

# 原子核相互作用玻色子模型的 $SU_6$ 子空间与 Janssen 等人的 $SU_6$ 子 空间之间的一种变换

李先胤 姚士淮  
(安徽大学)

## 摘要

本文建立了 IBM  $SU_6$  不变子空间与 Janssen 等人的  $SU_6$  不变子空间之间的一种“公正”变换。证明它使 IBM 的  $U_6$  群的无穷小算符和哈密顿量变为 Janssen 等人的  $U_6$  群的无穷小算符和哈密顿量。此外，还借助这个变换构成了 Janssen 等人的  $U_6$  群与 IBM 中三类动力学对称性相应的子群链的波函数。

## 一、引言

D. Janssen 等人在 1974 年<sup>[1]</sup>由五种  $2^+$  玻色子的产生、消灭算符在玻色子数不超过一定上限  $\bar{n}$  下，构成一种  $SU_6$  哈密顿量，其中一个  $2^+$  玻色子代表一对准粒子。原作者的意图是要从微观途径推导玻尔-莫特逊类型的集体哈密顿量。在本文中，我们将把他们的哈密顿量看作一种唯象哈密顿量，并简称为 JJD 哈密顿量。同时将其中的玻色子称为  $b$ -玻色子。稍后，A. Arima 和 F. Iachello 提出了相互作用玻色子模型 (IBM)<sup>[2]</sup>，认为偶偶重核和中重核的低能集体态可用六种代表同类价核子的关联对的玻色子描写（一种  $0^+$  玻色子和五种  $2^+$  玻色子，分别称为  $s$  和  $d$  玻色子）。既然一个玻色子代表一对核子，因此玻色子数是守恒的。这就自动导致哈密顿量的  $SU_6$  对称性。

实际上，IBM 哈密顿量与 JJD 哈密顿具有相同的群结构，所以两者在唯象地描述原子核能谱上的能力是相同的。本文将引进一种“公正”算符，并证明，在它所代表的映射下，IBM 的  $U_6$  群的无穷小算符变为 Janssen 等人的  $U_6$  群的无穷小算符，IBM 哈密顿量变为 JJD 哈密顿量。此外还要借助这种变换求出 Janssen 等人的  $U_6$  群的与 IBM 中三类动力学对称性相应的子群链的波函数。本文结果自然表明，把 IBM 看作处理 JJD 哈密顿量的一种方法或者反过来，把  $H_{JJD}$  看作 IBM 的表述方法，在数学形式上并无差别。但从这种数学形式的关系上看不出两类物理模型是否有什么本质联系。

## 二、变换算符 $V(\bar{n})$

Janssen 等人的  $SU_6$  不可约不变子空间是五种  $2^+$  玻色子的总数不超过一定  $\bar{n}$  值的态构成的。用  $b_\mu^+$ 、 $b_\mu$  代表玻色子的产生、消灭算符，其中  $b_\mu^\pm$  是 2 秩 Racah 张量的  $\mu$  分量，用  $|0_b\rangle$  代表相应的真空态，于是

$$b_\mu|0_b\rangle = 0 \quad (\mu = 0, \pm 1, \pm 2) \quad (2.1)$$

$$[b_\mu, b_\nu^+] = \delta_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

玻色子数算符为

$$\hat{n}_b = \sum_\mu b_\mu^+ b_\mu \quad (2.3)$$

另一方面，IBM 中的  $SU_6$  不可约不变子空间是  $sd$  玻色子的总数取确定值的态构成的。用  $|0_{sd}\rangle$  代表  $sd$  玻色子的真空态，于是

$$s|0_{sd}\rangle = 0 \quad (2.4)$$

$$d_\mu|0_{sd}\rangle = 0 \quad (2.5)$$

$$[s, s^+] = 1 \quad (2.6)$$

$$[d_\mu, d_\nu^+] = \delta_{\mu\nu} \quad (2.7)$$

$$[s, d_\mu] = [s^+, d_\mu] = 0 \quad (2.8)$$

其中  $(s^+, d_\mu^+)$  及  $(s, d_\mu)$  分别为  $s, d$  玻色子的产生和消灭算符。用  $\hat{n}_s$  及  $\hat{n}_d$  代表  $s$  玻色子及  $d$  玻色子的数算符， $\hat{N}$  代表总玻色子数算符， $R_b(\bar{n})$  代表由  $b$  玻色子数  $n$  不超过  $\bar{n}$  的全部态矢量形成的子空间， $P_{sd}(\bar{n})$  为  $sd$  玻色子数  $N$  等于  $\bar{n}$  的全部 IBM 态矢量形成的子空间，即

$$\hat{n}_s = s^+ s \quad (2.9)$$

$$\hat{n}_d = \sum_\mu d_\mu^+ d_\mu \quad (2.10)$$

$$\hat{N} = \hat{n}_s + \hat{n}_d \quad (2.11)$$

我们要引进的是把  $P_{sd}(\bar{n})$  映到  $R_b(\bar{n})$  上的如下变换算符：

$$V(\bar{n}) = \langle 0_{sd} | e^{i\sum_\mu b_\mu^+ d_\mu} | 0_b \rangle \sqrt{\hat{n}_s!} \delta(\hat{N} - \bar{n}) \quad (2.12)$$

其厄米共轭是把  $R_b(\bar{n})$  映到  $P_{sd}(\bar{n})$  上的变换算符：

$$V(\bar{n})^+ = \delta(\hat{N} - \bar{n}) \sqrt{\hat{n}_s!} \langle 0_b | e^{i\sum_\mu b_\mu^+ d_\mu} | 0_{sd} \rangle \quad (2.13)$$

由

$$e^{i\sum_\mu b_\mu^+ d_\mu} = \sum_{n_0 n_1 n_2} \frac{s^{n_0} (b_{-2}^+ d_{-2})^{n-1} (b_{-1}^+ d_{-1})^{n-1} (b_0^+ d_0)^{n_0} (b_1^+ d_1)^{n_1} (b_2^+ d_2)^{n_2}}{n_0! n_{-2}! n_{-1}! n_1! n_2!}$$

又有

$$V(\bar{n}) = \sum_{n_0 n_1 n_2} |n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2(b)\rangle \langle (sd)n_s, n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2| \delta(n_s + \sum_\mu n_\mu - \bar{n}) \quad (2.14)$$

$$V(\bar{n})^+ = \sum_{n_s n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2} |n_s n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 (sd)\rangle \langle (b) n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2| \delta(n_s + \sum_\mu n_\mu - \bar{n}) \quad (2.15)$$

其中  $n_s n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2$  为非负整数,  $|n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 (b)\rangle$  与  $|n_s, n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 (sd)\rangle$  分别为如下基矢:

$$|n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 (b)\rangle = \frac{(b_{-2}^+)^{n_{-2}} (b_{-1}^+)^{n_{-1}} (b_0^+)^{n_0} (b_1^+)^{n_1} (b_2^+)^{n_2} |0_b\rangle}{\sqrt{n_{-2}! n_{-1}! n_0! n_1! n_2!}} \quad (2.16)$$

$$|n_s, n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 (sd)\rangle = \frac{(s^+)^{n_s} (d_{-2}^+)^{n_{-2}} (d_{-1}^+)^{n_{-1}} (d_0^+)^{n_0} (d_1^+)^{n_1} (d_2^+)^{n_2} |0_{sd}\rangle}{\sqrt{n_s! n_{-2}! n_{-1}! n_0! n_1! n_2!}} \quad (2.17)$$

由此可见:

$$V(\bar{n})^+ V(\bar{n}) |\Phi_n (sd)\rangle = |\Phi_n (sd)\rangle \quad (2.18)$$

$$V(\bar{n}) V(\bar{n})^+ |\phi_n (b)\rangle = |\phi_n (b)\rangle \text{ (当 } \phi_n (b) \in R_b(\bar{n})) \quad (2.19)$$

这就是说, 这种变换保持态矢量的正交归一和完备性质, 或者说, 这是在子空间  $R_b(\bar{n})$  与  $P_{sd}(\bar{n})$  之间的“么正”变换。

在实际应用中, 可根据需要采用  $2^+$  玻色子态的其它合适的表象, 例如, 在采用  $SU_3 \supset SO_5$  表象时,  $b$  玻色子及  $d$  玻色子基矢分别为:  $|n\nu\chi LM(b)\rangle$  及  $|0, n\nu\chi LM(sd)\rangle$ . 其中  $n$  为  $2^+$  玻色子的数目,  $\nu$  为不配对的  $2^+$  玻色子数,  $LM$  为角动量量子数,  $\chi$  为附加指标(假定它也是正交指标). 由基矢的正交归一性有:

$$\begin{aligned} & \sum_{\nu \chi LM} |n\nu\chi LM(b)\rangle \langle (sd)0, n\nu\chi LM| \\ &= \sum_{\substack{n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 \\ (\sum_\mu n_\mu = n)}} |n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 (b)\rangle \langle (sd)0, n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2| \end{aligned}$$

故

$$V(\bar{n}) = \sum_{\substack{\nu \chi LM \\ (n \leq \bar{n})}} |n\nu\chi LM(b)\rangle \langle (sd)\bar{n} - n, n\nu\chi LM| \quad (2.20)$$

其中

$$\langle (sd)\bar{n} - n, n\nu\chi LM| = \langle (sd)0, n\nu\chi LM| \frac{(s)^{\bar{n}-n}}{\sqrt{(\bar{n}-n)!}} \quad (2.21)$$

类似地, 在采用 Hecht<sup>[3]</sup> 的  $SU_3 \supset SU_2 \otimes SU_2$  表象时, 有

$$\sum_{\nu \Lambda \kappa} |\mu\nu_{\kappa}^{\Lambda}(b)\rangle \langle (sd)0, n\nu_{\kappa}^{\Lambda}| = \sum_{\substack{n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 \\ (\sum_\mu n_\mu = n)}} |n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2 (b)\rangle \langle (sd)0, n_{-2} n_{-1} n_0 n_1 n_2|$$

$$V(\bar{n}) = \sum_{\substack{\nu \Lambda \kappa \\ (n \leq \bar{n})}} |n\nu_{\kappa}^{\Lambda}(b)\rangle \langle (sd)0, n\nu_{\kappa}^{\Lambda}| \frac{(s)^{\bar{n}-n}}{\sqrt{(\bar{n}-n)!}} \quad (2.22)$$

其中  $n\nu$  的意义如前,  $\Lambda \in \kappa$  是  $SU_2 \otimes SU_2$  提供的“角动量”量子数<sup>[3]</sup>.

### 三、 $U_6$ 无穷小算符以及哈密顿量的变换

由于子空间  $R_b(\bar{n})$  与  $P_{sd}(\bar{n})$  是对一定的  $\bar{n}$  来建立的, 只有不改变  $\bar{n}$  值的算符才能通过  $V(\bar{n})$  来建立对应关系。对于由  $sd$  玻色子的产生消灭算符构成的与  $\hat{N}$  对易的任何算符  $F_{sd}$ , 总是可按下式求出对应的作用于子空间  $R_b(\bar{n})$  的算符  $F_b(\bar{n})$ :

$$V(\bar{n})F_{sd} = F_b^{(n)}V(\bar{n}) \quad (3.1)$$

我们最感兴趣的是求出 IBM 的  $U_6$  群的无穷小算符以及哈密顿量的对应算符。但是如下的公式是普遍成立的:

$$V(\bar{n})\hat{n}_d = \hat{n}_b V(\bar{n}) \quad (\hat{n}_b \equiv \sum_\mu b_\mu^+ b_\mu) \quad (3.2)$$

$$V(\bar{n})\hat{n}_s = (\bar{n} - \hat{n}_b)V(\bar{n}) \quad (3.3)$$

$$V(\bar{n})d_\nu^+ = b_\nu^+ V(\bar{n} - 1) \quad (3.4)$$

$$V(\bar{n})d_\nu = b_\nu V(\bar{n} + 1) \quad (3.5)$$

$$V(\bar{n})s^+ = V(\bar{n} - 1)\sqrt{\hat{n}_s + 1} = \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b} V(\bar{n} - 1) \quad (3.6)$$

$$V(\bar{n})s = V(\bar{n} + 1)\sqrt{\hat{n}_s} = \sqrt{\bar{n} + 1 - \hat{n}_b} V(\bar{n} + 1) \quad (3.7)$$

公式(3.2)与(3.3)是显然的, 其他公式可引用如下的结果来证明:

$$\langle 0_{sd} | e^{\sum_\mu b_\mu^+ d_\mu} d_\nu^+ = b_\nu^+ \langle 0_{sd} | e^{\sum_\mu b_\mu^+ d_\mu} \quad (3.8)$$

$$d_\nu e^{\sum_\mu b_\mu^+ d_\mu} | 0_b \rangle = b_\nu e^{\sum_\mu b_\mu^+ d_\mu} | 0_b \rangle \quad (3.9)$$

$$\langle 0_{sd} | e^s s^+ = \langle 0_{sd} | e^s \quad (3.10)$$

$$\langle 0_{sd} | e^s s = \langle 0_{sd} | e^s \tilde{n}_s \quad (3.11)$$

值得指出, 通常为了借助数守恒条件减少一种玻色子, 往往是把  $s, s^+$  设想为  $\sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b}$ , 这样做虽然有某种近似的意义, 但严格的公式是(3.6)和(3.7)。

根据(3.2)–(3.7), 可直接写出  $U_6$  群的无穷小算符的变换公式。IBM 的  $U_6$  群的无穷小算符为:

$$\hat{n}_s, d_\mu^+ d_\nu, s^+ d_\mu, d_\mu^+ s$$

在  $V(\bar{n})$  映射下的像分别是

$$(\bar{n} - \hat{n}_b), b_\mu^+ b_\nu, \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b} b_\mu, b_\mu^+ \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b}$$

这正是 Janssen 等人的  $U_6$  群的无穷小算符<sup>[1]</sup>。

现在求 IBM 哈密顿量  $h_{sd}$  的像。在子空间  $P_{sd}^{(n)}$  中可把  $h_{sd}$  的一般形式写成

$$\begin{aligned} h_{sd}^{(n)} &= c(\bar{n}) + y_1 \hat{n}_d + y_2 \{s^+ s^+ (\hat{d}\hat{d})_0 + (d^+ d^+)_{0ss}\} \\ &\quad + y_3 \{s^+ [(d^+ d)_2 \hat{d}]_0 + [d^+ (d^+ d)_2]_{0s}\} \\ &\quad + \sum_l z_l [(d^+ d^+)_l (\hat{d}\hat{d})_l]_0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

其中  $c(\bar{n})$  为与  $\bar{n}$  有关的常数, 而  $\hat{d}_\mu$  为  $d_\mu$  的时间反演:

$$\hat{d}_\mu = (-1)^\mu d_{-\mu}$$

根据(3.2)–(3.7)可得

$$V(\bar{n}) h_{sd}^{(\bar{n})} = H_b^{(\bar{n})} V(\bar{n}) \quad (3.13)$$

其中

$$\begin{aligned} H_b^{(\bar{n})} = & c(\bar{n}) + y_1 \hat{n}_b + y_2 \left\{ \sqrt{(\bar{n} - \hat{n}_b)} (\hat{b} \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b} \hat{b})_0 + h.c. \right\} \\ & + y_3 \left\{ [(\hat{b}^+ \hat{b})_2 \hat{b}]_0 \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b - 1} + h.c. \right\} \\ & + \sum_l z_l [(\hat{b}^+ \hat{b}^+)_l (\hat{b} \hat{b})_l]_0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

JJD 哈密顿量当作纯粹唯象哈密顿量看待时正是这种形式。

#### 四、波函数的变换

设  $|\Phi_n(sd)\rangle$  是 IBM 哈密顿量在子空间  $P_{sd}^{(\bar{n})}$  中的本征函数为:

$$h_{sd}^{(\bar{n})} |\Phi_n(sd)\rangle = \varepsilon |\Phi_n(sd)\rangle \quad (4.1)$$

以  $V(\bar{n})$  作用于两端, 利用上节的公式(3.13)有

$$H_b^{(\bar{n})} V(\bar{n}) |\Phi_n(sd)\rangle = \varepsilon V(\bar{n}) |\Phi_n(sd)\rangle \quad (4.2)$$

这就是说, IBM 哈密顿量的任一个  $\bar{n}$  玻色子本征函数, 在  $V(\bar{n})$  作用下, 变成 JJD 哈密顿量的本征函数, 本征值不变。现在针对  $SU_6$  的包含  $SO_3$  的三种子群链, 求  $b$  玻色子波函数的表达式。这时用(2.20)式比较方便。出现在这些子群链的各子群的无穷小算符可写为:

$$SU_6: \frac{5}{6} \bar{n} - \hat{n}_b, \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b} \hat{b}_\mu, b_\mu^+ \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b}, (b^+ \hat{b})_{kq} \ (k = 1, 2, 3, 4)$$

$$SU_5: (b^+ \hat{b})_{kq} \ (k = 1, 2, 3, 4)$$

$$SO_5: (b^+ \hat{b})_{kq} \ (k = 1, 3)$$

$$SO_3: (b^+ \hat{b})_{1q}$$

$$SU_3: (b^+ \hat{b})_{1q}, Q^{(b)}(2\mu)$$

$$Q^{(b)}(2\mu) \equiv \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b} \hat{b}_\mu + b_\mu^+ \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b} - \sqrt{\frac{7}{4}} (b^+ \hat{b})_{2\mu}$$

$$SO_6: (b^+ \hat{b})_{kq} \ (k = 1, 3), \ \{\sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b} \hat{b}_\mu - b_\mu^+ \sqrt{\bar{n} - \hat{n}_b}\}$$

#### I. $SU_6 \supset SU_5 \supset SO_5 \supset SO_3$ 波函数

仿照第一节的记号, 设  $|\bar{n} - n, nv\chi LM(sd)\rangle$  是 IBM 中  $SU_6$  群链的波函数, 即  $\hat{n}_s$ ,  $\hat{n}_d$ ,  $T_s(sd)$ ,  $L^2(d)$ ,  $L_z(d)$  的本征函数。于是 JJD 型的  $SU_6$  群链的波函数是

$$V(\bar{n}) |\bar{n} - n, nv\chi LM(sd)\rangle = |nv\chi LM(b)\rangle \quad (4.3)$$

这是  $\hat{n}_b$ ,  $T_s(b)$ ,  $L^2(b)$ ,  $L_z(b)$  的本征函数, 本征值分别为  $n$ ,  $v(v+3)$ ,  $L(L+1)M$

#### II. $SU_6 \supset SU_3 \supset SO_3$ 波函数

设  $|\bar{n}\lambda\mu\kappa LM(sd)\rangle$  是 IBM 中  $SU_3$  链的波函数, 即  $\hat{N}$ ,  $T_3(sd)$ ,  $L^2(d)$ ,  $L_z(d)$  的本征函数。 $T_3(sd)$  是  $sd$  玻色子的  $SU_3$  群的二阶卡斯米尔算符:

$$\Gamma_3^{(sd)} = 2\sqrt{5} [Q^{(sd)}(2)Q^{(sd)}(2)]_0 + \frac{3}{4} \mathbf{L}^2 \quad (4.4)$$

其中

$$[Q^{(sd)}(2)Q^{(sd)}(2)]_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{\mu} (-1)^{\mu} Q^{(sd)}(2\mu) Q^{(sd)}(2-\mu) \quad (4.5)$$

于是 JJD 型的  $SU_3$  链的波函数是

$$\begin{aligned} |\bar{n}\lambda\mu\kappa LM(b)\rangle &= V(\bar{n})|\bar{n}\lambda\mu\kappa LM(sd)\rangle \\ &= \sum_{\substack{n\nu\chi \\ n \leq \bar{n}}} |n\nu\chi LM(b)\rangle \langle (sd)\bar{n}-n, n\nu\chi LM|\bar{n}\lambda\mu\kappa LM(sd)\rangle \end{aligned} \quad (4.6)$$

这是  $b$  玻色子的  $SU_3$  群的二阶卡斯米尔算符  $\Gamma_3^{(b)}(b)$  和角动量算符  $\mathbf{L}^2(b)$ 、 $L_z(b)$  的本征函数。求和系数是  $sd$  玻色子的  $SU_3$  基矢和  $SU_3$  基矢之间的变换系数。 $\Gamma_3^{(b)}(b)$  的表达式是

$$\Gamma_3^{(b)}(b) = 2\sqrt{5} [Q^{(b)}(2)Q^{(b)}(2)]_0 + \frac{3}{4} \mathbf{L}^2(b) \quad (4.7)$$

满足

$$V(\bar{n})\Gamma_3^{(sd)} = \Gamma_3^{(b)}(b)V(\bar{n}) \quad (4.8)$$

### III. $SU_6 \supset SO_6 \supset SO_5 \supset SO_3$ 波函数

设  $|\bar{n}\sigma\nu\chi LM(sd)\rangle$  是 IBM 中  $SO_6$  链的波函数，即  $\hat{N}$ 、 $\Gamma_6^{(sd)}$ 、 $\Gamma_5^{(sd)}$ 、 $\mathbf{L}^2(d)$ 、 $L_z(d)$  的本征函数。 $\Gamma_6^{(sd)}$  是  $sd$  玻色子的  $SO_6$  群的二阶卡斯米尔算符：

$$\Gamma_6^{(sd)} = \hat{N}(\hat{N}+4) - \{s^+s^+ + \sqrt{5}(d^+d^+)\}_0 \{ss + \sqrt{5}(dd)\}_0 \quad (4.9)$$

于是 JJD 型的  $SO_6$  波函数是

$$\begin{aligned} V(\bar{n})|\bar{n}\sigma\nu\chi LM(sd)\rangle &= \\ &= \sum_{n \leq \bar{n}} |n\nu\chi LM(b)\rangle \langle (sd)\bar{n}-n, n\nu\chi LM|\bar{n}\sigma\nu\chi LM(sd)\rangle \end{aligned} \quad (4.10)$$

这是  $\Gamma_5(b)$ 、 $\mathbf{L}^2(b)$ 、 $L_z(b)$  以及  $SO_6$  的二阶卡斯米尔算符  $\Gamma_6^{(b)}(b)$  的本征函数。求和中的系数是  $sd$  玻色子的  $SU_3$  基矢和  $SO_6$  基矢之间的变换系数。 $\Gamma_6^{(b)}(b)$  可写成：

$$\begin{aligned} \Gamma_6^{(b)}(b) &= \bar{n}(\bar{n}+4) - \{\sqrt{\bar{n}-\hat{n}_b}\sqrt{\bar{n}-\hat{n}_b^{-1}} + \sqrt{5}(b^+b^+)\}_0 \\ &\quad \times \{\sqrt{\bar{n}-\hat{n}_b}\sqrt{\bar{n}-\hat{n}_b-1} + \sqrt{5}(\hat{b}\hat{b})_0\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

满足

$$V(\bar{n})\Gamma_6^{(sd)} = \Gamma_6^{(b)}(b)V(\bar{n}) \quad (4.12)$$

## 五、讨 论

以上阐明了两种类型的模型在数学形式上的关系。从 IBM 的观念出发就意味着每个  $s$  或  $d$  玻色子都代表一对核子（或空穴）。因而玻色子数是守恒的，这就自动地导致  $SU_6$  对称性。在数学描述上，采用  $sd$  玻色子最为自然。同时又可以借助  $V(\bar{n})$  算符变换到五种  $b$  玻色子的形式。这时，IBM 哈密顿量变换到 JJD 哈密顿量的形式。 $\bar{n}$  代表

价核子总数的一半。但是没有根据把这样的  $b$  玻色子解释为核形状的振动量子。反过来,如果把 Janssen 等人的哈密顿量中的  $b$  玻色子看作核形状的振动量子,则  $SU_6$  对称性是一种附加的假定。从纯粹唯象的角度来看,这种哈密顿量能够和 IBM 哈密顿量起同样的作用,当然包括导出 IBM 中的三类动力学对称性。如果借助  $V^+(\bar{n})$  把  $H_{\text{JJD}}$  变换到  $sd$  玻色子的形式,则总玻色子数是守恒量,但是没有根据认为这样的  $sd$  玻色子代表核子对。

本文工作是北京大学杨泽森同志建议的,我们对此表示衷心感谢。

### 参 考 文 献

- [1] D. Janssen, R. V. Jolos and F. Donau, *Nucl. Phys.*, A224 (1974), 93.
- [2] A. Arima and F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.*, 35(1975), 1069.  
A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys. (N. Y.)*, 99(1976), 253.
- [3] K. T. Hecht, *Nucl. Phys.*, 63(1965), 117;  
孙洪洲,高能物理与核物理, 4(1980), 478.  
杨泽森,高能物理与核物理, 6(1982), 630.

## A MAPPING BETWEEN THE $SU_6$ SUBSPACE IN THE INTERACTING BOSON MODEL OF NUCLEI AND THE $SU_6$ SUBSPACE OF D. JANSEN ET AL.

LI XIAN-YIN YAO SHI-HUAI

(Department of Physics, Anhui University)

### ABSTRACT

A mapping between the  $SU_6$  subspace of the S-D boson states in the interacting boson model (IBM) of nuclei and the  $SU_6$  subspace of the  $b$ -boson states as proposed by D. Janssen et al. is established. It is shown that under the mapping the  $SU_6$  infinitesimal operators and the Hamiltonian of the IBM are transformed into the corresponding operators as proposed by D. Janssen et al. Furthermore wave functions of the  $b$ -boson states corresponding to the three dynamical symmetries in the IBM are constructed.