

用复合粒子场论计算介子的衰变宽度

黄效吾

(安徽大学)

摘 要

本文利用复合粒子场论和介子球谐振子模型的 $B-S$ 波函数计算介子衰变的部分宽度。初步结果表明,理论计算和实验符合。

现在实验上已发现的粒子,约有二百多个了。为了对这些粒子作统一的解释,1965—1966年以来,许多学者对强子结构曾提出了许多模型,其中最突出的是以 SU_3 对称为基础的复合粒子模型^[1]。在 高能电子弹性散射与深度非弹性散射实验中,也确实表明强子是有一定大小、有颗粒状的内部结构的粒子^[2]。下面,我们用复合粒子场论^[3]去计算介子的衰变宽度。在计算中,我们采用的空间波函数是协变谐振子势的介子结构模型所给出的^[4]。本文引入四个介子的衰变宽度的实验数值,定出 u 、 d 、 s 、 c 四个层子的有效质量,然后由此定出层子的有效质量去计算其他介子衰变过程的宽度。本文所考虑的介子衰变过程,是把 $1^- \rightarrow 0^- + 0^-$ 的有关直通图加以讨论。

我们先计算 $\psi(3772) \rightarrow \bar{D}^0 D^0$ 的宽度。对此过程有贡献的费曼图为(图1)。

图1中, $\psi(3772)$ 粒子(以下用 a 代表)的正反层子质心运动动量与相对运动动量分别为 P 与 p ; \bar{D}^0 粒子(以下用 b 代表)的正反层子的质心运动与相对运动动量分别为 P' 与 p' ; D^0 粒子(以下用 c 代表)的正反层子的质心运动动量与相对运动动量分别为 P'' 与 p'' 。由运动学关系可知

$$p' = -\frac{P'}{2} + p, \quad p'' = \frac{P''}{2} + p, \quad p_1 = \frac{P}{2} - p, \quad p_2 = \frac{P}{2} + p, \quad p_3 = \frac{P' - P''}{2} + p \quad (1)$$

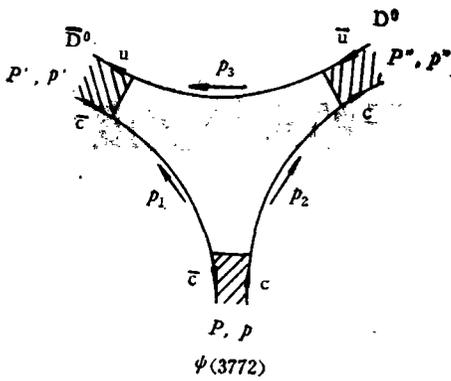
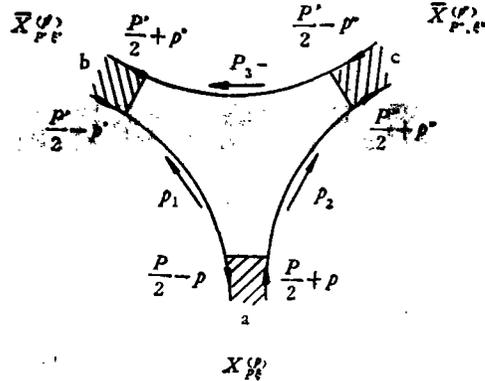
利用《复合粒子的量子场论》中的费曼图对应规则,可算出 $a \rightarrow b + c$ 的跃迁矩阵元为(参看图2):

$$\langle bc | S - 1 | a \rangle = \frac{-i}{\sqrt{8E_a E_b E_c}} \delta^4(P - P' - P'') \int a' p S p \{ \bar{X}_{p', \xi'}^b(p') S_F^{-1}(p_3) \\ \times \bar{X}_{p'', \xi''}^c(p'') S_F^{-1}(p_2) X_{p, \xi}^a(p) S_F^{-1}(-p_1) \} \quad (2)$$

$$\text{因为 } S \text{ 矩阵元与 } T \text{ 矩阵元之关系为: } S_{fi} = 1 + i(2\pi)^4 \delta^4(P - P' - P'') T_{fi} \quad (3)$$

考虑到运动学关系(1)式,从(2)、(3)两式可得

$$T_{fi} = \langle bc | T | a \rangle = \frac{-(2\pi)^4}{\sqrt{8E_a E_b E_c}} \int a' p S p \left\{ \bar{X}_{p', \xi'}^b \left(-\frac{P''}{2} + p \right) \left[i \left(\frac{\hat{p}' - \hat{p}''}{2} + \hat{p} \right) + m_3 \right] \right\}$$

图1 $\phi(3772) \rightarrow \bar{D}^0 D^0$ 的费曼图图2 $a \rightarrow b + c$ 的费曼图

$$\times \bar{X}_{P', \xi}^{(c)'} \left(\frac{P'}{2} + p \right) \left[i \left(\frac{P'}{2} + p \right) + m_2 \right] X_{P', \xi}^{(c)}(p) \left[i \left(-\frac{P'}{2} + p \right) + m_1 \right] \quad (4)$$

上式中 m_1 、 m_2 、 m_3 分别为反层子 \bar{c} 、层子 c 与层子 u 的有效质量。

如果我们取 a 粒子的质心为静止坐标系，则可算出二体衰变的衰变宽度为：

$$\Gamma = \frac{1}{32\pi^2 \mu_a^2} \int |M_{fi}|^2 |P'| a Q' \quad (5)$$

$$(5) \text{ 式中 } M_{fi} = (2E_a 2E_b 2E_c)^{1/2} T_{fi} \quad (6)$$

我们注意在 a 粒子的质心为静止的坐标系中，有

$$P = 0, P' = -P'', E_a = \mu_a, E_b = \sqrt{P'^2 + \mu_b^2}, E_c = \sqrt{P''^2 + \mu_c^2} \quad (7)$$

$$\text{由于 } \phi(3772) \text{ 是 } S \text{ 波与 } D \text{ 波之混合}^{[5]}: -2^3 S_1 \sin \alpha + 1^3 D_1 \cos \alpha \quad (8)$$

混合角 α 为： $\alpha = (23 \pm 3)^\circ$

所以若采用文献[4]中，介子的 B - S 波函数，则可写出 $\phi(3772)$ 之空间波函数为：

$$\begin{aligned} \psi_{4,\mu} = & -N_{20} \exp\left(-\frac{\omega}{2}(r^2 + r'^2)\right) \sum_{\lambda} C_{11,00}^{1M} Y_0^0(\theta, \varphi) e_{\mu}^{\lambda} L_1^{\frac{1}{2}}(\omega r^2) \sin \alpha \\ & + N_{12} \exp\left(-\frac{\omega}{2}(r^2 + r'^2)\right) \sum_{\lambda} C_{11,2m}^{1M} Y_2^m(\theta, \varphi) e_{\mu}^{\lambda} L_1^{2+\frac{1}{2}}(\omega r^2) \cos \alpha \end{aligned} \quad (9)$$

上式中， $\lambda = 1, 0, -1$ ； $m = -2, -1, 0, 1, 2$ ； $M = \lambda + m$ 。

$C_{11,00}^{1M}$ 与 $C_{11,2m}^{1M}$ 为 C - G 系数； $L_1^{\frac{1}{2}}(\omega r^2)$ 与 $L_1^{2+\frac{1}{2}}(\omega r^2)$ 为广义拉盖尔多项式。

由于 \bar{D}^0 粒子为自旋取向相反的 u 层子与 \bar{c} 反层子构成的 $1s$ 态， D^0 粒子为自旋取向相反的 \bar{u} 反层子与 c 层子构成的 $1s$ 态，其空间波函数分别为 $f^b(x')$ 与 $f^c(x'')$ ：

$$\begin{cases} f^b(x') = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\omega}{\pi} \exp\left(i \frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2} x'^2 - \frac{\omega}{\mu_b^2} (P' x')^2\right) \cdot \left[1 - \frac{2}{3} \omega \left(x'^2 + \frac{(P' x')^2}{\mu_b^2}\right)\right] \\ f^c(x'') = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\omega}{\pi} \exp\left(i \frac{\pi}{4} - \frac{\omega}{2} x''^2 - \frac{\omega}{\mu_c^2} (P'' x'')^2\right) \cdot \left[1 - \frac{2}{3} \omega \left(x''^2 + \frac{(P'' x'')^2}{\mu_c^2}\right)\right] \end{cases} \quad (10)$$

上式中 μ_b 与 μ_c 分别为介子 \bar{D}^0 与 D^0 的静止质量。

若我们用 ϕ^a 、 ϕ^b 、 ϕ^c 分别表示 a 、 b 、 c 的么旋波函数，这样，在赝标四维谐振子势下，我们就可利用 (8)、(9)、(10) 以及 (4)、(5)、(6) 式进行若干运算，并且考虑到对初态极

化求平均后,可得出过程 $\phi(3772) \rightarrow \bar{D}^0 D^0$ 的衰变宽度为:

$$\Gamma = \frac{46m_1^2 m_2^2 m_3^2 \mu_b \mu_c |\mathbf{P}'|^3}{\mu_a^2 E_b E_c \omega^2} \cdot \exp\left(-\frac{\mu_a^2}{8\omega}\right) \left(2800 \sin^2 \alpha + \frac{6.3 |\mathbf{P}'|^4 \cos^2 \alpha}{\omega^2}\right) \times \left[\frac{1}{\sqrt{m_1 m_3}} - \frac{E_b}{2\sqrt{m_1 m_3} \sqrt{m_2 m_3}} + \frac{3\mu_a E_b}{16m_1 m_2 m_3} \right]^2 [S\rho \tilde{\phi}^b \tilde{\phi}^c \phi^a]^2 \quad (11)$$

因为 ω 为 SU_4 对称的,从 $\phi(3100)$ 及其激发态 $\phi(3772)$, 结合 1^- 系列介子的质量本征值公式:

$$\mu_1^2 = \Delta + 4(M^2 + a) - 4\omega(2n_1 + 1) + 4\omega(4n + 2l + 3) \quad (12)$$

可以定出 (11) 式中的 $\omega = 0.29\text{GeV}^2$. 类似于以上运算,可以计算处于 $1s$ 态的 1^- 介子,经直通图衰变成两个 $1s$ 态的 0^- 介子的衰变宽度为:

$$\Gamma = \frac{13.6(\omega - 0.6|\mathbf{P}'|^2)|\mathbf{P}'|^3 m_1^2 m_2^2 m_3^2}{\mu_a^2 E_b^2 E_c^2 \omega^2} \exp\left(-\frac{\mu_a^2}{8\omega} - \frac{(E_b - E_c)^2}{12\omega}\right) \times \left[\frac{1}{\sqrt{m_1 m_3}} - \frac{E_b}{2\sqrt{m_1 m_3} \sqrt{m_2 m_3}} + \frac{3\mu_a E_b}{16m_1 m_2 m_3} \right]^2 (S\rho \tilde{\phi}^b \tilde{\phi}^c \phi^a)^2 \quad (13)$$

上式中仍以 a 代表 1^- 介子, b 与 c 分别代表一个 0^- 介子. μ^a 为 1^- 介子的静止质量, E_b 与 E_c 分别为 0^- 介子 b 与 c 的能量(参看图 2).

因为对于不同状态的 1^- 介子,衰变到两个 0^- 介子(均为 $1s$ 态),其衰变宽度公式与 (13) 式是不同的. 如果 1^- 介子是 $2s$ 态,而衰变成两个 $1s$ 的 0^- 介子,则衰变宽度可类似于以上运算得出:

$$\Gamma = \frac{4\pi^2 m_1^2 m_2^2 m_3^2 \mu_b \mu_c |\mathbf{P}'|^3}{\mu_a^2 E_b E_c \omega^2} \cdot \exp\left(-\frac{\mu_a^2}{8\omega} - \frac{(E_b - E_c)^2}{12\omega}\right) \times \left[\frac{1}{\sqrt{m_2 m_3}} - \frac{E_b}{2\sqrt{m_1 m_3} \sqrt{m_2 m_3}} + \frac{3\mu_a E_b}{16m_1 m_2 m_3} \right]^2 (S\rho \tilde{\phi}^b \tilde{\phi}^c \phi^a)^2 \quad (14)$$

利用 $\phi(3772) \rightarrow \bar{D}^0 D^0$, $\phi \rightarrow K^+ K^-$, $\phi \rightarrow K_s K_s$ 以及 $K^*(892) \rightarrow K\pi$ 诸过程的衰变宽度的实验数值^[6],由 (11)、(13)、(14) 式,可以定出 u 、 d 、 s 、 c 四个层子的有效质量:

$$m_u \approx m_d = 57.8\text{MeV}, \quad m_s = 608.2\text{MeV}, \quad m_c = 1826\text{MeV} \quad (15)$$

由 (15) 式的层子的有效质量,从 (13) 式可以算出粲粒子 D^{0*} 与 D^{+*} 的衰变过程: $D^{0*} \rightarrow D^0 \pi^0$ 与 $D^{+*} \rightarrow D^0 \pi^+$ 的衰变宽度为:

$$\Gamma(D^{0*} \rightarrow D^0 \pi^0) \approx 0.737\text{MeV}, \quad \Gamma(D^{+*} \rightarrow D^0 \pi^+) \approx 0.485\text{MeV}$$

这与实验结果^[6]:

$$\Gamma_{\text{exp}}(D^{0*} \rightarrow D^0 \pi^0) < 5\text{MeV}, \quad \Gamma_{\text{exp}}(D^{+*} \rightarrow D^0 \pi^+) < 2.0\text{MeV}$$

基本相符. 另外我们还可以从 (13) 式计算过程 $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 的衰变宽度. 不过这里应注意到此过程有贡献的是两个费曼图(图 3).

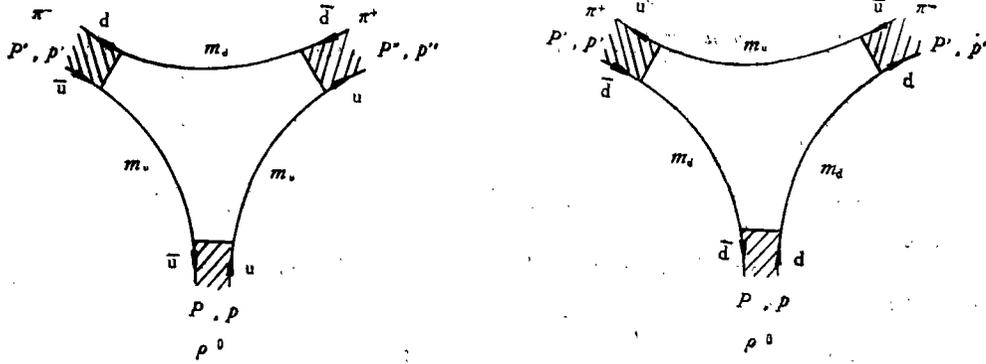
因此,我们可以算出此过程的衰变宽度为: $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) \approx 65.5\text{MeV}$

同样,由 (15) 式的层子有效质量值,类似于 $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 过程,从 (14) 式可算出 $\rho'(1600) \rightarrow \pi\pi$ 过程的衰变宽度为: $\Gamma(\rho' \rightarrow \pi\pi) \approx 43.9\text{MeV}$

而实验上^[6], $\Gamma_{\text{exp}}(\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) \approx 158\text{MeV}$, $\Gamma_{\text{exp}}(\rho' \rightarrow \pi\pi) \approx 45\text{MeV}$

由此可见,对过程 $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 与 $\rho' \rightarrow \pi\pi$ 的衰变宽度,计算值与实验值也基本相符.

最后,作者衷心感谢何祚庠先生的指教.

图3 $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 的费曼图

参 考 文 献

- [1] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, **3** (1966), 137. 北京大学理论物理教研室基本粒子理论组, 中国科学院数学研究所理论物理研究室, 北京大学学报 (自然科学), **12** (1966), 104. M. Gell-Mann, Y. Neeman, The Eight fold way, (1964), W. A. Benjamin, INC.
- [2] R. P. Feynman, Photon-Hadron interaction, (1977), W. A. Benjamin, INC.
- [3] 何祚麻, 张肇西, 黄涛, 复合粒子场论, 1977年基本粒子座谈会文献资料 (1977年黄山). 何祚麻, 黄涛, 物理学报, **23** (1974), 113, 264, 408. 何祚麻, 张肇西, 黄涛, 物理学报, **25** (1976), 215. 汪容, 高能物理与核物理, **3** (1979), 645. 汪容, 物理学报, **29** (1980), 365. 阮图南, 何祚麻, 复合粒子量子场论, 粒子物理讨论会, (1980年, 广州).
- [4] 朱重远, 安瑛, 高能物理与核物理, **1** (1977), 47. 朱重远, 安瑛, 中国科学, **7** (1978), 387.
- [5] Y. Kizukuri, K. Okano and Y. Yamanaka, Prog. Theor. Phys., **59** (1978), 949.
- [6] Partide Data Group, Rev. Mod. Phys., **52** (1980), S17-S25.

CALCULATION OF MESON DECAY WIDTH OF BY THE COMPOSITE FIELD THEORY

HUANG XIAO-WU
(Anhui University)

ABSTRACT

In this paper, the partial width of meson decay is calculated using the composite field theory and the B-S wave functions corresponding to the harmonic oscillator model of meson. Preliminary results show that the theoretical calculation may be in accordance with experiment.