

# $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$ 和 $^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$ 弹性 散射的机制

宁平治 高成群 何国柱  
(南开大学)

## 摘 要

本文考虑了两碰撞核间核子结团的转移机制,解释了象  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  和  $^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$  这样一些  $4N$  核间的弹性散射微分截面后角振荡上升的反常现象. 在原子核分子轨道模型的理论框架下,将交换势的强度作为唯一的可调参数,数值计算较自然地拟合实验结果.

## 一、引 言

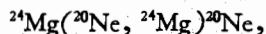
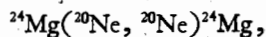
对于较轻的  $4N$  核间的弹性散射,从实验上和理论上对包含  $^{12}\text{C}$  和  $^{16}\text{O}$  的系统已作过不少研究. 近几年来对于包含  $^{20}\text{Ne}$ 、 $^{24}\text{Mg}$  和  $^{28}\text{Si}$  等稍重的  $4N$  核散射完成了一些实验<sup>[1,2]</sup>. 分析这类实验数据所用的主要理论框架是传统的重离子光学模型. 由于重离子光学势的不确定性问题,即不同的势参数组可以拟合同一个实验结果,以及难于拟合后向角分布数据等问题,近来在传统光学模型 (OM) 基础上做了不少改进,提出了角动量相关 OM<sup>[3]</sup>、统计涨落修正 OM<sup>[3]</sup> 和雷吉极点修正 OM 等方法. 这些方法虽然在后向与实验结果的符合有不同程度改善,但对过程的物理机制并未澄清多少,同时却引入了过多的可调参数.

根据最近对核结团现象的研究<sup>[4,5]</sup>,上述  $4N$  核散射角分布的后向反常现象可能是原子核结团结构的影响,考虑这种结构效应后可望得到较清晰的物理机制. 本文计及  $4N$  核弹性散射过程中可能伴随发生的导致相同末态的  $^4\text{He}$  结团转移,并采用分子轨道模型描述散射系统,计算了  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  和  $^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$  两种过程的全角分布. 计算结果与实验数据的比较指出,导致相同末态的  $^4\text{He}$  结团转移对  $4N$  核弹性角分布的后向有强烈影响,这种影响是后向反常的主要原因,这支持了本文考虑的散射机制和物理模型.

## 二、模 型

核结构研究表明,上述质量区中不少  $4N$  核存在  $^4\text{He}$  结团结构,核表面形成  $^4\text{He}$  结团的几率 ( $f \approx 0.8$ ) 较其他质量区的核都大得多<sup>[4]</sup>. 典型核是  $^{24}\text{Mg}$ . 根据微观结团模型

对  $^{24}\text{Mg}$  能谱等所作的理论计算结果, 支持  $^{24}\text{Mg}$  中存在  $^{16}\text{O} + ^8\text{Be}$  和  $^{20}\text{Ne} + ^4\text{He}$  两种结团结构<sup>[5]</sup>. 这样, 当入射能量高于库仑位垒时,  $^{20}\text{Ne}$  核入射到  $^{24}\text{Mg}$  核可同时发生以下两种过程:



前者是纯弹性散射, 后者是  $^4\text{He}$  转移过程 (图 1), 这两种过程末态相同, 在全角度实验测量中是区分不开的. 同样, 在  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  弹性散射过程中也应有  $^{24}\text{Mg}(^{16}\text{O}, ^{24}\text{Mg})^{16}\text{O}$  的  $^8\text{Be}$  转移过程的贡献, 因为无法区分出射的  $^{16}\text{O}$  是来自靶核还是入射的  $^{16}\text{O}$ .

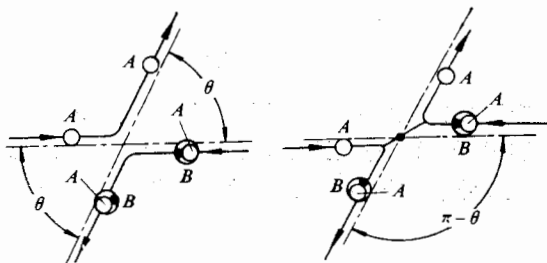


图 1 A 表示  $^{20}\text{Ne}$  B 表示  $^{24}\text{Mg}$

为对上述机制作初步检验, 首先分别处理纯弹性散射和伴随发生的转移反应. 纯弹性散射用传统 OM 计算散射振幅, 转移振幅用半径模型计算, 二者相干迭加后给出微分截面.

进一步的分析是采用分子轨道模型统一处理纯弹性过程和伴随转移过程. 对于  $^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$  的情况,  $^{24}\text{Mg}$  视为由  $^{20}\text{Ne}$  核芯与价结团  $^4\text{He}$  构成, 这核芯与入射核  $^{20}\text{Ne}$  相同, 碰撞过程中发生  $^4\text{He}$  转移. 对于由两个全同核芯和一个价粒子 (核子或结团) 构成的三体系统, 最近的一般研究表明<sup>[6]</sup>, 在核芯质量  $M$  与价粒子质量  $m$  之比既使是不很大的情况下 (只要求  $M/m > 1$ , 并不要求  $M/m \gg 1$ ), 玻恩-奥本海默近似 (BOA) 仍不失为一个好的近似. 这样, 对于本文考虑的过程, 在原子核的分子轨道模型的理论框架下进行处理亦是可行的.

### 三、公 式

如上节所述, 理论计算分以下二步进行:

#### 1. 分别处理纯弹性散射和伴随转移过程

全角度微分截面为

$$d\sigma/d\Omega = |f_{el}(\theta) + f_{tr}(\pi - \theta)|^2, \quad (1)$$

此处  $f_{el}(\theta)$  是纯弹性散射振幅, 它由 OM 计算, 所采用的重离子光学势为

$$U(r) = V_C(r) - V\{1 + \exp[(r - r_V)/a_V]\}^{-1} - iW\{1 + \exp[(r - r_W)/a_W]\}^{-1}, \quad (2)$$

其中  $r_V = r_{0V}(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ ,  $r_W = r_{0W}(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ , 库仑势为

$$V_c(r) = \begin{cases} Z_1 Z_2 e^2 / r_c & (r > r_c) \\ (Z_1 Z_2 e^2 / r_c) (3/2 - r^2 / 2r_c^2) & (r < r_c) \end{cases} \quad (3)$$

$$r_c = r_{oc}(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}).$$

(1)式中的转移振幅为<sup>[10]</sup>

$$f_{ir}(\theta') = \frac{1}{2iK} \sum_{L=0}^{\infty} (2L+1) \exp(2i\sigma_L) \eta_L P_L(\cos\theta'), \quad (4)$$

$$\theta' = \pi - \theta,$$

$$\eta_L = \frac{\tau \exp[(L_c - L)/\Delta]}{\Delta \{1 + \exp[(L_c - L)/\Delta]\}^2}, \quad (5)$$

其中  $\tau$  是转移反应的唯一谱振幅,  $L_c$  是擦边角动量,  $\Delta$  是由核扩散边缘决定的  $L$  值分布宽度. 由这三个参数可确定转移振幅  $f_{ir}(\pi - \theta)$ , 再与纯弹性散射振幅  $f_{el}(\theta)$  相干迭加后可得全角分布, 以对模型作初步检验.

## 2. 统一处理纯弹性散射和伴随转移过程:

首先将散射系统的总波函数  $\Psi$  按价粒子的分子态波函数  $\phi_K$  展开:

$$\Psi = \sum_K \chi_K(\mathbf{R}) \phi_K(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (6)$$

这里作为展开系数的  $\chi_K(\mathbf{R})$  描述核芯的相对运动,  $\mathbf{R}$  表示核芯间相对距离(图2), 下标  $K$  表示给定态的一组量子数. 按照原子核的分子轨道模型, 如果所处理的过程不涉及激发态的跃迁, 则价粒子的分子态波函数可近似表示为价粒子  $a$  在每个核芯的基态波函数  $\phi_c$

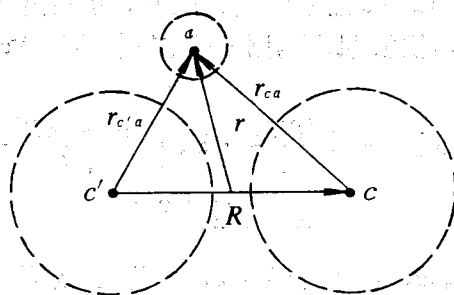


图 2

和  $\phi_{c'}$  的线性组合:

$$\begin{aligned} \phi_K(\mathbf{R}, \mathbf{r}) &= \frac{1}{\sqrt{2[1 \pm S(R)]}} [\phi_c(\mathbf{r}_{ca}) \pm \phi_{c'}(\mathbf{r}_{c'a})] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2[1 + \hat{P} S(R)]}} [\phi_c(\mathbf{r}_{ca}) + \hat{P} \phi_{c'}(\mathbf{r}_{c'a})], \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $S(R) = \langle \phi_c | \phi_{c'} \rangle$  为重迭积分,  $\mathbf{r}_{ca}$  和  $\mathbf{r}_{c'a}$  分别表示价粒子  $a$  到核芯  $c$  和  $c'$  的距离, 核芯交换算符  $\hat{P} = \pm 1$  分别对应于对称态  $\phi_g$  和反对称态  $\phi_u$ .

系统总波函数  $\Psi$  满足的薛 J 格方程为

$$[T_{cc'}(\mathbf{R}) + V_{cc'}(\mathbf{R}) + H_a(\mathbf{R}, \mathbf{r})]\Psi = E\Psi, \quad (8)$$

其中  $T_{cc'}(\mathbf{R})$  和  $V_{cc'}(\mathbf{R})$  为核芯相对运动的动能和势能,  $V_{cc'}(\mathbf{R})$  通常取核芯-核芯光学势  $V_{opt}(R)$ ,  $H_a(\mathbf{R}, \mathbf{r})$  是价粒子哈密顿量, 对每一给定核芯距离  $R$  有

$$H_a(\mathbf{R}, \mathbf{r})\tilde{\psi}_K(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \epsilon_K(R)\tilde{\psi}_K(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (9)$$

$$H_a = T_a + V_{ca} + V_{c'a}, \quad (10)$$

此处  $T_a$  是价粒子动能,  $V_{ca}$  和  $V_{c'a}$  是价粒子与核芯的相互作用势能. 在(7)式中已取  $\tilde{\psi}_K \approx \psi_K$ .

将散射波函数  $\chi_K(\mathbf{R})$  作分波展开, 径向部分为  $u_L(R)/R$ ,  $u_L(R)$  满足以下方程 (核芯自旋为零的情况):

$$\left\{ \frac{d^2}{dR^2} - \frac{L(L+1)}{R^2} - \frac{M}{\hbar^2} [V_{opt}(R) + (-1)^L J(R)] + K^2 \right\} u_L(R) = 0, \quad (11)$$

其中  $M$  是散射系统的约化质量,  $K$  是相对运动波数,  $J(R)$  是交换积分:

$$J(R) = \langle \phi_{c'}(\mathbf{r}_{c'a}) | V_{c'a}(\mathbf{r}_{c'a}) | \phi_c(\mathbf{r}_{c'a} - \mathbf{R}) \rangle \quad (12)$$

(11)式中交换势  $J(R)$  前面的因子  $(-1)^L$  来自核芯交换对称性, 它使  $J(R)$  对偶分波和奇分波有不同的贡献 (排斥或吸引). 如果把  $J(R)$  当作微扰处理, 则可得到通常的扭曲波玻恩近似. 在本文计算过程中看到, 交换势的强度及其奇偶效应对散射矩阵元有十分强烈的影响, 故  $J(R)$  不宜作微扰处理. 在得到方程(11)的过程中略去了高阶项并利用了分子态波函数(7)及其正交性:

$$\langle \phi_g | \phi_u \rangle = 0.$$

交换势  $J(R)$  可由(12)式通过数值积分计算, 但如果假定核芯间的相对距离  $R$  较大, 特别是  $R$  大于价粒子与核芯的距离, 则可对  $J(R)$  应用 Buttler-Goldfarb (BG) 近似<sup>[7]</sup> 得到

$$J(R) = \left[ \frac{(SN)^2}{\alpha^3} \cdot E_B \right] \frac{\exp(-\alpha R)}{\alpha R} \quad (13)$$

$$\alpha = \sqrt{2m_a E_B \hbar^{-2}}$$

其中  $E_B$  是价粒子束缚能,  $m_a$  是价粒子质量,  $S^2$  是价粒子束缚于核芯  $c'$  的谱因子,  $N$  是归一化常数. 通常将  $SN$  值作为可调参数处理<sup>[7]</sup>.

对于奇  $L$  和偶  $L$  分波, 由方程式(11)解出的散射波函数是不同的, 它们的渐近形式分别为

$$\chi_{\#L}^{\#}(\mathbf{R}) \rightarrow \frac{1}{2} (e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} - e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}}) + f_{-}(\hat{R})e^{iKR}/R \quad (14a)$$

$$\chi_{\#L}^{\#}(\mathbf{R}) \rightarrow \frac{1}{2} (e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} + e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}}) + f_{+}(\hat{R})e^{iKR}/R \quad (14b)$$

式中  $\hat{R}$  表示  $\mathbf{R}$  相对于波矢  $\mathbf{K}$  的取向,  $f_{-}$  和  $f_{+}$  分别是只含奇分波和只含偶分波的散射振幅, 二者由方程式(11)确定. 考虑到散射系统在芯交换下的对称性, 总波函数具有以下渐近形式:

$$\Psi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}}\phi_c + e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}}\phi_{c'} + \frac{e^{iKR}}{R} [f(\hat{R})\phi_c + f(-\hat{R})\phi_{c'}] \right\} \quad (15)$$

将(7)式和(14)式代入(6)式后与上式比较立即得到  $f(\hat{R}) = f_+(\hat{R}) + f_-(\hat{R})$ 。于是,由(15)式导出的包含转移过程的弹性微分截面可表示为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\hat{R})|^2 = |f(\theta)|^2 = |f_+(\theta) + f_-(\theta)|^2 \quad (16)$$

其中我们用散射角  $\theta$  代替了  $\hat{R}$ 。

#### 四、计 算

在分别处理纯弹性散射和伴随转移的计算中,对  $^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$  系统,纯弹性散射振幅用文献[1]给出的传统光学势 E18M 计算(见表 1 参数组 1),转移振幅由(4)式和(5)式计算,其中的参数选为  $\tau = 0.02$ ,  $\Delta = 0.6$ ,  $L_c = 25$ 。对  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  系统,纯弹性光学势用文献[2]的 ANLI 势(见表 1 参数组 2),转移参数为  $\tau = 0.12$ ,  $\Delta = 1.0$ ,  $L_c = 14$ 。计算得到的微分截面在后向呈现振荡上升趋势(见图 3 和图 4 中点线)。上述计算仅作为对模型的初步检验,未作拟合调参。计算中使用改进的重离子光学模型程序 GNOMI<sup>[8]</sup>,其中包含新的快速收敛的库仑程序。库仑半径取为  $R_c = 1 \cdot 2(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})\text{fm}$ 。

表 1 各种光学势参数

序号	类 别	$V(\text{MeV})$	$r_V(\text{fm})$	$a_V(\text{fm})$	$W(\text{MeV})$	$r_W(\text{fm})$	$a_W(\text{fm})$
1	$^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$ E18M <sup>[1]</sup> 传统 OM	11.96	1.37	0.61	42.55	1.23	0.516
2	$^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$ ANLI <sup>[2]</sup> 传统 OM	37	1.35	0.404	78	1.29	0.174
3	$^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$ STA <sup>[1]</sup> 修正 OM	46.88	1.34	0.431	11.61	1.23	0.127
4	$^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ <sup>[9]</sup> 浅势	17	1.35	0.49	4	1.35	0.49
5	$^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ <sup>[9]</sup> 深势	100	1.2	0.49	35	1.2	0.32

在统一处理纯弹性散射和伴随转移的计算中,对  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  系统,选取了深浅不同的两组  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  核芯光学势<sup>[9]</sup>(见表 1 参数组 4、5)。计算表明,它们可以得到同样好的角分布拟合。图 3 中实线是用参数组 4 计算出的角分布。计算过程中不再调节这些参数。唯一可调参数是交换势强度 SN 值。当由小的起始值逐渐增大该参数值时,大角度区截面曲线便渐渐出现上升式的振荡结构,继续增大 SN 值,大角度振荡变得剧烈,图 3 中实线对应于  $\text{SN} = 1.6 \times 10^3$ 。该图中的虚线在后向完全不呈现振荡结构,这是传统 OM 的计算结果<sup>[2]</sup>。在  $120^\circ$  至  $180^\circ$  区域,本文计算出的振荡峰的位置和幅度与实验数据大体一致,在小于  $90^\circ$  区域拟合较好,在  $90^\circ$  至  $120^\circ$  区域则与实验点偏离稍大,由于这个角度区实验点较少,对此未作进一步考虑。

图 4 中的实线是本文对  $^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$  的计算结果,交换势强度参数 SN 值取 20.7。由于核芯  $^{20}\text{Ne}$  与  $^{20}\text{Ne}$  散射的实验和理论工作尚未见到,在计算中近似用表 1 中的参数组 1 作为  $^{20}\text{Ne} + ^{20}\text{Ne}$  的光学势。计算结果在后角度区出现明显的振荡上升。这与传统 OM 的结果(平滑减弱,见图 4 中虚线)十分不同。图 4 中的点划线是文献[1]的修正 OM 计算结果,它给出过多的近于等幅的振荡结构。与此比较,本文给出的振荡结构似应合理些,这

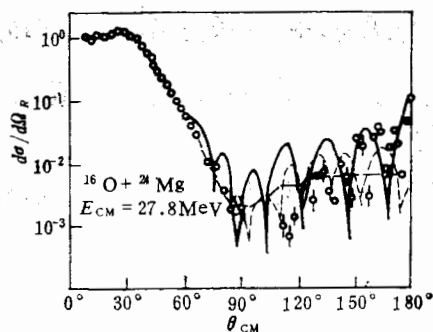


图 3

---文献[2]结果   .....OM + (4)式  
——分子轨道模型

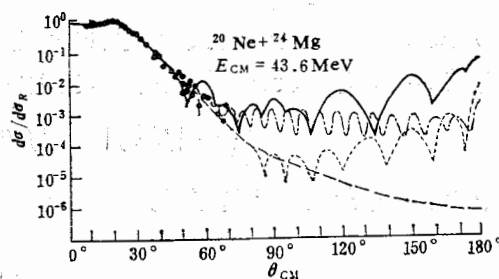


图 4

.....OM + (4)式   ----传统 OM  
——分子轨道模型   -·-·修正 OM (文献[1])

些均有待大角度实验结果的检验。

在统一处理纯弹性散射和伴随转移的计算中,按照方程(11)至(16)式最后得到微分截面的全部计算工作由 GNOM2 程序完成<sup>[8]</sup>。

## 五、结果和讨论

从本文对  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  和  $^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$  两个散射过程的计算结果可以看出,这类弹性散射的大角度反常现象可以由伴随发生的  $^4\text{He}$  结团转移的散射机制得到解释。对  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  过程,计算得到的后向振荡峰的数目和上升幅度与实验数据大体一致。对  $^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$  过程的计算结果也给出类似的后向振荡上升。但由于本文考虑的模型仍较粗糙,特别是采用了大  $R$  值下的 BG 近似,全部计算只有一个可调参数,难于对实验数据精确拟合。此外,本文根据文献[6],对于较小的核芯与价粒子质量比的情况,在 BO 近似下采用分子轨道模型描述散射系统,得到较合理的结果。这说明在价粒子稍重的情况下,采用分子轨道模型仍是可行的。

下一步的工作是:(1)分析  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  散射过程中价结团的转移方式。对此,本文在计算中假定为  $^8\text{Be}$  一步转移,尚可能发生双  $^4\text{He}$  一步或二步转移。应该确定哪种转移方式较为优越。(2)在对交换势  $J(R)$  的计算中不用 BG 近似,而选取适当的  $\phi_c$  和  $V_c/a$  由(12)式确定  $J(R)$ ,通过与实验数据比较,可能提取一些有用的核结构信息。

## 参 考 文 献

- [1] P. Belery et al., *Phys. Rev.*, C23 (1981), 2503.
- [2] M. Paul et al., *Phys. Rev.*, C21 (1980), 1802.
- [3] M. C. Mermaz, *Phys. Rev* C23 (1981), 755.
- [4] 刘兆远,全国第四次核物理会议论文集,1980, p. 36.
- [5] K. Kato and H. Bando, *Prog. Theor. Phys.*, 62 (1979), 644.
- [6] A. C. Fonseca and P. E. Shanley, *Ann. of Phys.*, 117 (1979), 268.
- [7] W. von Oertzen, *Nucl. Phys.*, A148 (1970), 529.

- [8] 高成群, 宁平治, «重离子光学模型程序的改进: GNOM 1 GNOM 2», 南开大学物理系内部资料, 1982.
- [9] W. von Oertzen, in "Proc. Intern. Symp. on Cluster Structure of Nuclei and Transfer Reactions Induced by Heavy Ions, Tokoy, 1975", P. 337.
- [10] P. E. Hodgson, "Nuclear Heavy-Ion Reactions" Clarendon Press (1978), P. 51.

## ON THE TRANSFER MECHANISM OF $^{16}\text{O}+^{24}\text{Mg}$ AND $^{20}\text{Ne}+^{24}\text{Mg}$ ELASTIC SCATTERING

NING PING-ZHI GAO CHENG-QUN HE GUO-ZHU

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin)

### ABSTRACT

The mechanism of transferring a cluster of nucleons between two colliding nuclei is considered to explain the backward angle oscillatory rise in the differential cross section of the elastic scattering between certain nuclei, such as  $^{16}\text{O}+^{24}\text{Mg}$  or  $^{20}\text{Ne}+^{24}\text{Mg}$ . The nuclear molecular orbit approximation theory is applied. For one-step transfer, if the parameter involved is assumed to be adjustable, the numerical calculations can be made to fit the experimental results naturally.