

核分子振转谱的对称性

杨伯君
(北京大学)

摘 要

重离子反应中的中间结构显示出分子振转谱的特性. 本文建议用 $U(5)$ 群的不可约表示对核分子振转谱进行分类, 计算结果表明, 利用 $U(5)$ 代数较好地描述核分子振转谱的对称性.

为了解释重离子反应中的中间结构现象, 我们提出了核分子的振转模型^[1], 认为中间结构是核分子振转能级的表现, 并给出了与实验比较符合的核分子振转能谱. 本文利用群论技术对核分子振转谱进行分类, 以便在探求核分子振转模型的微观机制中得到某些启示.

根据我们提出的核分子振转模型, 对 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 与 $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ 等双核分子, 它们将具有两个振动自由度和两个转动自由度, 由于 r 维的经典问题可以用 $r + 1$ 维李代数来描述^[2], 因此我们建议对双核分子振转谱利用 $U(5)$ 代数来描述.

因变形核的低激发态之间的跃迁主要是 $E2$ 跃迁, IBM 中作为 $U(6)$ 群的基矢采用 s 和 d 玻色子. 而对于普通分子与核的高激发态起主要作用的是 $E1$ 跃迁, 因此我们建议作为 $U(5)$ 群的基矢采用 S 、 A 和 V 玻色子, 前两个为标量玻色子, 后一个为矢量玻色子. 相应五种玻色子的产生和湮灭算符为 $S^+(S)$ 、 $A^+(A)$ 和 $V_m^+(V_m)$, 其中 $m = 0, \pm 1$. 它们满足玻色算符的对易关系:

$$[S, S^+] = 1, [A, A^+] = 1, [V_m, V_m^+] = \delta_{mm'}$$
$$[S, S] = [S^+, S^+] = [S, V_m^+] = \dots = [V_m^+, V_m^+] = 0$$

群 $U(5)$ 的 25 个生成元用这些算符表示为: $(S^+S)^{(0)}$ 、 $(A^+A)^{(0)}$ 、 $(V^+\tilde{V})^{(0)}$ 、 $(V^+\tilde{V})_m^{(1)}$ 、 $(V^+\tilde{V})_m^{(2)}$ 、 $(V^+S)_m^{(1)}$ 、 $(S^+\tilde{V})_m^{(1)}$ 、 $(V^+A)_m^{(1)}$ 、 $(A^+\tilde{V})_m^{(1)}$ 、 $(S^+A)^{(0)}$ 和 $(A^+S)^{(0)}$.

系统的哈密顿量可以展成生成元的级数, 一般取二次式, 最普遍的形式为:

$$H = C^{(0)} + C_1^{(1)}(S^+S) + C_2^{(1)}(A^+A) + C_3^{(1)}(V_m^+\tilde{V}_m) + C_4^{(2)}[(V^+V^+)^{(0)}(\tilde{V}\tilde{V})^{(0)}]^{(0)}$$
$$+ C_5^{(2)}[(V^+V^+)^{(2)}(\tilde{V}\tilde{V})^{(2)}]^{(0)} + C_6^{(2)}[(V^+V^+)^{(0)}(SS)^{(0)} + (S^+S^+)^{(0)}(\tilde{V}\tilde{V})^{(0)}]^{(0)}$$
$$+ C_7^{(2)}[(V^+V^+)^{(0)}(AA)^{(0)} + (A^+A^+)^{(0)}(\tilde{V}\tilde{V})^{(0)}]^{(0)} + C_8^{(2)}[(S^+S^+)^{(0)}(SS)^{(0)}]^{(0)}$$
$$+ C_9^{(2)}[(A^+A^+)^{(0)}(AA)^{(0)}]^{(0)} + C_{10}^{(2)}[(V^+S^+)^{(1)}(\tilde{V}S)^{(1)}]^{(0)}$$
$$+ C_{11}^{(2)}[(V^+A^+)^{(1)}(\tilde{V}A)^{(1)}]^{(0)} + C_{12}^{(2)}[(S^+A^+)^{(0)}(SA)^{(0)}]^{(0)}$$

式中 $\tilde{V}_m = (-1)^{1-m}V_{-m}$, 括号表示角动量耦合, 如

$$(V^+V^+)^{(0)} = \sum_{mm'} \langle 1m | m' | 00 \rangle V_m^+ V_m^+$$

其中 $\langle 1m | m' | 00 \rangle$ 是 Clebsch-Gordan 系数. H 在群 $U(5)$ 的对称不可约表示 $[n_i]$ 中对角化, 即可得到振转能谱, 一般情况要进行数字解. 但当 H 具有某种动力学对称性, 具体说能用 $U(5)$ 子群链的 Casimir 算符写出时, 可以解析求解. 对 $U(5)$ 群两个包括 $O(3)$ 为子群的链为:

$$(I) \quad U(5) \supset O(5) \supset O(3)$$

$$(II) \quad U(5) \supset U(4) \supset O(4) \supset O(3)$$

利用群论的标准技术可以构成这两个群链最一般的解, 这里只讨论链 I 的极限情况. 链 II 情况已由 Iachello、Erb 和 Bromley 等人进行过部分讨论^[3], 他们讨论了群链 $U(4) \supset O(4) \supset O(3)$, 并用来解释 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 的核分子谱.

$O(5)$ 的 10 个生成元可取 $(V^+\tilde{V})_m^{(1)}$ 、 $(S^+S)^{(0)}$ 、 $(S^+\tilde{V})_m^{(1)}$ 和 $(V^+S)_m^{(1)}$, $O(3)$ 的三个生成元取 $(V^+\tilde{V})_m^{(1)}$. 它们的 Casimir 算符分别是

$$C_{O_5} = Z_5 \{ 3^{1/2} [(V^+\tilde{V})^{(1)}(V^+\tilde{V})^{(1)}]^{(0)} + [(S^+S)^{(0)}(S^+S)^{(0)}]^{(0)} \\ + 3^{1/2} [(V^+S)^{(1)}(V^+S)^{(1)} + (S^+\tilde{V})^{(1)}(S^+\tilde{V})^{(1)}]^{(0)} \}$$

$$C_{O_3} = Z_3 3^{1/2} [(V^+\tilde{V})^{(1)}(V^+\tilde{V})^{(1)}]^{(0)}$$

Z_3 、 Z_5 为规一化因子, 在链 I 极限情况下系统的哈密顿量可以写成

$$H = A + BC_{O_5} + DC_{O_3}$$

A 、 B 和 D 是任意常数. $U(5)$ 的不可约表示用配分 $[n_i]$ 表示 (完全对称不可约表示仅 $n_1 \neq 0$), $O(5)$ 的不可约表示用两个数 (ω_1, ω_2) 表示, 要求 $n_i > \omega_i$. $O(5)$ 的 Casimir 算符的本征值为

$$\langle C_{O_5} \rangle_{(\omega)} = \frac{1}{2} [\omega_1(\omega_1 + 3) + \omega_2(\omega_2 + 1)]$$

$O(3)$ 的 Casimir 算符本征值为

$$\langle C_{O_3} \rangle_{(L)} = L(L + 1)$$

对 $U(5)$ 的完全对称分布 $[n_i] = n$, 其他量子数可取值.

$$\omega_1 = n, n - 2, n - 4, \dots \quad \omega_2 = 0$$

$$\omega_1 = 3\Delta + \lambda, L = 2\lambda, 2\lambda - 2, 2\lambda - 3, \dots, \lambda, \Delta = 0, 1, 2, \dots$$

这时系统哈密顿量的本征值为

$$E(n, \omega, \Delta, L, M) = A + B\omega(\omega + 3) + DL(L + 1)$$

引入振动量子数 $\nu = (n - \omega)/2$, $\nu = 0, 1, 2, \dots$

$$E = A + B(n^2 + 5n + 4) - B(10 + 4n) \left(\nu + \frac{1}{2} \right) + 4B \left(\nu + \frac{1}{2} \right)^2 + DL(L + 1).$$

结果显示有明显振转谱的特性. 对于 $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ 分子取 $n = 10$, 对 $\nu = 0, 1, \Delta = 0$ 两个转动带的能谱如表 1 所示, 为了比较同时列出了中间结构的实验值. 计算时选取参数值为

$$A = 12.30 \text{ MeV} \quad D = \begin{cases} 0.088 \text{ MeV} & \nu = 0 \\ 0.099 \text{ MeV} & \nu = 1 \end{cases} \\ B = -0.085 \text{ MeV}$$

从表中看出,理论值与实验值之间符合是比较好的. 这里与经典模型^[1]不同的是,对于 L 值有明显的切断,例如 $\nu = 0$ 的带从 $L = 10$ 开始,这点与目前实验观测结果一致.

表1 $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ 系统的振转谱

L	$E_0(\text{MeV})$	$\nu = 0$	$E_1(\text{MeV})$	$\nu = 1$
	计算	实验	计算	实验
9			13.73	13.7(9 ⁻)
10	10.94	10.9(10 ⁺)	15.71	15.6
11	12.88	12.8	17.89	18.0(11 ⁻)
12	14.99	14.8	20.26	20.5(12 ⁺)
13	17.28	17.3	22.84	22.8(13 ⁻)
14	19.75	19.7(14 ⁺)	25.61	
15	22.39	22.0(15 ⁻)		28.4(15 ⁻)
16	25.21	25.5	31.75	32.2(16 ⁺)
17	29.06			

本文与文献[3]的结果表明, $U(5)$ 两个包括 $O(3)$ 的子群链正好分别描述目前测量比较精确的两个核分子,即 $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ 与 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 的中间结构谱,证明利用 $U(5)$ 代数可以较好地描述核分子振转谱的对称性.

最后值得指出的是,近期两个实验组^[4]通过测量核分子两转动态之间 $E2$ 跃迁分支比,发现实验值比按普通变形核四极振荡模型估计的理论值小,从而认为中间结构共振不是准分子态,而只是势的形状共振,我们认为这一结论是不正确的. 因根据我们的模型核分子转动态之间主要是 $E1$ 跃迁,自然 $E2$ 跃迁分支比较小. 有关核分子态之间 γ 跃迁几率的计算工作正在进行.

参 考 文 献

- [1] 杨伯君,高能物理与核物理, **6**(1982), 760.
- [2] A. E. L. Dieperink et al., *Phys. Rev. Lett.*, **44** (1980), 1747.
- [3] F. Iachello, *Phys. Rev.*, **C23** (1981), 2778. K. A. Erb and D. A. Bromley, *Phys. Rev.*, **C23** (1981), 2781.
- [4] R. L. McGrath et al., *Phys. Rev.*, **C24** (1981), 2374. V. Metag et al., *Phys. Rev.*, **C25** (1982), 1486.

SYMMETRY OF ROTATION-VIBRATION SPECTRA FOR NUCLEAR MOLECULE

YANG BO-JUN

(*Peking University*)

ABSTRACT

In heavy ion reactions, the intermediate structure phenomena show the properties of the rotation-vibration spectra of molecules. In this paper, these rotation-vibration spectra are classified by the irreducible representation of group $U(5)$. The calculated result show that the symmetry of rotation-vibration spectra for nuclear molecule are described by the algebra of $U(5)$ quite well.