

核子间的长程相互作用

程檀生 钟毓澍

(北京大学物理系)

徐湛

(清华大学工程物理系)

摘 要

本文从混杂手征口袋模型出发,考虑了两个核子分离(即不重迭)时,核子之间的相互作用. 结果表明,由这一核力模型给出的核力(中心势和张量势)与唯象的 Hamada-Johnston 势、Reid 势符合得比较好. 从口袋半径 R 随核子间距离 r 的变化、对核子处在自由状态与处在核物质中时其口袋半径是否有所不同作了一些探讨.

一、引 言

从核子夸克结构的观点来研究核力问题时,目前有两种模型可以作为出发点来考虑. 一种是从 MIT 口袋模型^[1-3]出发计算核力^[4]. 它得到在短程部分有一软排斥心,中程部分有一吸引势. 但是后来的讨论表明,当考虑了动能修正和形状大小变化时,排斥心变小了^[5]. 由于在 MIT 口袋模型中,夸克和胶子被禁闭在口袋内,当两个口袋一旦分离时,就不可能有相互作用,所以核力长程部分在 MIT 口袋模型下为零. 这是与实验事实矛盾的. 另一种是从夸克的势模型^[6]出发计算核力的^[7-9]. 核力的短程部分也得出有排斥心,但考虑组态混合和隐色态之后,便没有排斥心了^[10]. 而长程部分得出过强的吸引力,这就是势模型的长程 Van der Waals 力困难.

最近几年来,在认真研究了手征对称性的基础上,提出了手征袋模型 (Chiral Bag Model). 其中, G. E. Brown 等人^[11]提出了小口袋模型 (Little Bag Model). 他们认为,由于口袋外面有一 Goldstone π 介子场存在,它给口袋以很大的附加压力,使口袋半径比 MIT 口袋模型预言的要小得多,因而不能把它当作微扰处理. 到目前为止,小口袋模型还没有好的解法,即使在特殊情况下,其解也是不稳定的^[12]. 另外, R. L. Jaffe 等人^[13]在原来口袋模型基础上,提出了混杂手征袋模型 (Hybrid Chiral Bag Model). 他们把口袋内夸克和袋外的 Goldstone π 场所满足的方程,边条件用一个小量 ϵ ($\equiv \frac{g_A}{8\pi f_\pi^2 R^2}$) 展开,其零

级近似即为 MIT 口袋. 用此模型还对强子谱进行了计算^[4,5], 取得了较满意的结果.

本文从混杂手征袋模型出发, 考虑两个核子分离时, 它们之间的静态相互作用行为. 在计算过程中, 我们假定了两口袋保持球形, 而且半径不变(即与它们之间的中心距离 r 无关). 计算结果表明, 当两个核子靠近时, 核子间的相互作用已不再是单 π 交换势了, 而与唯象的 Hamada-Johnstone 势、Reid 势较为一致. 有关口袋半径的讨论还表明, 当两个核子靠近时, 口袋半径可能有变化, 这意味着核子是处在自由状态还是处在核物质中其口袋半径是有差异的.

下一部分我们把混杂手征袋模型推广应用于两个口袋的情况, 并引进双球坐标系来解袋外 Goldstone π 场方程, 从而得出了我们计算两个核子分离时的相互作用基本公式. 第三部分把计算结果与唯象势作比较并进行了讨论. 最后对口袋半径的变化问题作了讨论.

二、基本公式

由混杂手征袋模型^[3]知道, 禁闭于口袋内的夸克满足自由 Dirac 方程和具有手征对称性的边条件. 而袋外的 Goldstone π 场满足一非线性方程. 口袋表面处轴矢流守恒条件正是 π 场的源条件. 然后将夸克波函数、能量 ω 及 π 场按小量 ε (正比于 f_π^{-2} , f_π 是 π 介子衰变常数) 展开, 其零级近似即为 MIT 口袋, 袋外无 π 场. 而在一级近似下, 则可证明^[4], MIT 口袋能量 E_0 的修正为 $\Delta E_1 = -E_{\pi_1}$, 其中 E_{π_1} 是在一级近似下的袋外 π 场的能量.

我们将这一模型推广应用于两核子即两口袋体系, 以便讨论核子间的相互作用.

如图 1, 两核子的中心距离为 r . 我们假设, 在任何 r 下, 口袋保持球形¹⁾, 而且半径 R 不变(下面再讨论改变). 仍按小量 ε 即 f_π^{-2} 展开 q 、 ω 、 π . 其零级近似就是两个 MIT 口袋. 其内部夸克分别满足方程和边条件:

如图 1, 两核子的中心距离为 r . 我们假设, 在任何 r 下, 口袋保持球形¹⁾, 而且半径 R 不变(下面再讨论改变). 仍按小量 ε 即 f_π^{-2} 展开 q 、 ω 、 π . 其零级近似就是两个 MIT 口袋. 其内部夸克分别满足方程和边条件:

$$\begin{aligned} -ig \cdot \nabla q_0^{(i)} &= \omega_0 q_0^{(i)} && \text{在 } S_i \text{ 内成立} && i=1, 2, \\ f_i \cdot \gamma q_0^{(i)} &= q_0^{(i)} && \text{在 } S_i \text{ 处成立} && \end{aligned} \quad (1)$$

袋外的 π 场其最低级近似(即一级近似下)满足如下方程和源条件:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \pi_1 &= 0 && \text{在 } \bar{V} \text{ 中成立} \\ f_i \cdot \nabla \pi_1 &= \frac{i}{2} \bar{q}_0^{(i)} \gamma \gamma_5 q_0^{(i)} = P_i && \text{在 } S_i \text{ 处成立} && i=1, 2 \end{aligned} \quad (2)$$

现在, 边界是 S_1 和 S_2 . 同样, 由于 π 场的引入而对两

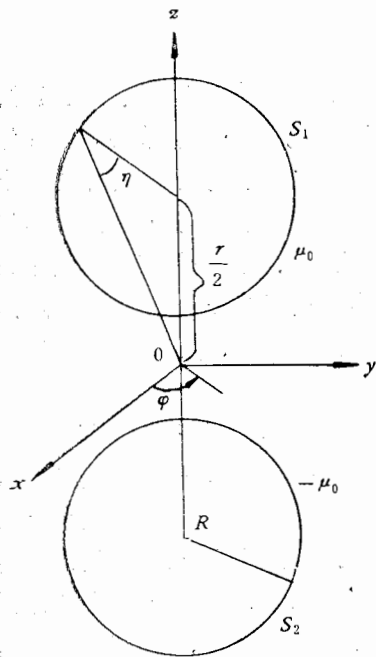


图 1

核子体系能量的一级修正为

1) 在 r 较大时, 我们相信这一近似是好的, 但在 r 小时, 口袋可能变形.

$$\Delta E_1(r, R) = -E_{\pi_1}(r, R) \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} E_{\pi_1}(r, R) &= f_{\pi}^{-2} \int_{\bar{V}} \frac{1}{2} (\nabla \pi_1)^2 dV. \\ &= -\frac{1}{2} f_{\pi}^{-2} \left[\iint_{S_1} \pi_1 \cdot (\hat{r}_1 \cdot \nabla \pi_1) dS_1 \right. \\ &\quad \left. + \iint_{S_2} \pi_1 \cdot (\hat{r}_2 \cdot \nabla \pi_1) dS_2 \right], \end{aligned} \quad (4)$$

\bar{V} 为两口袋之外的空间, S_1 和 S_2 分别为两口袋表面, 由(4)可得:

$$E_{\pi_1}(r, R) = -\frac{1}{2} f_{\pi}^{-2} \left[\iint_{S_1} \pi_1 \cdot \underline{P}_1 dS_1 + \iint_{S_2} \pi_1 \cdot \underline{P}_2 dS_2 \right], \quad (5)$$

其中

$$\underline{P}_i = \hat{r}_i \cdot \nabla \pi_1 \Big|_{S_i} = \frac{i}{2} \bar{q}_0 \gamma_5 \underline{\epsilon} q_0 \Big|_{S_i} \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

于是, 在一级近似下, 当两个核子的距离为 r , 口袋半径 R 保持不变时, 核子间的相互作用为

$$\begin{aligned} V(r, R) &= \Delta E_1(r, R) - \Delta E_1(r = \infty, R) \\ &= E_{\pi_1}(\infty, R) - E_{\pi_1}(r, R) \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$E_{\pi_1}(\infty, R) = 311.58 \text{ MeV}/R^3, \quad (8)$$

是两核子相距为 ∞ 时 π 场能量. 这里我们取了 $f_{\pi} = 115.625 \text{ MeV}$, 这相当于取了实验值 $f^2/4\pi = 0.081$ 即 $f \simeq 1$. $E_{\pi_1}(r, R)$ 则与两核子体系的自旋 S 、投影 M , 及同位旋 T 、投影 M_T 有关. 对于质子-中子体系(即 $M_T = 0$)可得:

$$E_{\pi_1}^{TSM_i}(r, R) = C^{TSM_i}(r, R)/R^3. \quad (9)$$

在计算 $C^{TSM_i}(r, R)$ 时, 我们考虑了质量修正, 即考虑到中间态是 Δ 而不是核子之时需要进行的修正^[14]. 我们取 π 介子质量为 140 MeV , Δ 和核子的质量差为 296 MeV , 动量截断为 $439.57 \text{ MeV}/c$, 这样可得 Δ 的质量修正 $\delta_{\Delta} = 0.55$.

在求出 π 场能量后, 我们就可求得在不同的 r 处(保持球形口袋、其半径 R 不变)两个核子之间分离时的静态相互作用 $V^{TSM_i}(r, R)$ 为

$$\begin{aligned} V^{TSM_i}(r, R) &= E_{\pi_1}(\infty, R) - E_{\pi_1}(r, R) \\ &= 311.58 \text{ MeV}/R^3 - C^{TSM_i}(r, R)/R^3 \\ &= A^{TSM_i}(r/2R)/R^3. \end{aligned} \quad (10)$$

三、计算结果和讨论

我们取 $r \rightarrow \infty$, 即核子是自由时的口袋半径 R_0 作为整个过程中不变的口袋半径. 在这种情况下, 两核子体系能量(即 $2 \times 938 \text{ MeV}$)为

$$E(r \rightarrow \infty, R) = 2 \times E_0(R) - E_{\pi_1}(r \rightarrow \infty, R)$$

$$= 2 \times \left(\frac{4}{3} \pi B R^3 + \frac{3 \times 2.043 - 0.15 - 0.75 - 0.35 \times \alpha_s}{R} \right) - 311.58/R^3 \quad (11)$$

另外,这个体系应处在能量极小状态(即等价于二次边条件):

$$\frac{\partial E(r \rightarrow \infty, R)}{\partial R} = 0 \quad (12)$$

我们用了 $\alpha_s = 1.55^{[4]}$, 由(11)、(12)可得出

$$B^{1/4} = 133 \text{ MeV}, \quad R_0 = 0.9327 \text{ fm} \quad (13)$$

由于计算是在两核子体系处于静态时进行的,所以我们只能计算出两核子相互作用中的中心势和张量势。

我们所计算的中子-质子相互作用势(即只有中心势和张量势)的结果如图 2 所示。下面我们分别就张量势和中心势与单 π 交换势,唯象的 Hamada-Johnston 势、Reid 势作一比较。

1. 张量势强度 V_T

由于我们取两核子中心连线作为 z 轴,所以张量势强度可表达为

$$V_T^{T,S=1}(r, R_0) = \frac{1}{6} [V^{T,S=1,M_i=\pm 1}(r, R_0) - V^{T,S=1,M_i=0}(r, R_0)], \quad T = 0, 1 \quad (14)$$

这直接可与单 π 交换势、Hamada-Johnston 势的张量势强度(见 Bohr 和 Mottelson 著的“原子核结构”第一卷第二章)相比较。结果如图 3 所示。

由图 3 可以看出: V_T^{OPEP} 和 V_T^{H-J} 几乎相同。我们的计算值偏强一些,但趋势是完全

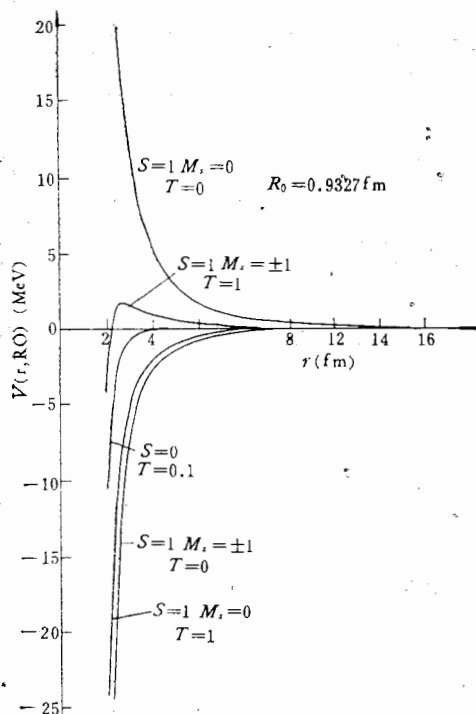


图 2

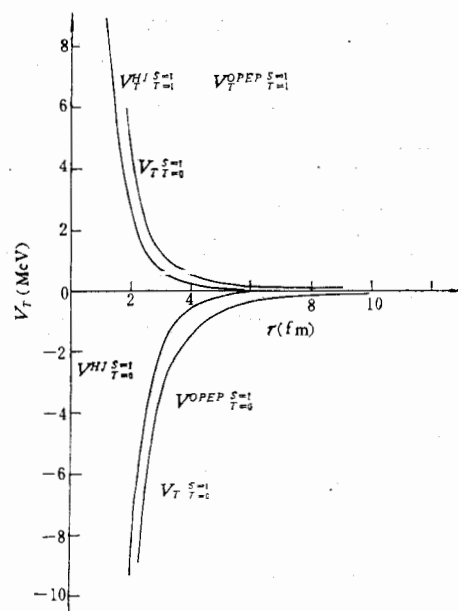


图 3

一致的,另外,三者都有比例: $V_T^{T=0,S=1}/V_T^{T=1,S=1} = -3$, 这是由于 $\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2 = 1 (T = 1 \text{ 时})$ 或 $-3 (T = 0 \text{ 时})$ 所致.

2. 中心势 V_c

对于三重态(即 $S = 1$), 我们计算的中心势可表为

$$V_c^{T,S=1}(r, R_0) = \frac{1}{3} [2V^{T,S=1,M_s=\pm 1}(r, R_0) + V^{T,S=1,M_s=0}(r, R_0)], \quad T=0,1 \quad (15)$$

对于奇三态 ($S = 1, T = 1$) 和偶三态 ($S = 1, T = 0$) 我们的计算值几乎是相同

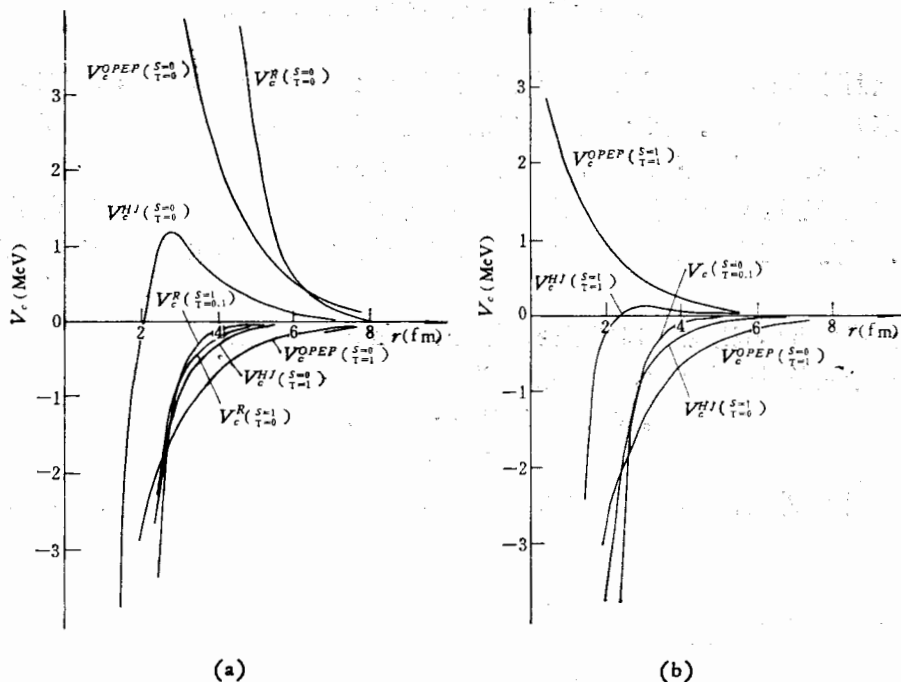


图 4

的,而单 π 交换势奇偶三重态的中心势有较大差别.我们看到唯象的 Hamada-Johnston 势的奇偶三重态中心势的差异有很大的减小. 因此我们的计算值是接近于 H-J 势的,尤其是偶三重态中心势的计算值更接近于 H-J 势(见图 4).

对于单重态 ($S = 0$), 张量力无贡献,因此我们的计算值全部就是中心势. 由于两核子体系反对称化的要求,对于偶单态 ($T = 1$) 要求宇称为偶,因此我们可以与 $L = 0$ 的 H-J 势、Reid 势的中心势相比较. 而奇单态 ($T = 0$), 要求宇称为负,即 $L = 1, 3, \dots$. 因此我们只能与 H-J 势相应的中心势(因 H-J 已分离了中心势和其他与 L 有关的势)相比较,而不能与 Reid 势相比较(因 Reid 势没有分离中心势和其他与 L 有关的势).

如图 4 所示,我们计算的奇偶单态的中心势几乎相同. 对于偶单态,我们的计算值与 $L = 0$ 的 H-J 势、Reid 势符合是很好的,而与单 π 交换势有些差异. 对于奇单态,我们的计算值与单 π 交换势有较大差异,而与 H-J 势的趋势较为接近.

通过以上讨论,我们看到,两核子分离时(即没有重迭时)的相互作用,就张量力来说,我们的计算值与单 π 交换势、H-J 势符合得较好;而就中心势来说,计算值与单 π 交换势

有一定的偏离而更接近于唯象的 H-J 势和 Reid 势。这表明,考虑了核子结构以后,所得到的中子-质子体系的各个道的中心势和张量势强度与唯象势更加接近,也就是说,当考虑核子结构之后,所引进的 Goldstone π 场不仅有单 π 交换的效应,而且有多 π 介子交换的作用。

显然,如何从模型中分离出能起多 π 介子交换效应的部分,以便从不同的角度分析核子内部结构在核力中的含义是一个令人感兴趣的问题,有待于进一步的探讨。

四、有关口袋半径变化的讨论

在上面计算中,我们假设了两核子在任何距离上 ($r > 2R_0$) 口袋保持球形,口袋半径保持不变 ($R = R_0$)。在 r 较小时,口袋可能要变形,但处理较为复杂,我们暂不考虑。现在我们考虑在不同 r 下口袋半径是否有变化? 如何变化?

我们选择了因素较为单纯的偶单态 ($S = 0, T = 1, L = 0$) 来考虑口袋半径变化的问题。首先我们从体系能量取极小值的观点来讨论;然后再与唯象的 Reid 势相比较来讨论。

1. 求体系能量极小值来确定口袋半径 R 与核子间距离 r 的关系

当两个核子距离为 r 时,体系的能量为

$$\begin{aligned} E(r, R) &= 2E_0(R) - E_{\pi_1}(r, R) \\ &= 2E_0(R) - E_{\pi_1}(\infty, R) + V(r, R) \end{aligned}$$

后一等式用了(7)式。根据 E_0 (MIT 口袋能量)、 $E_{\pi_1}(\infty, R)$ ((8)式)和 $V(r, R)$ ((10)式)可得

$$\begin{aligned} E(r, R) &= 2 \times \left[\frac{4}{3} \pi B R^3 + \frac{1}{R} (3 \times 2.043 - 0.15 - 0.75 - 0.35 \times 1.55) \right] \\ &\quad - 311.58/R^3 + A(r/2R)/R^3, \end{aligned} \quad (16)$$

取能量极值 (r 确定情况下)

表 1

核子距离 $r(\text{fm})$	口袋半径 $R(\text{fm})$
37.20	0.932708
12.40	0.932708
7.44	0.932713
6.20	0.932729
4.65	0.932829
3.72	0.933246
3.10	0.934700
2.48	0.942966

$$\left. \frac{\partial E(r, R)}{\partial R} \right|_r = 0 \quad (17)$$

由(16)、(17)得出的 R 与 r 的关系值列于表 1 中。

从表上看到, 当 r 减少时, R 稍有增大。但是 r 从 37.20fm 到 2.48fm 这样大范围的变化而口袋半径只变化了 ~ 0.01 fm, 即只变化了 $\sim 1\%$ 。所以可以说口袋半径基本上不随核子距离的变化而改变。

2. 与 Reid 势相比较来看口袋半径 R 的变化。

当考虑到核子口袋半径随距离 r 有变化时, 核子间的位势应该是

$$\begin{aligned} v(r, R) &= E(r, R) - E(r \rightarrow \infty, R_0) \\ &= 2E_0(R) - E_{\pi_1}(\infty, R) + V(r, R) - 1876 \\ &= V(r, R) + \Delta V, \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\Delta V = 2E_0(R) - E_{\pi_1}(\infty, R) - 1876 \quad (19)$$

是口袋半径有变化时的核子位势 $v(r, R)$ 相对于口袋半径无变化时的核子位势 $V(r, R)$ 的增加值。对于 $S = 0, T = 1, L = 0$ 的 Reid 势是

$$V_{\text{Reid}}(r) = -10.463e^{-x}/x - 1650.6e^{-4x}/x + 6484.2e^{-7x}/x (\text{MeV})$$

其中 $x = 0.7r$ 。若令

$$v(r, R) = V_{\text{Reid}}(r) \quad (20)$$

时, 我们可以得出在不同的 r 时, 口袋半径 R 应有的数值。结果列于表 2 中。

表 2

第 一 支		第 二 支	
$r(\text{fm})$	$R(\text{fm})$	$r(\text{fm})$	$R(\text{fm})$
37.301	0.9325	37.315	0.9329
24.867	0.9325	24.977	0.9329
18.650	0.9325	18.638	0.9329
14.920	0.9325	14.927	0.9329
2.853	0.927	2.894	0.9407
2.723	0.919	2.728	0.9547
2.605	0.912	2.579	0.9671
2.387	0.896	2.451	0.9806
2.286	0.886	2.253	1.014

由表 2 中看出, 当 r 从 $\infty \rightarrow 15$ fm 时, $R \simeq R_0 = 0.9327$ fm; 当 r 由 15fm $\rightarrow 2.9$ fm 时, $v(r, R)$ 与 $V_{\text{Reid}}(r)$ 没有交点, 因为 $v(r, R) > V_{\text{Reid}}(r)$, 但 $\min(v - V_{\text{Reid}})$ 所对应的 R 值始终在 0.93fm 附近; 当 r 由 2.9fm $\rightarrow 2.2$ fm 时, R 的变化分成两支, 第一支变小而第二支变大。

这说明, 若使位势与唯象势相等或最接近, 则半径 R 随距离 r 将有所变化, 但是变化

趋势在目前还不能得出明确的结论。我们倾向于口袋半径随核子距离的减小而减小(即第一支),也就是核子口袋半径在核物质中应该比自由核子时为小,只有这样才比较符合物理实际。这一问题有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.*, **D9**(1974), 3471.
- [2] T. A. DeGrand, R. L. Jaffe, K. Johnson and J. Kikis, *Phys. Rev.*, **D12**(1975), 2060.
- [3] K. Johnson, *Acta Phys. Pol.*, **B6**(1975), 865.
- [4] C. E. DeTar, *Phys. Rev.*, **D17**(1978), 302, 323; **D19** (1979), 1028.
- [5] C. W. Wong, 1980 Erice Italy "5th Course; Quarks and the Nucleus".
- [6] Kokkedee, J. J. J. (1969), *The Quark Model*, Benjamin, New York.
- [7] D. A. Liberman, *Phys. Rev.*, **D16**(1977), 1542.
- [8] S. Matsuyama and H. Miyazawa, *Prog. Theor. Phys.*, **61** (1979), 942.
- [9] M. B. Gavela, et al. *Phys. Lett.*, **82B**(1979), 431.
- [10] M. Harvey, *Nucl. Phys.*, **A352**(1981), 301, 326.
- [11] G. E. Brown and M. Rho, *Phys. Lett.*, **82**(1979), 177; **84B**(1979), 383; G. E. Brown, M. Rho and V. Vento, *Phys. Lett.*, **97B**(1980), 423.
- [12] V. Vento et al., *Nucl. Phys.*, **A345**(1980), 413.
- [13] R. L. Jaffe, Lecture presented at 1979 Erice Summer School.
- [14] F. Myhrer, G. E. Brown and Z. Xu, *Nucl. Phys.*, **A362**(1981), 317.
- [15] I. Hulthage, F. Myhrer and Z. Xu, *Nucl. Phys.*, **A364**(1981), 322.

LONG RANGE POTENTIAL BETWEEN NUCLEONS

CHENG TAN-SHENG, ZHONG YU-SHU

(Peking University)

XU ZHAN

(Qinghua University)

ABSTRACT

Using hybrid chiral bag model, one gets a model which can be used to calculate potential between two separate nucleons. It is shown that the obtained results, centre and tensor potential, are compatible with phenomenological potentials such as Hamada-Johnston potential and Reid potential. Whether the bag radius for a free nucleon is different from that of a nucleon in the nuclear matter is discussed.