

α - α 元振幅和高能核-核碰撞

刘 渊 李扬国 王如琳

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

推广 Glauber 理论中的元振幅,采用高能 α - α 散射振幅 f_0 作为元振幅来研究高能核-核碰撞。在本文中,详细计算了 1.37 GeV 的 α 粒子在 C^{12} 上的弹性散射并得到了满意的结果。

一、引 言

Glauber 理论在解释高能强子-核散射方面,取得了很大的成功。但如何用这一理论来研究更复杂的高能核-核碰撞呢?这引起了广大理论工作者的极大兴趣。

近几年来,高能核-核实验资料不断增加,高能核-核弹性散射,在小角度处有着明显的衍射花纹,反映了高能核-核散射为多次碰撞的特点。因此,有很多人,在 Glauber 理论上,试图从不同的角度来研究高能核-核碰撞。Alkholzov 等^[1]使用了刚性炮弹近似(Rigid projectile approximation 或简称为 RPA) Faldt 和 Hulthage^[2]提出了分群炮弹模型(Swarm projectile model) 计算了 α 粒子在许多中等重原子核上的弹性散射角分布。而 Varma 和 Ghosh^[3]从另一角度,采用了 $d + \alpha$ 的弹性散射振幅作为元振幅,具体讨论了氦在 C^{12} 弹性散射角分布。以上方法,都反映了一定的物理因素。

可是,我们知道核中存在集团现象。在轻核中,这种现象尤为明显。因此,在以上各方法的基础上,为了便于更广泛地研究核-核碰撞,我们采用扩大元过程、减少自由度的方法,即采用 $\alpha + \alpha$ 的弹性散射振幅 f_0 作为 Glauber 理论中的元振幅,在集团模型基础上来研究高能 $\alpha +$ 核或核 $+ \alpha$ 的弹性和非弹性散射。这样,自由度减少了,计算有可能变得简便得多。特别当高能 α 粒子在 $4n$ 核上散射时,可以看作 α 粒子与靶核的 n 个 α 粒子的多次散射,它就很自然地与一个强子被 n 个靶粒子散射的过程相似。在这情况下,用 α - α 元振幅 f_0 代替了炮弹 α 与核多体相互作用的部分复杂性,这就起到与 RPA 方法相似的作用。而当 $4n$ 核和另一 $4n'$ 进行碰撞,就可归结为一系列 α 集团间的碰撞,这具有较鲜明的物理图象。另外, α 粒子的 $S = 0, T = 0$, 使用这种元过程 f_0 来描写 $4n$ 核之间的碰撞,由于它们都是 $S = 0, T = 0$, 所以是非常合适的。

本文在上述方法的基础上,即用 α - α 弹性散射振幅 f_0 作为元振幅,用集团模型在 Glauber 理论上具体研究了 $\alpha + C^{12}$ 的弹性散射角分布。在下一节中,我们将叙述

$\alpha + C^{12}$ 多次散射的处理方法。最后具体计算了 1.37 GeV 的 α 粒子在 C^{12} 上弹性散射微分截面并作了一些讨论。

二、 α - C^{12} 弹性散射的描述

1. 元振幅 f_α 及其表示式 和核子-核子散射的情况不一样, 目前还没有由实验结果导出参数化形式的 α - α 散射振幅表示式, 因此, 我们从理论上导出 α - α 多重散射振幅表达式 f_α 作为 Glauber 理论中的元振幅。由于 α 粒子的 $S = 0, T = 0$, 在推导 α - α 散射振幅 f_α 时, 可以认为核子间的自旋和同位旋效应并不重要, 暂不考虑。为了简单起见, 取 α 粒子的波函数为高斯型

$$\sim \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha^2 \sum_{i=1}^4 r_i^2\right),$$

根据 Glauber 理论, 在光学极限下^[4]得 α - α 散射振幅 f_α

$$f_\alpha = -ik_\alpha G \sum_{j=1}^{16} \Gamma_j e^{-\alpha_j q^2}, \quad (1)$$

k_α ——入射 α 粒子的动量。

$$G = \frac{1}{2}(R_1^2 + R_2^2 + 2a^2),$$

其中 R_1, R_2 为二碰撞 α 粒子的半径。 a 为核子-核子散射振幅的斜率参数。核子-核子散射振幅取为

$$f_N = \frac{1}{4\pi} k_N \sigma_N (i + \rho) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 q^2}, \quad (2)$$

k_N ——入射核子的动量, σ_N ——核子-核子散射的总截面, ρ ——散射振幅的实虚比。如前所述, 这里暂不考虑自旋、同位旋效应。

$$\Gamma_j = \frac{1}{j \cdot j!} \left[\frac{16\sigma_N(i\rho - 1)}{2\pi(R_1^2 + R_2^2 + 2a^2)} \right]^j, \quad \alpha_j = \frac{1}{64j} [32a^2 + (16 - j)(R_1^2 + R_2^2)]. \quad (3)$$

而所使用的质心修正取为

$$\Theta(q) = \exp\left[\frac{q^2}{16} \left(\frac{R_1^2}{A_1} + \frac{R_2^2}{A_2}\right)\right].$$

2. C^{12} 基态的描述 用集团模型来研究高能核-核散射时, 必需给出核的具体的集团结构, 根据集团模型, C^{12} 系由三个 α 粒子组成, 它的基态系由分布在边长为 d 的等边三角形的三顶点上的三个 α 粒子形成, 每个 α 粒子和三角形中心 O 的距离 $|R_i| = R$ (见图 1, 体轴系的原点取在 O 上), 在忽略振动的情况下, C^{12} 基态波函数为

$$|0\rangle = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} D_{00}^0(\vartheta). \quad (4)$$

$D_{\mu K}^L(\vartheta)$ ——转动矩阵, ϑ ——表示体轴的三个 Euler 角。

3. α - C^{12} 的弹性散射振幅 在使用 α - α 元振幅后, α 和 C^{12} 的弹性散射过程, 就和一个强子被三个靶粒子散射过程相似。这样, 根据 Glauber 多次散射理论, 在完成对碰撞参

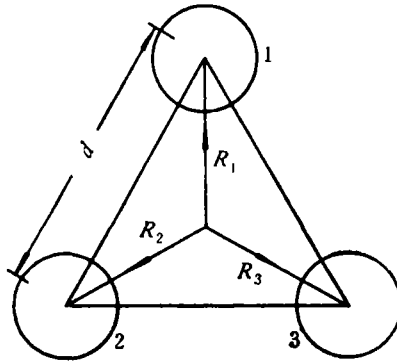


图 1

数 b 的积分后, α 和 C^{12} 的弹性散射振幅可写成

$$F_{ei}(q) = F^{(1)}(q) + F^{(2)}(q) + F^{(3)}(q). \quad (5)$$

$F^{(1)}(q)$ 、 $F^{(2)}(q)$ 和 $F^{(3)}(q)$ 分别为 α 与 α 的一次、二次和三次散射项, q ——传递动量. 而一次散射项共有三项, 是

$$F^{(1)}(q) = \sum_{j=1}^3 f_{\alpha}(q) \langle 0 | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{s}_j} | 0 \rangle. \quad (6)$$

这里对三个 Euler 角进行积分, 表示对体轴所有取向的平均. 其中 \mathbf{s}_j 是第 j 个 α 粒子的位置矢量在碰撞参数平面上的投影, 根据 Glauber 理论的假设 $\mathbf{q} \cdot \mathbf{s}_j = \mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_j$, 所以 (6) 式可写成

$$F^{(1)}(q) = \sum_{j=1}^3 f_{\alpha}(q) \langle 0 | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_j} | 0 \rangle. \quad (7)$$

为了完成对 Euler 角的积分, 先将平面波 $e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_j}$ 在体轴系中展开,

$$e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_j} = 4\pi \sum_{l,m} i^l j_l(qR) Y_{lm}^*(\hat{q}_b) Y_{lm}(\hat{R}_{jb}), \quad (8)$$

\hat{q}_b , \hat{R}_{jb} ——体轴系中它们的单位向量, 并使用了 $|\mathbf{R}_j| = R$ 的关系. 而 $Y_{lm}^*(\hat{q}_b)$ 可利用变换

$$Y_{lm}^*(\hat{q}_b) = \sum_{m'} D_{m'm}^{l*}(\vartheta) Y_{lm'}(\hat{q}_L), \quad (9)$$

\hat{q}_L ——实验室系中单位动量向量.

将 (8)、(9) 式代入 (7) 式就极易获得一次弹性散射振幅

$$F^{(1)}(q) = 3f_{\alpha}(q) j_0(qR). \quad (10)$$

$j_0(qR)$ ——零阶球 Bessel 函数, 而二次散射项也有三项, 它们是

$$\begin{aligned} F^{(2)}(q) &= \frac{i}{2\pi k_{\alpha}} \sum_{l>m=1}^3 I_{lm} \\ &= \frac{i}{2\pi k_{\alpha}} \sum_{l>m=1}^3 \langle 0 | \int d^2q' f_{\alpha}(q') f_{\alpha}(q - q') \cdot e^{i[\mathbf{q}' \cdot \mathbf{s}_m + (\mathbf{q} - \mathbf{q}') \cdot \mathbf{s}_j]} | 0 \rangle \end{aligned} \quad (11)$$

为了完成对 Euler 角的积分, 先作变换

$$\mathbf{q}' = \mathbf{q}/2 + \mathbf{t}, \quad (12)$$

并用 Glauber 理论的假定以及三角形的几何关系有

$$\mathbf{q} \cdot (\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) = \mathbf{q} \cdot (\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2) = -\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_3, \quad (13)$$

将(12)、(13)式代入(11)则不难完成对 d^2t 的积分. 结果为

$$I_{23} = G^2 \sum \sum \frac{\pi}{\alpha_l + \alpha_m} \Gamma_l \Gamma_m e^{-\frac{1}{4(\alpha_l + \alpha_m)} [d_{1l}^2 + 4\alpha_l \alpha_m q^2]} \cdot e^{-\frac{i}{2} \mathbf{q} \cdot \mathbf{V}_{lm}}. \quad (14)$$

其中 $d_{1l} = (\mathbf{s}_2 + \mathbf{s}_3)$, 它是 $\mathbf{d}_1 = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3$ 在碰撞参数平面上的投影. 而

$$\mathbf{V}_{lm} = \mathbf{R}_1 - \frac{\alpha_m - \alpha_l}{\alpha_l + \alpha_m} \mathbf{d}_1,$$

其大小为

$$V_{lm} = R \left[1 + 3 \left(\frac{\alpha_m - \alpha_l}{\alpha_l + \alpha_m} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

这时和一次散射类似, 将平面波 $e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{V}_{lm}}$ 展开, 使用和^[3]中一样的近似, 用 $\frac{2}{3} d^2$ 来代 d_{1l}^2 , 这就使得平均过程变得很简单, 就不难完成对 Euler 角的积分, 最后, 二次散射项可写成

$$F^{(2)}(\mathbf{q}) = -\frac{3}{2} i G^2 k_\alpha \sum_{l,m=1}^{16} \frac{\Gamma_l \Gamma_m}{\alpha_l + \alpha_m} j_0 \left(\frac{1}{2} q V_{lm} \right) \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{6(\alpha_l + \alpha_m)} \times [d^2 + 6\alpha_l \alpha_m q^2] \right\}. \quad (16)$$

至于三次散射项, 它只有一项

$$F^{(3)}(\mathbf{q}) = \left(\frac{i}{2\pi k_\alpha} \right)^2 \langle 0 | \int d^2q_1 d^2q_2 f_\alpha(\mathbf{q} - \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) f_\alpha(\mathbf{q}_1) f_\alpha(\mathbf{q}_2) \exp \times \{ i [(\mathbf{q} - \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \cdot \mathbf{s}_1 + \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{s}_2 + \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{s}_3] \}. \quad (17)$$

在引入变换

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} (\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2), \quad \mathbf{t} = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2, \quad (18)$$

就不难完成对动量的积分, 然后采用完全和二次散射处理的类似方法和假设, 完成对 Euler 的积分, 最后可得

$$F^{(3)}(\mathbf{q}) = -i k_\alpha G^3 \sum_{l,m,n=1}^{16} \frac{\Gamma_l \Gamma_m \Gamma_n}{s_{lmn} (\alpha_m + \alpha_n)} j_0(q R_{lmn}) \exp \left\{ -\frac{d^2}{6(\alpha_m + \alpha_n)} \cdot \left[1 + \frac{3(\alpha_m + \alpha_n)^2 + (\alpha_m - \alpha_n)^2}{s_{lmn} (\alpha_m + \alpha_n)} \right] - \left(\alpha_l - \frac{4\alpha_l^2}{s_{lmn}} \right) q^2 \right\}. \quad (19)$$

其中

$$s_{lmn} = \frac{4}{\alpha_m + \alpha_n} (\alpha_l \alpha_m + \alpha_l \alpha_n + \alpha_m \alpha_n),$$

$$R_{lmn} = R \left[\left(1 - \frac{6\alpha_l}{s_{lmn}} \right)^2 + \frac{12\alpha_l^2 (\alpha_m - \alpha_n)^2}{s_{lmn}^2 (\alpha_m + \alpha_n)^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

将(10)、(16)和(19)式代入(5)式便得

$$F_{el}(\mathbf{q}) = -i k_\alpha \left\{ 3G \sum_{j=1}^{16} \Gamma_j j_0(qR) e^{-a_j q^2} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{3}{2} G^2 \sum_{l,m=1}^{16} \frac{\Gamma_l \Gamma_m}{\alpha_m + \alpha_l} j_0 \left(\frac{1}{2} q R_{lm} \right) e^{-\frac{1}{6(\alpha_l + \alpha_m)} [d^2 + 6\alpha_l \alpha_m] q^2} \\
 & + G^3 \sum_{l,m,n=1}^{16} \frac{\Gamma_l \Gamma_m \Gamma_n}{s_{lmn}(\alpha_m + \alpha_n)} j_0(q R_{lmn}) \exp \left\{ -\frac{d^2}{6(\alpha_m + \alpha_n)} \right. \\
 & \times \left. \left[1 + \frac{3(\alpha_m + \alpha_n)^2 + (\alpha_m - \alpha_n)^2}{s_{lmn}(\alpha_m + \alpha_n)} \right] - \left(\alpha_l - \frac{4\alpha_l^2}{s_{lmn}} \right) q^2 \right\}. \tag{21}
 \end{aligned}$$

(21)式就是以 α - α 元振幅 f_α 为出发点, 在集团模型基础上所得到的 α - C^{12} 的多次散射振幅公式。式中所用参数是核子-核子散射实验参数以及 α 粒子的半径 R_1, R_2, α 集团之间的距离 d , 没有其它自由可调参数。而 α - C^{12} 弹性散射的微分截面为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F_{el}(q)|^2. \tag{22}$$

三、计算结果和讨论

根据已有的实验结果^[6], 我们利用(21)、(22)式计算了 1.37GeV α 粒子在 C^{12} 弹性散射的角分布。在具体计算中, i) 根据 Glauber 的多重散射理论, 在 α 和 α 的碰撞过程中, 核子-核子最高散射次数为 16, 故在上边(21)等诸式中取 1 到 16 的求和, ii) 在选用合理的核子-核子散射振幅式(2)中参数值后, (1)式是可很好描写 α - α 的弹性散射。在计算 α - C^{12} 弹性散射角分布中, 我们使用了 340 MeV/N 下, 核子-核子散射的实验结果^[7]:

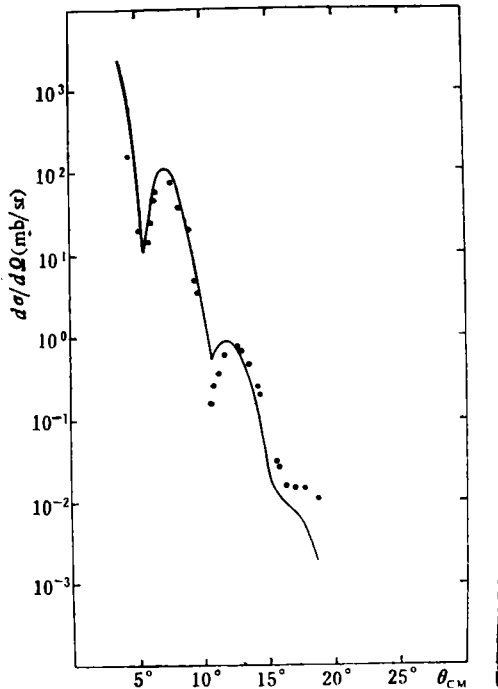


图2 $\alpha + C^{12}$ 弹性散射角分布入射能 $E_\alpha = 1.37\text{GeV}$

—— 理论; ● 实验

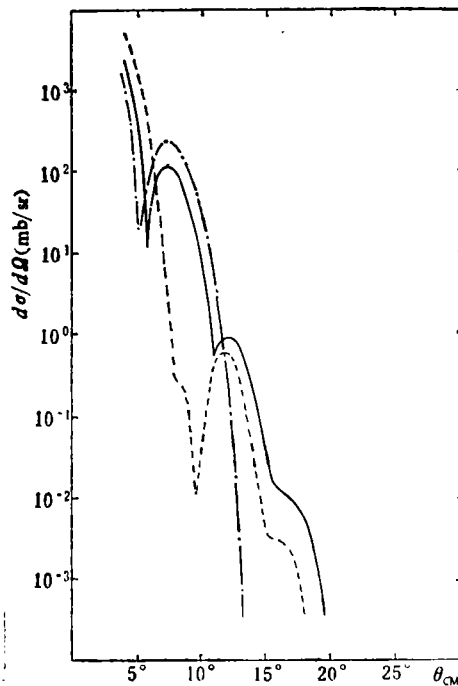


图3 $\alpha + \alpha$ 各次散射相干图

—— 一次散射; - - - 一次+二次相干结果; — · — 一次+二次+三次相干结果

$\sigma_N = 2.84\text{fm}^2$, $\rho = 0.2$, $a^2 = 0.045\text{fm}^2$, iii) α 粒子半径为 $R_1 = R_2 = 1.3\text{fm}$, 它们间的距离 $d = 2.75\text{fm}$. 理论计算结果给在图 2 和图 3 中. 在图 2 中还标出了 Saclay 的实验结果. 图 3 表示了不同碰撞次数的相干情况.

计算结果表明: 采用 $\alpha + \alpha$ 元振幅 f_α 后, 用“一打三”的机制便可很好描述 $\alpha + \text{C}^{12}$ 弹性散射的主要特点, 在图 3 上可清楚地看到, 主要的几个峰谷是 α - α 多重散射的结果. 这里我们讨论的是高能朝前散射(小角度)的角分布, 从高能散射的研究中可知, 元振幅小角度的行为是主要的. 因此, 如能给出 α - α 弹性散射的唯象表示式, 用它来代替(1)式, 采用上述的方法, 相信也能给出 α - C^{12} 弹性散射的衍射花纹, 计算还表明: (1)式给出的元振幅中包含了很多高次项, 当碰撞次数 i 大于 8 时它们的贡献实际上是不重要的、可以忽略. 当然, 如能从实验上得到类似核子-核子散射振幅的参数化形式 f_α , 计算将变简, 结果也可能更好. 分析还表明: 如欲使理论和实验符合得更好, 需要适当减小 α 粒子的半径(当然这里无法区分束缚 α 粒子和自由 α 粒子的). 这里不会出现现象文章[3]中那种束缚 α 粒子半径比自由 α 粒子半径要大的情况. 由(21)式不难看出, 计算结果和参数 d 的关系较大. 当 d 增大时, α - α 的二次和三次散射的贡献将显著下降, 峰、谷趋于消失. 这也是可以理解的.

总之, 我们用集团模型来研究 α - C^{12} 的弹性散射, 在较粗糙的近似下得到这些结果, 是令人满意的. 原子核内的集团现象, 这是一个多年来很有兴趣的研究课题. 我们通过高能下 α - C^{12} 弹性散射的分析, 提供了 C^{12} 是由三个 α 集团构成论点的一个支持. 如何将这种方法推广到其它具有明显 α 集团或其它集团结构核-核散射上, 有待进一步研究.

参 考 文 献

- [1] Alkholzov et al., *Nucl. Phys.*, **A294**(1975), 465.
- [2] Fäldt and Hulthage, *Nucl. Phys.*, **A316**(1979), 253.
- [3] Varma and Ghosh, *Phys. Rev.*, **C18**(1978), 1781.
- [4] Czyż and Maximon, *Ann. of Phys.*, **52**(1969), 59.
- [5] Ahmad, *Phys. Lett.*, **B36**(1971), 301; A. H. Антонов et al., *Ядер физ.*, **16**(1972), 74.
- [6] Chaumeaux et al., *Nucl. Phys.*, **A267**(1976), 431.
- [7] J. P. Auger et al., *Nucl. Phys.*, **A262**(1976), 372;
李扬国等, 高能物理与核物理, **3**(1979), 43.

ALPHA-ALPHA ELEMENTARY AMPLITUDE AND HIGH ENERGY NUCLEI-NUCLEI COLLISION

LIU YUAN LI YANG-GUO WANG RU-LIN

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

Extending the elementary amplitude in the Glauber Theory and using α - α scattering amplitude as the elementary amplitude, the high energy nuclei-nuclei collision is discussed. In this paper, high energy alpha scattering by C^{12} is calculated in detail and satisfactory results are obtained.