

# 准扇形和准梯形环状永磁多极系统的 二维场形分析

刘茂三 吴文泰 李淑珍 刘玉成 石才士

(中国科学院高能物理研究所)

周杰民

(北京钢铁研究总院)

## 摘 要

根据“均匀磁化”原理,利用谐波分析方法,对定向磁化的准扇形、准梯形以及准扇平头环状多极系统的二维场形进行了分析。给出了精确的解析表达式。试算了16体准形四极透镜的梯度,并同相应的16体平头扇形四极作了比较。

对不同类型的多体环状永磁多极系统的磁场形态,我们已进行过较详细的解析分析,得到了满意的结果<sup>[1-3]</sup>。我们分析的磁体几何形状有扇形、梯形、弓形以及平头扇形等等,其磁化方向有定向磁化和定角磁化。

在某些场合下,磁体几何形状有时要求做成如图1所示的准扇形  $AEBC''CFDD''A$

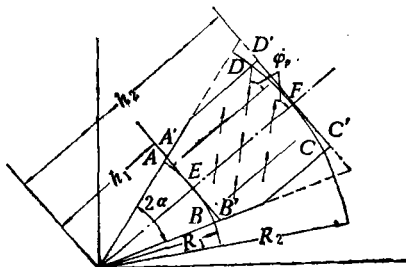


图1 准扇-梯形永久磁体及其磁化方式

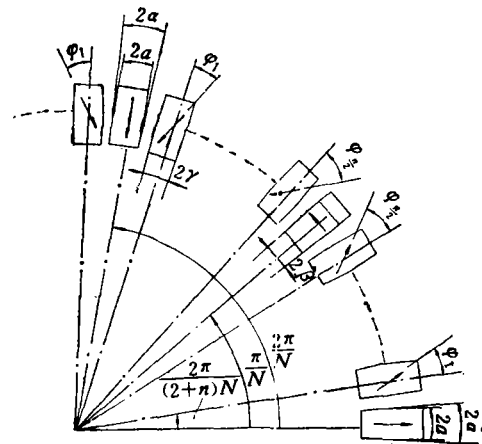


图2 准扇-梯形环状多极系统磁体排布及其磁化方式

或准梯形  $A'B'C''C'D'D''A'$ , 或者做成它们的混合型(准扇平头)  $A'B'C''CFDD''A'$ , 即将扇形或梯形, 或者平头扇形磁体中线的平行线削去两个边角. 整个环状系统由  $(n+2)N$  个磁体组成, 其磁化方式如图 2 所示. 磁体的排布和文献[1—3]所述及的排布原则相同, 磁化条件和所采用的材料性能也都和上述文献一样.

不难看出, 如图 2 所示的这种定向磁化(本文仅研究定向磁化情况)环状多极系统, 在空间任一点  $P(r, \theta)$  所产生的磁位是由两部分之差合成, 即

$$\phi(P) = \phi_0(P) - \phi_{\text{削角}}(P) \quad (1)$$

式中  $\phi_0(P)$  表示定向磁化多体扇形或多体梯形环状结构的二维磁位, 它的表达式在文献[2]中已给出; 当  $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\varepsilon\pi}{(n+2)N}$  时 ( $\varepsilon$  称为磁体的填充系数),  $\phi_0$  可由下式表示

$$\phi_0(P) = M \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \int_{-\alpha}^{\alpha} F(r', \theta') r' dr' d\theta' \quad (2)$$

$\phi_{\text{削角}}(P)$  表示  $2(n+2)N$  个“削角”磁体(图 1 虚线)按图 2 周期排布成环状系统, 在相应  $P$  点上产生的磁位. 当  $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\varepsilon\pi}{(n+2)N}$ , 且  $a = b = c$  时, 它可写成

$$\phi_{\text{削角}}(P) = M \left[ \int_{-\alpha/\sin\theta'}^{\zeta_3} F(r', \theta') r' dr' d\theta' + \int_{\alpha/\sin\theta'}^{\zeta_4} F(r', \theta') r' dr' d\theta' \right] \quad (3)$$

其中  $M$  为磁体的均匀磁化强度.

$$\begin{aligned} F(r', \theta') = & \cos\theta' \times Z_1 - \sin\theta' \times Z_2 + \sin\theta' \times Z_3 + \cos\theta' \times Z_4 \\ & + \sum_{p=1}^{n/2} [\cos(\theta' - \varphi_p) \times Z_5 - \sin(\theta' - \varphi_p) \times Z_6 \\ & - \cos(\theta' + \varphi_p) \times Z_7 + \sin(\theta' + \varphi_p) \times Z_8] \end{aligned}$$

$$Z_{2k-1} = \sum_{l=1}^N (-1)^{l-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial r'} \frac{dz'}{\sqrt{r^2 + r'^2 + z'^2 - 2rr' \cos(\theta - \varepsilon_{2k-1})}} \quad (4)$$

$$Z_{2k} = \sum_{l=1}^N (-1)^{l-1} \frac{1}{r'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \theta'} \frac{dz'}{\sqrt{r^2 + r'^2 + z'^2 - 2rr' \cos(\theta - \varepsilon_{2k})}}$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \theta' + \frac{l-1}{N} 2\pi, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \theta' + \frac{2l-1}{N} \pi$$

$$\varepsilon_5 = \varepsilon_6 = \theta' + \frac{l-1}{N} 2\pi + \frac{2p\pi}{(n+2)N}, \quad \varepsilon_7 = \varepsilon_8 = \theta' + \frac{2l\pi}{N} - \frac{2p\pi}{(n+2)N}$$

当各斜向磁化体的磁化方向均满足  $\varphi_p = \frac{p\pi}{n+2}$  的优化条件时, 由(1)–(4)式不难得到准扇形和准梯形以及它们的混合型多体环状系统孔径内部的二维磁场分布形态 ( $m \approx 1$ )

$$\begin{aligned} H_r(P) - iH_\theta(P) = & 4(n+2)NM \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{m-1} \{ B_1 y_1^{1-m} \cos^m \tau_1 \alpha \sin \delta_1 \alpha \\ & - a^{1-m} [\sin^m \alpha \cos m\alpha - \sin^m \zeta_4 \times \cos m\zeta_4] \end{aligned}$$

$$- B_2 y_2^{1-m} \cos^m \tau_2 \zeta_4 \times \sin \delta_2 \zeta_4 \} \frac{Z^m}{r} \quad (5)$$

式中

$$Z = r e^{i\theta}, \quad m = \frac{2(n+2)j+1}{2} N,$$

其它各参量由下表 1 给出

表 1 对应不同磁体系统的各参量

系统 \ 参量	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$\zeta_3$	$\zeta_4$	$y_1$	$y_2$	$B_1$	$B_2$	$\tau_1$	$\tau_2$	$\delta_1$	$\delta_2$
准扇形	$R_1$	$R_2$	$R_2$	$\sin^{-1} \frac{a}{R_2}$	$R_1$	$R_2$	$\frac{m}{m+1}$	$\frac{m}{m+1}$	0	0	$m+1$	$m+1$
准梯形	$\frac{h_1}{\cos \theta'}$	$\frac{h_2}{\cos \theta'}$	$\frac{h_2}{\cos \theta'}$	$\text{tg}^{-1} \frac{a}{R_2}$	$h_1$	$h_2$	1	1	1	1	$m$	$m$
混合型 (准扇形平头)	$\frac{h_1}{\cos \theta'}$	$R_2$	$R_2$	$\sin^{-1} \frac{a}{R_2}$	$h_1$	$R_2$	1	$\frac{m}{m+1}$	1	0	$m$	$m+1$

对于多体环状四极透镜系统 ( $N=4$ ), 在其对称面或反对称面上, 磁场梯度的各次谐波, 由 (5) 式对  $r$  微分, 可得(不计正负号)

$$G_m = 4(n+2)NM \{ B_1 y_1^{1-m} \cos^m \tau_1 \alpha \sin \delta_1 \alpha - a^{1-m} [ \sin^m \alpha \cos m \alpha - \sin^m \zeta_4 \cos m \zeta_4 ] - B_2 y_2^{1-m} \cos^m \tau_2 \zeta_4 \sin \delta_2 \zeta_4 \} r^{m-2} \quad (6)$$

这里  $m = 4(n+2)j+2, j = 0, 1, 2, \dots$

例: 设有 16 体 ( $n=2$ ) 四极系统, 内孔  $\phi 30$ . 假定选取较便宜的一种铈-钴-铜稀土永磁材料做磁体(它的磁化强度可达  $4\pi M = 5000$  高斯). 各类系统所有磁体的填充系数  $\epsilon$  全部取 1, 即  $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{16}$ , 各磁体的宽度一律取  $a = b = c = 3.5\text{mm}$ . 磁体高度取 10 mm.

利用 (6) 式对各类系统进行计算, 便可得到上述 16 体环状四极透镜在其对称面或反对称面上磁场梯度主波  $G_2$  及最高寄生磁场梯度, 即  $m = 18$  次谐波(对应  $j = 1$ ) 与主波比值  $G_{18}/G_2$  相对半径的变化关系(见表 2). 后者表征四极系统磁场梯度均匀性的分布规律, 或好场情况.

表 2 各类系统的主磁场梯度  $G_2$  及寄生场梯度比  $\frac{G_{18}}{G_2}$

( $4\pi M = 5000$  高斯)

系统 \ 梯度	准扇形 $R_1 = 15, R_2 = 25$	准梯形 $h_1 = 15, h_2 = 25$	混合型 $h_1 = 15, R_2 = 25$	平头扇形 $h_1 = 15, R_2 = 25$
$G_2$ , 高斯	2322	2292	2284	2477
$G_{18}/G_2$	$3.79 \left(\frac{r}{R_1}\right)^{16}$	$1.936 \left(\frac{r}{h_1}\right)^{16}$	$1.943 \left(\frac{r}{h_1}\right)^{16}$	$1.85 \left(\frac{r}{h_1}\right)^{16}$

由表2明显看出,在几何参量几乎相当的情况下,准扇系统的主场梯度比准梯形约大1.3%,但前者梯度均匀性却远不如后者,因而好场区也将要相对缩小。譬如要求梯度非均匀度小于1%,对准梯形系统好场区为 $r_0 = 11.0\text{mm}$ ,而对准扇形只有 $r_0 = 10.3\text{mm}$ 。(准梯形与混合型——相差无几)。另外,准梯形的工艺性也较好,因此工程上较多采用准梯形(或混合型)系统结构。

对应上述相应参量的平头扇形四极透镜,根据文献[3]的有关公式计算可得主波梯度为2477高斯,其非均匀性分布为 $1.85 \left(\frac{r}{h_1}\right)^{16}$ 。很明显,这两项指标比混合型或准梯形系统的性能都好,但用材料相对增多,因而成本提高,所以工程上仍较多采用后者。

### 参 考 文 献

- [1] 刘茂三、陈仁怀、吴文泰、李淑珍,多扇环形结构永磁多极系统场形的解析分析(简报);多扇环形结构永磁多极系统的二维场形分析(简报);多扇环形结构永磁多极系统的三维场形分析;定向磁化多扇环状永磁多极系统的场形分析(简报),高能物理与核物理,期、页依次为1(1981),127;6(1980),774;4(1981),452;5(1981),623。
- [2] 刘茂三、陈仁怀、吴文泰、李淑珍,“多体环状永磁多极系统的场形分析”,原子核物理,3(1981),376。
- [3] 刘茂三、陈仁怀、吴文泰、李淑珍、刘玉成、石才土,“多体平头环状永磁四极透镜与普通电磁透镜的性能比较”,加速器学会1980年会议论文。

## PLANAR MULTIPOLE FIELD OF A PERMANENT MAGNET SYSTEM WITH QUASI-SEGMENTED AND TRAPEZOIDAL RING STRUCTURE

LIU MAO-SAN, WU WEN-TAI, LI SHU-ZHEN, LIU YU-CHENG, SHI CAI-TU  
(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ZHOU JIE-MIN

(Central Iron and Research Institute)

### ABSTRACT

The 2-dimension fields for the constant direction magnetized quasi-segmented, trapezoidal and plane head quasi-segmented multipiece ring system are analysed using harmonic analytical method as the principle of "uniform magnetization". Some precise analytical expression are given. As an example, magnetic field gradient of 16-pieces quasi-segmented, trapezoidal quadrupole is calculated and compared with a 16-pieces plane head segmented quadrupole.