

# 激子模型理论中初激子数 $n_0$ 的统计性质及其对结果的影响

缪容之 吴国华 郑卫汉\*  
刘建业 余超凡 于 暹

(中国科学院近代物理研究所)

## 摘 要

本文提出了初激子数  $n_0$  具有统计性质的假定,由此得到任一可能的  $n_0$  的出现几率  $h(n_0)$  的表示式. 预平衡发射的实验结果应由各种可能的  $n_0$  的贡献权重求和得到,从而在激子模型计算中统计地确定了  $n_0$  对结果的影响.

## 一、引 言

炮弹入射到靶核中并与其中的核子发生初次碰撞后复合系统的激子数,初激子数  $n_0$ , 在描述预平衡发射的激子模型理论中扮演了一个十分重要的角色<sup>[1]</sup>. 它对出射粒子的双微分截面、角分布以及能谱的形状与数值都有显著的影响. 选择恰当的  $n_0$ , 是利用激子模型处理预平衡发射时必须认真对待的问题.

一个受人尊重的方法是 J. J. Griffin<sup>[2]</sup> 给出的斜率法, 它的物理基础是把激子态概念外推到直接反应. 但远不是所有的预平衡发射问题都能找到相应的直接反应资料的.

在更多的情况下,  $n_0$  是被当作自由参量处理的<sup>[3]</sup>, 以拟合给出的实验结果.

在不考虑对能修正时, 复合系统惰性心外的核子数是奇或是偶, 对  $n_0$  的取值也会有所差异<sup>[4]</sup>, 但是这种差异是经验地给出的.

综上所述,  $n_0$  这个参量通常只被看作是用激子模型讨论预平衡发射过程的一个起点, 它本身并不直接由激子模型理论所规定<sup>[2]</sup>, 在一些情况下它被经验地给出<sup>[4]</sup>, 在更多场合下被作为拟合实验的自由参数对待<sup>[3]</sup>. 因此它给激子模型理论结果带来了很大的不确定性.

本文试图提出初激子数  $n_0$  具有统计性质的假设, 认为预平衡发射的实验结果是各种可能的  $n_0$  的贡献的权重平均, 从而统计地确定了  $n_0$  对计算结果的影响.

与传统作法一样, 我们对  $n_0$  统计性的讨论只借用某些激子模型的概念, 而又不完全拘泥于它的理论框架本身.

\* 兰州大学, 现代物理系.  
本文 1983 年 5 月 5 日收到.

## 二、本工作的基本假设

我们定义一个复合系统可能的初激子数  $n_0$  是指当炮弹  $a$  入射到处于基态的靶核内与靶核粒子发生首次碰撞后系统具有的激子数<sup>[5]</sup>.

这个高速入射的复杂粒子集团被看成是没有结构的  $p_a$  个自由核子集团; 每个核子能量近似等于系统激发能  $E$  按入射粒子均分值  $\varepsilon \simeq \frac{E}{p_a}$ <sup>[6]</sup>: 在  $a$  进入靶核后列入射核子与靶核核子发生首次碰撞的时间间隔内, 假定入射核子间不再发生相互碰撞.

这  $p_a$  个核子进入靶核后, 其中参与首次碰撞的核子可能不止一个, 而也许‘同时’有  $k$  个. 令发生这样碰撞的几率是  $P_k$ .

这里‘同时’的概念是下面的物理过程的近似描写: 假定这  $k$  对核子碰撞分别在时间序列  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_k$  中发生,  $\Delta t = (t_k - t_1) \ll t_1$ ; 在  $t \leq t_k$  时这  $k$  对核子以及由它们碰撞产生的激子不发生第二次碰撞; 对于在  $t_i$  时刻发生的第  $i$  对 ( $i \leq k$ ) 核子碰撞引起的系统变化并不显著影响以后 ( $k - i$ ) 对核子的首次碰撞. 因此, 认为这样  $k$  对核子是‘同时’参与了首次碰撞, 由此产生的激子数是复合系统的一个可能的初激子数  $n_0$ .

在讨论首次碰撞时, 无需考虑费米面下靶核粒子间碰撞的贡献: 由于受泡里原理制约, 这类碰撞不发生态跃迁.

## 三、公式的建立

### 1. $k$ 对核子参与首次碰撞而产生 $j$ 对粒子-空穴对的几率 $\chi_k^j$ .

在未发生首次碰撞前系统的状态数  $N_i \simeq [\omega(1, 0, \varepsilon)d\varepsilon]^{p_a} = (g\varepsilon)^{p_a}$ .

一个入射核子与费米面下的靶核粒子碰撞时可能面临两种情况: 或者它们之间发生完全的能量交换, 而不产生新的粒子空穴对; 或者发生不完全的能量交换而产生新的粒子-空穴对. 故由  $k$  对核子参与首次碰撞而产生  $j$  对粒子-空穴对的末态  $f(k, j)$  的状态数是<sup>[7]</sup>: (见图 1)

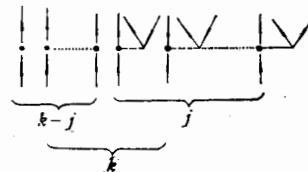


图 1

$$\begin{aligned}
 N_f &= N_k^j = \frac{1}{N_i} [\omega(1, 0, \varepsilon)d\varepsilon]^{p_a - k} [\omega(2, 1, \varepsilon)d\varepsilon]^j [\omega(1, 0, \varepsilon)d\varepsilon]^{k - j} C_k^j \\
 &= \frac{k!}{(k - j)! j!} \left( \frac{gE}{2p_a} \right)^{2j} \quad (1)
 \end{aligned}$$

故

$$\chi_k^j = \left\{ \frac{k!}{(k-j)!j!} \left( \frac{gE}{2p_a} \right)^{2j} \right\} / \left\{ \sum_{j=0}^k \frac{k!}{(k-j)!j!} \left( \frac{gE}{2p_a} \right)^{2j} \right\} \quad (2)$$

这里,  $0 \leq j \leq k$ ,  $g$  是复合系统的等间距单粒子态密度.

### 2. 入射粒子集团中有 $k$ 个核子参与首次碰撞的几率 $P_k$

设一个人射核子参与首次碰撞的几率是  $C$ , 则  $k$  个人射核子同时参与首次碰撞的几率应是  $C^k$ , 考虑到由  $p_a$  个核子中挑选  $k$  个核子的方式共  $C_{p_a}^k$  种, 故

$$P_k = C_{p_a}^k C^k \quad (1 \leq k \leq p_a) \quad (3.1)$$

由归一条件

$$\sum_{k=1}^{p_a} P_k = 1 \quad (3.2)$$

即可得到  $P_k$ .

### 3. 任一可能的初激子数 $n_0$ 的出现几率 $h(n_0)$

在  $p_a$  个人射核子中, 有  $k$  个核子参与首次碰撞产生  $j$  对粒子-空穴对的几率是

$$\gamma_k^j = P_k \chi_k^j \quad (4)$$

那末可能的初激子数  $n_0$  (相应的初受激粒子数  $p_0$ )

$$n_0 = p_a, p_a + 2, p_a + 4, \dots, 3p_a \quad (5.1)$$

$$p_0 = p_a, p_a + 1, p_a + 2, \dots, 2p_a \quad (5.2)$$

的出现几率是

$$h(n_0) = \sum_{k=1}^{p_a} \gamma_k^{\frac{n_0-p_a}{2}} = \sum_{k=1}^{p_a} P_k \chi_k^{\frac{n_0-p_a}{2}} \quad (6)$$

### 4. 平均初激子数 $\bar{n}_0$

$$\bar{n}_0 = p_a + 2\bar{j} = p_a + 2 \sum_{k=1}^{p_a} \sum_{j=0}^k \gamma_k^j j \quad (7)$$

### 5. $n_0$ 的统计性质对结果的影响

如果一个确定的  $n_0$  由激子模型得到双微分截面, 能谱及角分布分别为

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\varepsilon d\Omega} \right)_{n_0}, \left( \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{n_0}, \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{n_0},$$

那末以确定几率  $h(n_0)$  出现各种可能的  $n_0$  的贡献, 应是它们的统计权重求和:

$$\overline{\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon d\Omega}} = \sum_{\substack{n_0=p_a \\ \Delta n_0=2}}^{3p_a} h(n_0) \left( \frac{d^2\sigma}{d\varepsilon d\Omega} \right)_{n_0} \quad (8.1)$$

$$\overline{\frac{d\sigma}{d\varepsilon}} = \sum_{\substack{n_0=p_a \\ \Delta n_0=2}}^{3p_a} h(n_0) \left( \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{n_0} \quad (8.2)$$

$$\overline{\frac{d\sigma}{d\Omega}} = \sum_{\substack{3p_a \\ n_0=p_a \\ \Delta n_0=2}} h(n_0) \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{n_0} \quad (8.3)$$

这个统计平均值应与实验结果一致.

#### 四、计算结果

我们计算了反应  $^{197}\text{Au}(p, d)$ ,  $^{197}\text{Au}(p, t)$ ,  $^{197}\text{Au}(p, ^3\text{He})$ ,  $^{197}\text{Au}(p, \alpha)$   $E_L = 62\text{MeV}$ ; 反应  $^{56}\text{Fe}(d, \alpha)$ ,  $E_L = 27.5\text{MeV}$ ; 反应  $^{55}\text{Mn}(^3\text{He}, \alpha)$ ,  $E_L = 22.0\text{MeV}$ ; 以及反应  $^{181}\text{Ta}(\alpha, p)$ ,  $E_L = 54.8\text{MeV}$ . 包括了入射粒子  $p_a = 1, 2, 3, 4$  和出射粒子  $p_b = 1, 2, 3, 4$  的多种类型的反应. 在计算中我们采用了普通激子模型<sup>[8,1,3]</sup>和快粒子-激子模型<sup>[5,9]</sup>的通用化程序 GEM<sup>[10]</sup> 和 FPEM<sup>[11]</sup>. 与早期工作不同, 我们采取时间积分主方程的精确闭合解形式<sup>[12,9]</sup>, 它既包含了预平衡过程的描述, 也包含了平衡过程的描述. 计算结果参见图 2—4 及表 1.

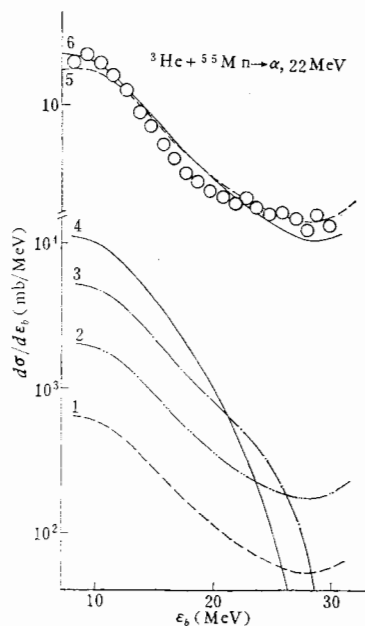


图 2

- 1:  $n_0 = 3, p_0 = 3$ ; 2:  $n_0 = 5, p_0 = 4$ ;  
 3:  $n_0 = 7, p_0 = 5$ ;  
 4:  $n_0 = 9, p_0 = 6$ ; 5:  $(\overline{d\sigma/d\varepsilon})_{n_0, p_0}, \bar{\tau}_\alpha = 7.7 \times 10^{-3}$ ;  
 6:  $(d\sigma/d\varepsilon)_{n_0, m, p}, \tau_{\alpha, m, p} = 8.3 \times 10^{-3}$

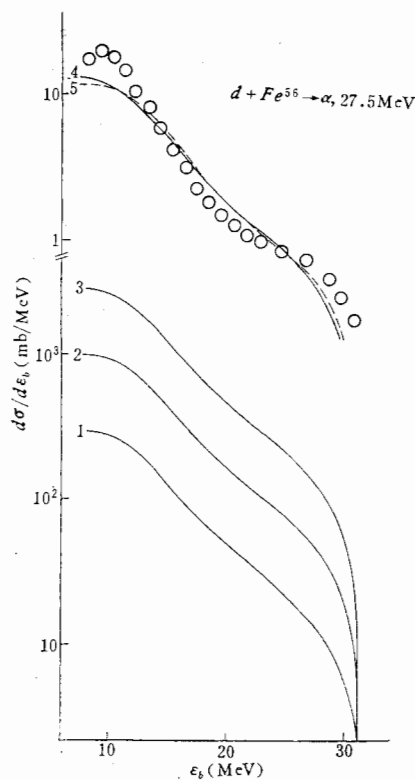


图 3

- 1:  $n_0 = 2, p_0 = 2$ ; 2:  $n_0 = 4, p_0 = 3$ ;  
 3:  $n_0 = 6, p_0 = 4$ ; 4:  $(\overline{d\sigma/d\varepsilon})_{n_0, p_0}, \bar{\tau}_\alpha = 9.1 \times 10^{-3}$ ;  
 5:  $(d\sigma/d\varepsilon)_{n_0, m, p}, \tau_{\alpha, m, p} = 1.1 \times 10^{-2}$

1.  $^{55}\text{Mn}(^3\text{He}, \alpha)$ ,  $E_L = 22.0\text{MeV}$ . (实验资料取自[13])

表 1

反应	$n_0$ $E(\text{MeV})$	$h(n_0)$					$\bar{n}_0$
		$p_a$	$p_a + 2$	$p_a + 4$	$p_a + 6$	$p_a + 8$	
$p + {}^{197}\text{Au}$	68.79	$3.64 \times 10^{-6}$	$1.00 \times 10^0$				3.00
$d + {}^{56}\text{Fe}$	38.92	$4.39 \times 10^{-4}$	$8.28 \times 10^{-1}$	$1.71 \times 10^{-1}$			4.34
${}^3\text{He} + {}^{55}\text{Mn}$	37.93	$9.79 \times 10^{-4}$	$7.79 \times 10^{-1}$	$2.02 \times 10^{-1}$	$1.75 \times 10^{-2}$		5.47
$\alpha + {}^{181}\text{Ta}$	51.40	$5.36 \times 10^{-3}$	$7.57 \times 10^{-1}$	$2.15 \times 10^{-1}$	$2.71 \times 10^{-2}$	$1.28 \times 10^{-3}$	6.54

图(2)表示了  $n_0 = 3, 5, 7, 9$  的能谱计算值  $\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)_{n_0}$ 、平均能谱  $\overline{\frac{d\sigma}{d\varepsilon}}$  及最可几能谱  $\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)_{n_0=n_{0mp}}$ ，其中  $n_{0mp}$  表示最可几的  $n_0$  值， $n_{0mp} = 5 \approx \bar{n}_0 = 5.47$  (见表 1)。可以看到平均能谱和最可几能谱都能较好地拟合实验，但在形状与数值上都有差异。由此提取的聚

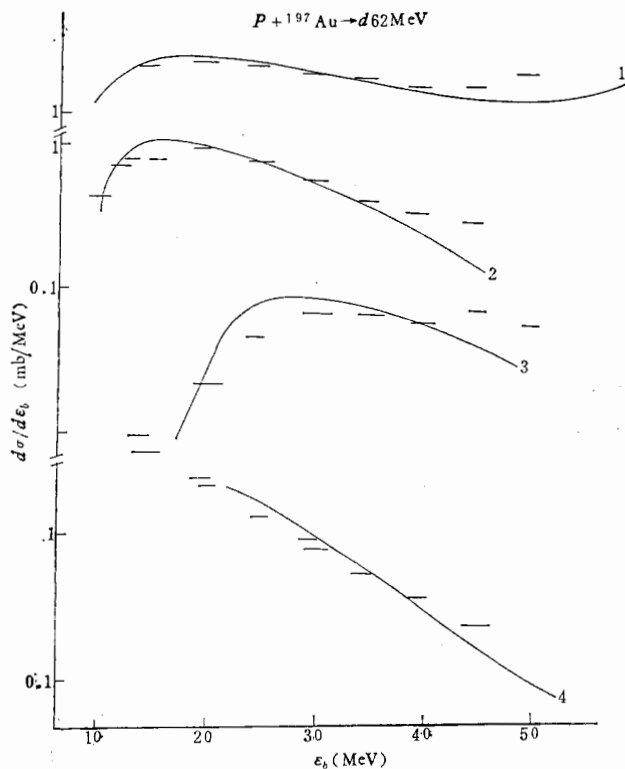


图 4 能谱的统计平均值

——实验值    ——计算值    1.  $d$ , 2.  $t$ , 3.  ${}^3\text{He}$ , 4.  ${}^4\text{He}$

合因子<sup>[14]</sup>  $\bar{\gamma}_\alpha = 7.7 \times 10^{-3}$ ,  $\gamma_{\alpha,mp} = 8.3 \times 10^{-3}$ . 但是这样的差异常常可以由调节其它参量得到弥补, 这就是为什么当人们不考虑  $n_0$  的统计性质时也能获得‘良好’拟合的原因, 然而, 其中却包含了  $n_0$  的不确定因素.

2.  $^{56}\text{Fe}(d, \alpha)$ ,  $E_L = 27.5 \text{ MeV}$  (实验资料取自[13])

图(3.a)画出了  $n_0 = 2, 4, 6$  时的能谱计算值  $\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)_{n_0}$ , 图(3.b)画出了平均能谱及最可几能谱  $\frac{\overline{d\sigma}}{d\varepsilon}$ ,  $\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)_{n_{0mp}}$ , 由此提取的聚合因子  $\bar{\gamma}_\alpha = 9.1 \times 10^{-3}$ ,  $\gamma_{\alpha,mp} = 1.1 \times 10^{-2}$ . 且  $n_{0mp} = 4 \simeq \bar{n}_0 = 4.34$ . (见表 1).

3.  $^{197}\text{Au}(p, d)$ ,  $^{197}\text{Au}(p, t)$ ,  $^{197}\text{Au}(p, {}^3\text{He})$ ,  $^{197}\text{Au}(p, \alpha)$ ,  $E_L = 62.0 \text{ MeV}$  (实验资料取自[3])

上述各反应的平均能谱见图 4, 由此提取的聚合因子  $\bar{\gamma}_d = 1.3 \times 10^{-2}$ ,  $\bar{\gamma}_t = 4.4 \times 10^{-3}$ ,  $\bar{\gamma}_{{}^3\text{He}} = 9.5 \times 10^{-4}$ ,  $\bar{\gamma}_\alpha = 1.2 \times 10^{-3}$ .  $n_{0mp} = \bar{n}_0 = 3$ , 且最可几能谱与平均能谱完全重合. 这是单核子入射的反应在相当宽的能量范围中的共同现象. 因而, 在单核子入射时, 通常不需要经过统计平均的计算.

4.  $^{181}\text{Ta}(\alpha, p)$ ,  $E_L = 54.8 \text{ MeV}$  (实验资料取自[5]).

图(5.a)给出了平均能谱及最可几能谱. 图(5.b), (5.c) 分别给出在出射粒子能量为  $\varepsilon_p = 22, 34 \text{ MeV}$  时的双微分截面的统计平均值和最可几值.  $n_{0mp} = 6 \simeq \bar{n}_0 = 6.54$ .

图中的细虚线 1 是 G. Mantzouranis 等人<sup>[5]</sup> 的计算结果. 他们在考虑了有限核尺度效应后, 改写了主方程的初值条件:

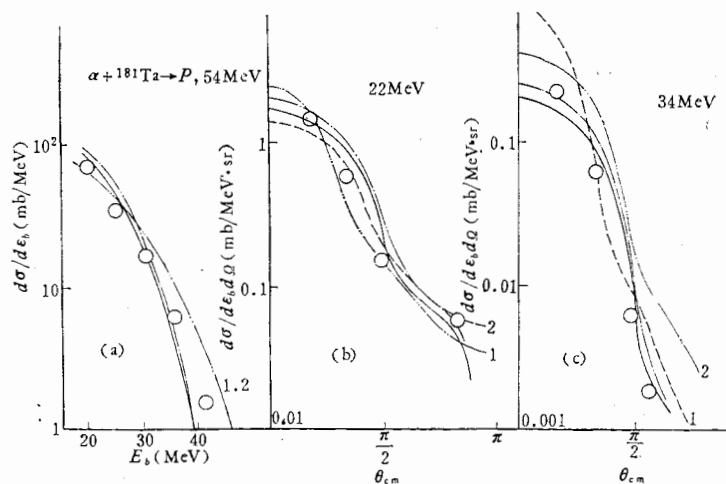


图 5

- (a)——平均能谱 ————最可几能谱———1, 2[5]的计算 ●实验值  
 (b)  $\varepsilon_p = 22 \text{ MeV}$  ——平均双微分截面 ————最可几双微分截面  
 ————1[5]的修正初值条件下结果———2[5]的普通初值条件下结果  
 ●实验值  
 (c)—— $\varepsilon_p = 34 \text{ MeV}$ ——平均双微分截面———最可几双微分截面———1[5]  
 的修正初值条件下结果———2[5]的普通初值条件下结果 ●实验值

$$P_n(Q, 0) = N\delta_{nn_0} \cos(\beta\theta) \Theta\left(\frac{\pi}{2} - \beta\theta\right) \quad (9.1)$$

$$\beta = \frac{\pi}{4\theta_{\max}}, \quad \theta_{\max} = 2\pi/(kR) \quad (9.2)$$

这里  $N$  是归一化常数,  $k$  是入射核子波数,  $R$  是核半径. 他们取  $\beta = 1.5$ ,  $n_0 = 5$ ,  $p_0 = 4$ . 细虚线 2 是他们以普通初值条件计算结果. 可以看到, 在普通初值条件下, 我们的最可几双微分截面和 [5] 的结果与实验值都有较大偏离; 我们的平均双微分截面 (在普通初值条件下) 和 [5] 在修正初值条件 (9.1)–(9.2) 的计算, 对实验拟合都有明显改善. 这正与对能修正可由  $n_0$  的不确定性来弥补相仿<sup>[4]</sup>. 如果采用 (9.1)–(9.2) 的初值条件不考虑  $n_0$  的统计性特征, 有可能对实验拟合取得更好的改善.

## 五、讨 论

1. 由初激子数的统计性假设, 我们给出了把计算结果对一切可能的  $n_0 = p_a, p_a + 2, p_a + 4, \dots, 3p_a$  作加权平均的方法, 从而统计地确定了  $n_0$  对计算结果的影响. 由四的计算表明对于不同的入射粒子 ( $p_a = 1, 2, 3, 4$ ) 和不同的出射粒子 ( $p_b = 1, 2, 3, 4$ ) 类型在能谱及双微分截面上与实验的良好拟合, 说明这种处理是可行的. 鉴于双微分截面对初值条件十分敏感, 这种成功就不能看成是出于某种巧合.

2. 有限核尺度效应和对能修正对于激子模型理论仍是很重要的. 但是这两种效应的修正考虑应与  $n_0$  问题的处理分开. 这样才有助于提高激子模型理论图象的明晰性及结果的确定性.

3. 在二、三的  $n_0$  统计性质的讨论中, 完全忽略了炮弹与靶核的结构, 统计权重  $h(n_0)$  的表示式中, 除了激发能  $E$  和单粒子态密度  $g$  外, 只反映了炮弹  $a$  的个性, 而与靶核无关. 这也许是一种过于简略的图象, 还有待进一步探讨.

4. 上文叙述的对各种可能的  $n_0$  的统计平均处理在计算上可能是太冗长了. 一种简便而不失为可靠的方法是只对两个出现几率  $h(n_0)$  最大的  $n_0$  (通常是  $n_0 = p_a + 2, p_a + 4$ ) 的结果作加权求和. 由表 1 可见, 在前述的反应中  $h(n_0 = p_a + 2) + h(n_0 = p_a + 4) \simeq 0.96-0.99$ , 即当  $p_a \leq 4$  时由简化的加权求和得到的结果与完全的加权求和结果相差约为 1–4%.

但是, 如果我们象传统所作的那样, 仅以  $n_{0mp}, \bar{n}_0$ , 或者其它经验地给出的  $n_0$  作简化计算, 那末由于  $h(n_{0mp} + 2) \simeq 0.17-0.21$  (见表 1), 它给出的结果与完全加权求和的差异可能达到 20% 左右. 虽然, 这种差异仍然可以由其它参数调节而得到掩盖, 但正因为如此, 引入了结果的不确定性. 只有当  $p_a = 1$  时, 这种简化才是完全可靠的.

## 参 考 文 献

- [1] C. K. Cline and M. Blann, *Nucl. Phys.*, A172 (1971), 225–259.
- [2] J. J. Griffin, *Phys. Lett.*, Vol. 24B (1967), No. 1.
- [3] C. K. Cline, *Nucl. Phys.*, A193 (1972), 417–437.

- [4] M. Blann, *Nukleonika*, Vol. 21, No. 4/76.
- [5] G. Mantzouranis, H. A. Weidenmuller and D. Agassi, *Z. Physik*, A276(1976), 145—154.
- [6] C. Kalbach-Cline, *Nucl. Phys.*, A210(1973), 590—604.
- [7] P. Oblozinsky, I. Ribansky and E. Betak, *Nucl. Phys.*, A226 (1974), 347.
- [8] J. J. Griffin, *Phys. Rev. Lett.*, 17(1966), 478—481.
- [9] J. M. Akkermens, H. Gruppelaar and G. Reffo, *Phys. Rev.*, C22 (1980), 73.
- [10] 于通, 缪容之, 吴国华, 刘建业, 余超凡, 中国科学院近代物理研究所内部资料.
- [11] 于通, 缪容之, 吴国华, 余超凡, 刘建业, 中国科学院内部资料.
- [12] J. M. Akkermans, *Z. Physik*, A292 (1979), 57—59.
- [13] A. Chevarier et al., *Phys. Rev.*, C11 (1975), 11.
- [14] I. Ribansky and P. Obalozinsky, *Phys. Lett.* 45B (1973), 22—24.

## STATISTICAL CHARACTERISTIC OF THE INITIAL EXCITON NUMBER $n_0$ AND IT'S INFLUENCE ON THE RESULTS IN THE EXCITON MODEL

MIAO RONG-ZHI    WU GUO-HUA    ZENG WEI-HAN

LIU JIAN-YE    YU CHAO-FAN    YU XIAN

(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

It is assumed that the initial exciton number  $n_0$  is statistical. The expression of the probability  $h(n_0)$  for any probable  $n_0$  is given. The theoretical calculation results, including the energy spectra and the double differential cross sections, are obtained by weighted summation of the contributions coming from various probable  $n_0$ . The agreement between experimental data and the theoretical results is quite well.