Phys. Lett.* **B94** (1980), 476. В. М. Быстрицкий и др. ЖЭТФ **80** (1981), 1700.
[4] Л. И. Пономарев и М. П. Файфман, ЖЭТФ **71**(1976), 1689.
[5] С. И. Виницкий и др. ЖЭТФ **74** (1978), 849.
[6] M. Leon, *Phys. Rev. Lett.* **52**(1984), 605.
[7] 何炬, 张肇西, 何祚庥, 高能物理与核物理, **3** (1979), 297.
[8] C. R. Ching, T. H. Ho, C. H. Chang, *Phys. Lett.*, **B98** (1981), 456.
[9] 何炬, 张肇西, 何祚庥, 高能物理与核物理, **3** (1979), 688.
[10] X. T. Song, C. R. Ching, T. H. Ho, *Commun. in Theor. Phys.* **2** (1983), 935.
[11] 何祚庥, 黄涛, 物理学报, **23**, (1974), 113, 264.

THE FORMATION CROSS SECTION FOR ($d\mu$) ATOM IN RADIATIVE CAPTURE PROCESS

CHEN ZHENG SONG XIAO-TONG
(Hangzhou University)

ABSTRACT

Under the ladder approximation, the B-S equation for ($d\mu$) atom is derived and the approximate solutions for $l=0$ are obtained. By using these solutions, the formation cross sections for the ($d\mu$) atom in the radiative capture process are calculated.