

# $s. d$ IBM 的延拓—— $s. d. g$ IBM 的两个极限

顾金南  
(中国科学院近代物理研究所)

凌寅生  
(江苏师范学院)

高元义  
(中国科学院近代物理研究所)

## 摘 要

本文讨论了  $s. d. g$  IBM 的  $SU(14)$  和  $SU(5)$  两种极限。表明  $1^+$  等及其转动带的出现是  $s. d. g$  IBM 的特点, 是  $d. g$  玻色子相互作用的结果。对  $^{200}\text{Hg}$  的核谱作了计算, 符合实验较好。讨论表明, 这种  $E$  玻色子的激发可能在振动区的某些核中出现。

## 一、引 言

近年来, 在解释低激发集体核谱方面, 相互作用  $s. d$  玻色子模型<sup>[1]</sup> ( $s. d$  IBM) 获得很大成功。因而, 有人试图扩大玻色空间, 引进  $g$  玻色子, 讨论  $s. d. g$  IBM 的对称性<sup>[2a]</sup> 和转动极限。本文主要讨论了  $s. d. g$  IBM 及其另外两个极限:  $SU(5)$  和  $SU(14)$  极限。表明  $1^+$  态等及其上的准转动带是本模型的特点, 是  $d. g$  玻色子相互作用的结果。

本文将先对  $SU(15) \supset SU(14) \supset SO(5) \supset SO(3)$  和  $SU(15) \supset SU(5) \supset SO(5) \supset SO(3)$  两个子群链(即  $SU(14)$  和  $SU(5)$  极限)进行讨论。将状态用这些子群链表示的量子数来分类时, 在某些  $SO(5)$  表示中出现了  $1^+$  态。这在  $s. d$  IBM 和  $s. g$  IBM 振动极限中都是没有的。接着我们讨论了这种模型与实验的比较, 并举  $^{200}\text{Hg}$  为例, 对这种奇  $E$  宇称带作了初步计算。

## 二、本征态的分类

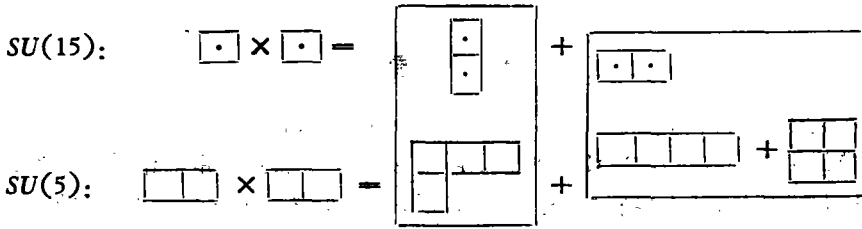
在 IBM 中, 由  $s. d. g$  玻色子组成的系统具有  $U(15)$  对称性, 相互作用哈密顿 ( $H$ ) 可以用  $U(15)$  群生成元构成。这里不讨论普遍的  $H$ , 只讨论几种极限情况。可以预期,  $U(15)$  群可能有比  $U(6)$  群丰富得多的子群链<sup>[2a]</sup>。本文所讨论的两个子群链的生成元见附录<sup>[2a]</sup>。

### 1. $SU(5)$ 极限

对应于这种子群链,  $SU(15) \supset SU(5) \supset SO(5) \supset SO(3)$ , 系统的  $H$  可以写成各子群

Casimir 算子的函数,能谱有解析表示式(5),状态( $H$ 的本征态)可按该群链分类. 对于这个子群链, 状态波函数可表示为  $|N[f](\omega_1\omega_2)\beta, L\rangle$ .  $N$ 是系统的总玻色子数  $N = n_s + n_d + n_g$ ;  $n_s, n_d, n_g$ 是  $s, d, g$ 玻色子数.  $[f]$ 是子群  $SU(5)$ 的不可约表示的标记, 这里  $[f] = [f_1 f_2 f_3 f_4]$ , 与  $SU(5)^{[1]} (\subset SU(6))$ 不同,  $[f]$ 既可以是全对称表示, 也可以是非全对称表示, 在  $SU(5) (\subset SU(6))$ 中,  $n_s$ 是好量子数, 用它标记不可约表示; 而这里需用4个量子数  $f_1, f_2, f_3, f_4$ .  $(\omega_1\omega_2)$ 为  $SO(5)$ 子群不可约表示的标记;  $L$ 为角动量, 是  $SO(3)$ 不可约表示的标记.

表示的约化可利用杨氏图进行, 举一个最简单的例子.



可见,  $SU(15)$ 的  $[\cdot \cdot]$ 表示可以约化为  $SU(5)$ 的  $[\ ]$ 和田两个不可约表示; 这些表示的维数见表1.  $SU(5)$ 的表示  $[f]$ 到  $SO(5)$ 的表示  $(\omega_1\omega_2)$ 的约化可根据 Littlewood 引理<sup>[3]</sup>进行.

表1  $SU(15)$ 到  $SU(5)$ 到  $SO(5)$ 表示的约化

$SU(15)$ $N$	$SU(5)$ $[f] = [f_1 f_2 f_3 f_4]$	$SO(5)$ $(\omega_1\omega_2)$
$N = 0$	$[0]$	$(00)$
$[1]_{15}$	$[2]_{15}$	$(00) (20)$
$[2]_{120}$	$[4]_{70}$	$(00) (20) (40)$
	$[22]_{30}$	$(00) (20) (22)$
$[3]_{680}$	$[6]_{210}$	$(00) (20) (40) (60)$
	$[42]_{420}$	$(00) (20)^2 (22) (40) (42) (31)$
	$[222]_{30}$	$(00) (20) (22)$
$[4]_{3060}$	$[8]_{495}$	$(00) (20) (40) (60) (80)$
	$[62]_{1500}$	$(00) (20)^2 (22) (31) (40)^2$ $(51) (42) (60) (62)$
	$[44]_{490}$	$(00) (20) (22) (40) (42) (44)$
	$[422]_{560}$	$(00) (20)^2 (22)^2 (31) (40) (32) (42)$
	$[2222] \equiv [2]_{15}$	$(00) (20)$

表1和表2列出了这些表示的约化, 并列出了这些表示的维数. 在表1中, 维数列在该表示的右下角. 从表中可见, 随着  $N$ 的增大, 维数迅速增高, 状态迅速增多. 不仅出现很多的简并态, 而且  $SO(5)$ 中有些表示出现不止一次. 同时, 在某些  $SO(5)$ 表示中, 出现  $1^+$ 态.  $N = 3$ 时有2个  $1^+$ 态,  $N = 4$ 时就增加到8个  $1^+$ 态.

$U(n)$ 或  $SU(n)$ 表示的维数公式<sup>[4]</sup>

$$\dim SU(n) = \prod_{i>j} (\lambda_i - \lambda_j + i - j) / 2!3!\cdots(n-1)! \quad (1)$$

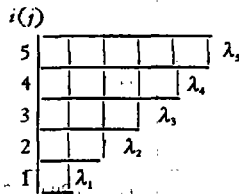
表 2 *SO(5)* 表示到 *SO(3)* 的约化

<i>SO(5)</i> ( $\omega_1, \omega_2$ )	维 数	<i>SO(3)</i> <i>L-结构</i>														
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
(00)	1	1														
(20)	14			1		1										
(22)	35	1		1	1	1		1								
(40)	55			1		1	1	1		1						
(31)	81		1	1	2	1	2	1	1							
(51)	260		1	1	2	2	3	2	3	2	2	1		1		
(42)	220	1	1	2	2	3	2	3	2	2	1	1				
(60)	140	1			1	1		2	1	1	1	1		1		
(62)	625		1	3	2	4	4	4	4	5	3	4	3	2	1	1
(80)	285			1		1	1	1	1	2	1	2	1	1	1	...
(44)	165	1		1	1	2	1	2	1	1	1	1		1		
(32)	105		1	2	1	2	2	1	1	1						

例如,对 *SU(5)*,  $n = 5, i(j) = 1, 2, 3, 4, 5$ ,

$$f_1 = \lambda_5 - \lambda_1, \quad f_2 = \lambda_4 - \lambda_1, \quad f_3 = \lambda_3 - \lambda_1, \quad f_4 = \lambda_2 - \lambda_1, \quad (2)$$

其杨氏图为:



*SO(5)* 不可约表示的维数公式<sup>[5]</sup>:

$$\dim SO(5) = (\omega_1 - \omega_2 + 1)(\omega_1 + \omega_2 + 2)(2\omega_1 + 3)(2\omega_2 + 1) / 6. \quad (3)$$

在表 2 中列出了 *SO(5)* 表示的维数,如果系统的相互作用 Hamiltonian

$$H = Q_1 C_{1SU(5)} + Q_2 C_{2SU(5)} + Q_3 C_{3SO(5)} + Q_4 C_{4SO(3)}, \quad (4)$$

则按照此群链分类的态即为 *H* 的本征态. 在此本征态(见表 1, 2)  $|N, [f], (\omega_1, \omega_2)\beta, L\rangle$  中,可直接导出 Casimir 算子的本征值<sup>[6]</sup>. 这里  $C_1$  和  $C_2$  为 1 次和 2 次 Casimir 算子.

于是,能谱表示式

$$\langle H \rangle = Q_1 m + Q_2 \left[ f_1(f_1 - 1) + f_2(f_2 - 3) + f_3(f_3 - 5) + f_4(f_4 - 7) - \frac{1}{5} m(m - 25) \right] + Q_3 \frac{1}{2} [\omega_1(\omega_1 + 3) + \omega_2(\omega_2 + 5)] + Q_4 \frac{1}{2} L(L + 1). \quad (5)$$

$$m = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 2N$$

可见, *SU(5)* ( $\subset SU(15)$ ) 的极限情况比 *SU(5)* ( $\subset SU(6)$ ) 极限要复杂得多. 对于核的激发态,这里并不存在谐振项<sup>[7]</sup>. 所以,引进 *g* 玻色子后的 *SU(5)* ( $\subset SU(15)$ ) 已和原

1)  $m = 2N$ , 至少对  $N \leq 6$  是成立的,这时  $m$  对确定的核是常数.

来  $SU(5) (\subset SU(6))^{[4]}$  有很大不同.

2.  $SU(14)$  极限

$SU(15) \supset SU(14) \supset SO(5) \supset SO(3)$  子群链

$$N \quad n_1 \quad (\omega_1 \omega_2) \quad L$$

$N, n_1, (\omega_1 \omega_2), L$  是  $SU(15), SU(14), SO(5), SO(3)$  群的不可约表示的标记  
如果相互作用的 Hamiltonian

$$H = \alpha_1 C_{1SU(14)} + \alpha_2 C_{2SU(14)} + \alpha_3 C_{3SO(5)} + \alpha_4 C_{4SO(3)}, \quad (6)$$

则按此子群链分类的态即为本征态, 记为  $[[N]n_1(\omega_1 \omega_2)\beta, L]$  (7)

$n_1 = n_d + n_g = N - n_s$ ;  $C_1$  是  $U(14)$  群的一次 Casimir 算子;  $\beta$  是附加量子数. 于是<sup>[6]</sup>

$$\langle H \rangle = \alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_1(n_1 - 1) + \alpha_3 \frac{1}{2} [\omega_1(\omega_1 + 3) + \omega_2(\omega_2 + 1)] + \alpha_4 \frac{1}{2} L(L + 1). \quad (8)$$

(8) 式中第一项为谐振动的能量, 其它项为非谐振动项. 显然此式形式上和  $SU(5) (\subset SU(6))$  极限的能谱公式相似. 所以,  $SU(14) (\subset SU(15))$  和  $SU(5) (\subset SU(6))$  这两种极限是类似的, 从表 3 可见, 它们的状态分类和排列也是类似的.

表 3  $SU(15)$  到  $SU(14)$  到  $SO(5)$  的约化

$SU(15)$ $N$	维数	$SU(14)$ $n_1$	维数	$SO(5)$ $(\omega_1 \omega_2)$
[1]	15	1	14	(20)
		0	1	(00)
[2]	120	2	105	(00) (20) (22) (40)
		1	14	(20)
		0	1	(00)
[3]	680	3	560	(00) (20) <sup>2</sup> (22) (40) (31) (42) (60)
		2	105	(00) (20) (22) (40)
		1	14	(20)
		0	1	(00)
[4]	3060	4	2380	(00) <sup>2</sup> (20) <sup>3</sup> (22) <sup>2</sup> (40) <sup>3</sup> (31) (32) (42) <sup>2</sup> (60) (51) (44) (62) (80)
		3	560	(00) (20) <sup>2</sup> (22) (40) (31) (42) (60)
		2	105	(00) (20) (22) (40)
		1	14	(20)
		0	1	(00)

其能谱如下.

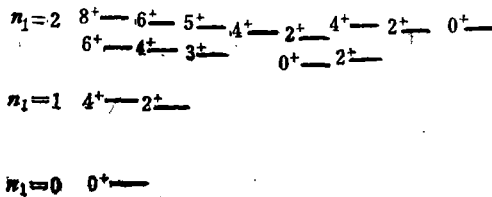


图 1  $N = 2$  的  $SU(14)$  极限情况的能谱.

如果(22)不插在(20)、(40)之间,则所有带都是 $0^+4^+8^+\dots$ 或 $2^+6^+10^+\dots$ ,等等.类似于后面表5的 $SU(9)(\subset SU(10))$ 情况.但实验上并无此类能谱存在.但如图1所示的那样,与 $s.d$  IBM的 $SU(5)$ 极限能谱图也有不同,若要与实验比较,可在 $n_1 \geq 1$ 的态中进行.

### 三、关于 $^{200}\text{Hg}$ 的 $1^+$ 态

在中重偶偶球形核或振动谱中,只发现很少核的低激发态有 $1^+$ 态.但 $^{200}\text{Hg}^{[7]}$ 在1.6 MeV附近有3个 $1^+$ 态.2 MeV以上更多,而且可能存在以 $1^+$ 态为带头的带结构,但其它数据(如 $B(E2)$ 值)甚少.

$^{200}\text{Hg}$ 核谱呈振动特性.它的 $N=4$ .对于 $SU(14)$ 极限.(这里没有区别中子质子玻色子对)

表4  $SU(14)$  极限 ( $N=4$ ) 中的 $1^+$ 态

$$\langle H \rangle = \alpha_1 n + \alpha_2 n(n-1) + \alpha_3 [\omega_1(\omega_1+3) + \omega_2(\omega_2+1)] + \alpha_4 L(L+1)$$

$N=4$	$(\omega_1, \omega_2)$	$n$	$n(n-1)$	$\omega_1(\omega_1+3) + \omega_2(\omega_2+1)$	$L$
$n=3$	(31)	3	6	20	2
	(42)			34	( $1^+$ 态)
$n=4$	(31)	4	12	20	2
	(32)			24	
	(42) <sup>2</sup>			34	
	(51)			42	
	(62)			60	

这里有8个 $1^+$ 态,其中(42)表示的2个 $1^+$ 态是简并的.

对于 $SU(14)$ 和 $SU(5)$ 两个极限,计算结果如图2.

这里用2个 $1^+$ 态能级、( $SU(5)$ 极限)或3个 $1^+$ 态能级( $SU(14)$ 极限)加上1条其它能级即可定出参数.符合是好的,但 $SU(5)$ 极限符合实验值略差些. $^{200}\text{Hg}$ 能谱 $E < 2$  MeV的全部引入, $E > 2$  MeV的能级只画出 $1^+$ 态.理论值只列入实验上已有的能级.

在 $\text{Hg}$ 同位素低激发态中,发现 $^{200}\text{Hg}$ 有突变<sup>[7]</sup>,预示着这里形状有突变,其 $1^+$ 态也可能显示了这一点.当然, $1^+$ 也可以由准粒子耦合产生,这需要进一步实验结果(例如 $E2$ 跃迁等)和理论分析.

如果这些 $1^+$ 态是集体态,那么并不是引入 $g$ 玻色子就会出现 $1^+$ 态的,还需要考虑 $d.g$ 玻色子的相互作用.

我们看看 $s.g$ 玻色子空间的 $U(10)$ 群,它有子群链 $SO(10) \supset SU(9) \supset SO(9) \supset SO(3)$ .对于 $N=4$ ,见表5.

从表5可见, $SU(10)$ 中并不出现 $1^+$ 态.至于 $SU(6)$ 群,易于证明它的三种极限情况( $N$ 任意值)都不出现 $1^+$ 态.所以, $1^+$ 态及其转动带是 $d.g$ 玻色子相互作用所产生的,亦即是 $s.d.g$  IBM本身所特有的.

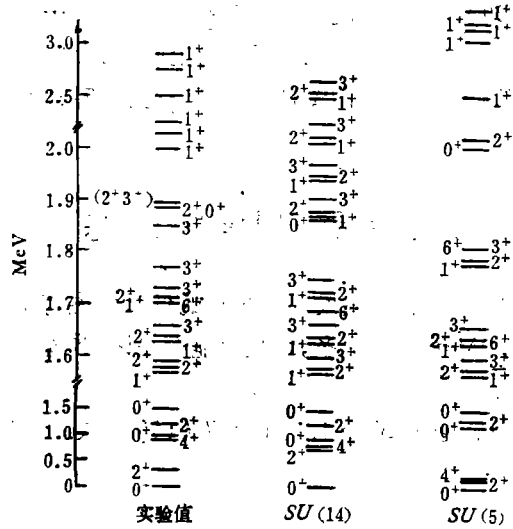


图2  $^{200}\text{Hg}$  能谱的计算结果. 参数值  $\alpha_1 = 0.5340(\text{MeV})$ ,  $\alpha_2 = -0.0788$   
 $\alpha_3 = 0.087/4$ ,  $\alpha_4 = 0.0030(\text{SU}(14))$ ,  $Q_2 = 0.0632$ ,  $Q_3 = 0.0150$   
 $Q_4 = 0.003(\text{SU}(5))$

表5  $\text{SU}(10)$  到  $\text{SU}(9)$  到  $\text{SO}(9)$  到  $\text{SO}(3)$  表示的约化

$\text{SU}(10) \supset \text{SU}(9) \supset \text{SO}(9) \supset \text{SO}(3)$					
$N = 4$	$n_g$	维数	$V$	维数	L-结构
(715)	4	495	4	450	0, 2 <sup>+</sup> , 3, 4 <sup>+</sup> , 5 <sup>+</sup> , 6 <sup>+</sup> , 7 <sup>+</sup> , 8 <sup>+</sup> , 9 <sup>+</sup> , 10 <sup>+</sup> , 11, 12 <sup>+</sup> , 13, 14, 16.
			2	44	2, 4, 6, 8.
			0	1	0
	3	165	3	156	0 2 3 4 5 6 <sup>+</sup> 7 8 9 10 12
			1	9	4.
	2	45	2	44	2, 4, 6, 8.
			0	1	0
	1	9	1	9	4
	0	1	0	1	0

### 四、讨论

一般偶偶核低激发谱如图3所示. 这些核谱都是原子核的集体运动产生的. 即使球形核的这些能级也带有集体性, 特别是满壳外核子数增多时更是这样. 对于  $s, d, g$  IBM 的  $\text{SU}(14)$ 、 $\text{SU}(5)$  极限, 其能谱如图3右边所示. 如  $d, g$  玻色子间无相互作用, 则双玻色子态  $d^2(4^+ 2^+ 0^+)$  和振动核双声子态相同,  $g^2$  态 ( $8^+ 6^+ 4^+ 2^+ 0^+$ ) 和表5中  $g^2$  态相同, 有相互作用后多出  $d, g(6^+ 5^+ 4^+ 3^+ 2^+)$ , 其能谱如图1所示, 在3玻色子态中即出现  $1^+$  态, 说明这是  $d, g$  玻色子相互作用的结果.

在这两个极限情况, 能谱类似于  $s, g$  IBM 的  $\text{SU}(9)$  极限, 因为在  $n_1 = 1$  时可区分出

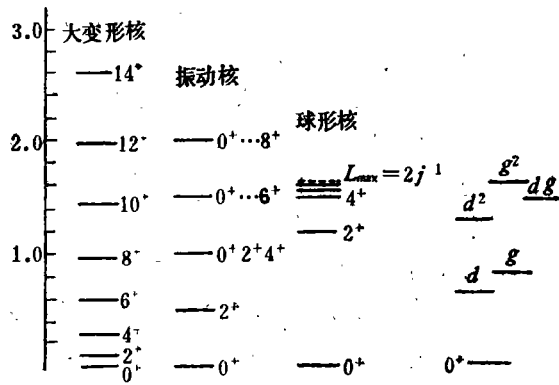


图 3 原子核不同类型的能谱。

*d* 态(表 3), 在  $n_1 = 2$  时就很难区分 *d*<sup>2</sup> 态 ( $4^+, 2^+, 0$ ), 但  $8^+, 6^+, 5^+$  这些态肯定是属于 *g*<sup>2</sup> 或 *d, g* 的态; 到  $n_1 = 3$  时更是如此。这是与 *SU*(3) 极限情况不相同的<sup>[2b]</sup>。

2. 引进 *g* 玻色子, 从群论看, 它的一个困难就是状态无法完全分类, 从表 1 和表 3 看, 有一些 *SO*(5) 表示是重复出现的, 这也许可找到某个子群, 将这些表示的“重复出现”消除。但从表 2 看, 一些 *SO*(5) 表示约化到 *SO*(3) 表示的 *L* 结构表明, 很多态是简并的, 不能分类的, 这就毫无办法, 因为无法找到一个子群 *G*, 使  $G \subset SO(5)$ , 又  $G \supset SO(3)$ , 这种子群不存在。所以只能从物理角度(而不是群论角度)出发, 找一些附加量子数  $\beta$ , 使态能被完全分类(简并依然存在)或接近完全分类。这种附加量子数存在否, 是什么性质的量子数, 尚待探索。

这种“简并”随 *N* 增大而大大增加。但是, 就符合现有的实验能谱和 *E2* 跃迁而言, 这种影响并不大, 特别是对 *SU*(14) 极限情况。因为随着 *N* 的增大, 理论低激发谱排列顺序等完全不变, 例如图 1。对 *SU*(5) 极限, 低激发谱变化也不大。

3. 与实验能谱的比较, <sup>200</sup>Hg 便是一例, 但是主要考虑的是 *s, d* IBM 中所没有的  $1^+$  态。至于一般情况, 由于 *SU*(14) 和 *SU*(5) 极限的特点, 可与实验上的振动谱和球形核谱比较。而作为对 *s, d, g* IBM 的检验, 除符合一般的实验能级和 *E2* 跃迁外, 最主要的是  $1^+, 3^+$  态等(及其转动带)和其 *E2* 跃迁。

## 五、结 束 语

有什么样的实验信息表明存在着 *g* 玻色子的激发呢? 这是引进 *g* 玻色子的关键问题。在大变形区, 实验上发现 <sup>174</sup>Yb 的  $3^+$  态 (1606keV) 并非准粒子态, 而是集体态, 可用 *s, d, g* IBM 解释<sup>[8]</sup>。 <sup>232</sup>Th 的高自旋 ( $L \leq 20$ )  $\frac{B(E2)_{ex}}{B(E2)_{B-M}} \approx 1$  (*B-M* 指 Bohr-Mottelson 模型值), 但即令修正后的  $B(E2)_{IBM}$  仍与之不符。人们认为, 这可能需引入 *g* 玻色子<sup>[9]</sup>。在球形核及振动核区, 迄今尚无人讨论。本文提出: 例如 <sup>200</sup>Hg 核谱表明, 可能存在着 *g* 玻色子的激发。这尚需进一步鉴别, 那些是准粒子耦合的  $1^+$  态, 那些是集体  $1^+$  态, 可以用 *s, d, g* IBM 解释。同时, 还需要在更多的核中寻找存在 *g* 玻色子激发的信息。

引进  $g$  玻色子后会具有什么样的对称性呢? 我们讨论了  $s, d, g$  玻色子所生成的玻色空间中的两种子群链, 即  $SU(14)$  和  $SU(5)$  极限. 它们之间大致有如下区别.

$SU(14): \approx SU(5) (\subset SU(6))$   $\langle H \rangle$  中有谐振动项低激发谱次序不随  $N$  改变

$SU(5): \approx SO(6) (\subset SU(6))$  无谐振动项低激发谱次序随  $N$  变化不大

当然, 最主要的是它们代表了  $s, d, g$  玻色子空间内系统的不同对称性. 这个问题以及  $s, d, g$  IBM 的其它对称性, 尚有待于进一步探索.

$s, d, g$  玻色子各自 ( $s, s, d, d, g, g$ ) 有相互作用, 相互间 ( $s, d, d, g, s, g$ ) 也有相互作用. 本文试图提出一种方法加以讨论. 在  $s, d$  IBM 和  $s, g$  (IBM) 中都不存在  $1^+$  态. 所以  $1^+$  态是  $s, d, g$  玻色空间中  $d, g$  玻色子的相互作用产生的. 当然, 我们也需要三者都有的一些态, 以供分析.

感谢周孝谦教授建议我们做本工作; 感谢 A. Arima 教授和徐躬耦教授的宝贵意见; 感谢理论组同志的有益讨论.

## 附 录

在  $s, d, g$  玻色空间中, 用  $b_{im}^+$  和  $b_{im}$  代表玻色子产生算符  $s^+, d^+, g^+$  和相应的消灭算符  $s, d, g$ . 定义  $\tilde{b}_{im} = (-1)^m b_{i, -m}$ . 于是  $b_{im}^+ \tilde{b}_{im}$  可以看作不可约张量算子. 利用算子耦合的方法和  $b_{im}^+ \tilde{b}_{im}$  可以找出这些子群及其生成元<sup>[2a]</sup>.

例如  $SU(15) \supset SU(5) \supset SO(5) \supset SO(3)$ . 子群链

利用  $b_{im}^+ \tilde{b}_{im}$  可以耦合成不可约张量算子.

$$X\{[1\Gamma](2111)\}_{LM}$$

$$= \sum_{\substack{l_1 m_1 \\ l_2 m_2}} \langle [1\bar{0}](2000)_{l_1 m_1}, [0\bar{1}](2222)_{l_2 m_2} | [1\Gamma](2111)_{LM} \rangle b_{l_1 m_1}^+ \tilde{b}_{l_2 m_2} \quad (1)$$

这里符号和文 [2a] 中相同. 通过运算得到:

$$X\{[1\Gamma](2111)\}_{1M} = \frac{1}{\sqrt{7}} (d^+ \bar{d})_M^{(1)} + \sqrt{\frac{6}{7}} (g^+ \bar{g})_M^{(1)} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} X\{[1\Gamma](2111)\}_{2M} &= \frac{2}{\sqrt{35}} [(s^+ \bar{d})_M^{(2)} + (d^+ \bar{s})_M^{(2)}] - \frac{3}{7\sqrt{7}} (d^+ \bar{d})_M^{(2)} \\ &+ \frac{3}{7} \sqrt{\frac{22}{7}} (g^+ \bar{g})_M^{(2)} + \frac{12}{7} \frac{1}{\sqrt{35}} [(d^+ \bar{g})_M^{(2)} + (g^+ \bar{d})_M^{(2)}] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} X\{[1\Gamma](2111)\}_{3M} &= -\frac{8}{7} \sqrt{\frac{1}{7}} (d^+ \bar{d})_M^{(3)} + \frac{3}{7} \sqrt{\frac{11}{7}} (g^+ \bar{g})_M^{(3)} \\ &+ \frac{3}{7} \sqrt{\frac{10}{7}} [(d^+ \bar{g})_M^{(3)} + (g^+ \bar{d})_M^{(3)}] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} X\{[1\Gamma](2111)\}_{4M} &= \frac{4}{7} \frac{1}{\sqrt{7}} (d^+ \bar{d})_M^{(4)} + \frac{1}{7} \sqrt{\frac{143}{35}} (g^+ \bar{g})_M^{(4)} \\ &+ \frac{1}{7} \sqrt{\frac{110}{7}} [(d^+ \bar{g})_M^{(4)} + (g^+ \bar{d})_M^{(4)}] + \frac{4}{\sqrt{35}} [(s^+ \bar{g})_M^{(4)} + (g^+ \bar{s})_M^{(4)}] \end{aligned} \quad (5)$$



(2)→(5) 式中

$$(b^\dagger \bar{b}_{i_2})_M^L = \sum_{m_1, m_2} \langle l_1 m_1, l_2 m_2 | LM \rangle b^\dagger_{i_1 m_1} \bar{b}_{i_2 m_2} \quad (6)$$

显然, 这里一共是 24 个不可约张量算子, 这些算子就是  $SU(5) (\subset SU(15))$  子群的生成元。

$$\text{如果令 } U_{\mu}^{(L)} = \sqrt{7} X \{ [11] (2111) \} LM. \quad (7)$$

则  $L = 1, 3$  时, 一共有 10 个算子构成  $SO(5) (\subset SU(5) \subset SU(15))$  子群的生成元。而其中  $L = 1$  的 3 个算子为  $SO(3) (\subset SO(5) \subset SU(5) \subset SU(15))$  子群的生成元。

### 参 考 文 献

- [1] A. Arima, F. Iachello, *Ann. of Phys.*, (N. Y.), **99**(1976), 253; **111**(1978), 201; **123**(1979), 468.
- [2] a. 凌寅生, *s.d.g* 玻色子相互作用中的三种极限, *高能物理与核物理*, **1**(1982), 77; b. 吴华川, 大角动量玻色子和偶偶核的转动, 待发表. R. D. Ratna. Raju *Phys. Rev.*, **C23**(1980), 518.
- [3] H. A. Jahn, *Proc. Roy. Soc.*, **A201**(1950), 516; D. Littlewood *The theory of group characters, group characters*, (1940), p. 240.
- [4] H. Bacry *Lectures on group theory and particle theory*, (1973), p. 126.
- [5] M. Hamermesh *Group theory and its application to physics problem*, (1964), 399.
- [6] B. F. Bayman 群论及其在核谱学中的应用 (上海科学技术出版社).
- [7] C. M. Lederer, V. S. Shirley *Table of Isotopes*, (1978); I. Morrison et al., *Phys. Rev.*, **C23** No. (1940), p. 240.
- [8] R. C. Greenwood et al., *Phys. Rev.*, **C23** No. 1(1981), 153.
- [9] A. Arima, 访华报告 (1981.4) *Introduction to IBM*. D. Cline *Nuclear Interactions* (1979), p. 39.

## THE $SU(14)$ AND $SU(5)$ LIMITING CASES OF *s.d.g IBM*

GU JIN-NAN

(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica*)

LING YIN-SHENG

(*Jiangsu Teacher's College*)

GAO YUAN-YI

(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

Based on the *s.d IBM* proposed by Arima and Iachello, *g* boson is introduced. Two chains of subgroups,  $SU(15) \supset SU(5) \supset SO(5) \supset SO(3)$  and  $SU(15) \supset SU(14) \supset SO(5) \supset SO(3)$  (i.e. two limiting cases,  $SU(5)$  and  $SU(14)$ ), of the *s.d.g IBM* are discussed. It is shown that there appear  $1^+$  states in these limiting cases, but not in the *s.d IBM* and *s.g IBM*. The spectra of  $^{200}\text{Hg}$  are calculated in the  $SU(14)$  and  $SU(5)$  limiting cases and agreed with experiments. The results show that the excitation of *g* boson is possible in some vibrational nuclei.