

# $(\pi^+, d)$ 反 应 理 论

李扬国 姜焕清

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

本文在 $\pi$ 介子的一核子吸收模型下,导出了 $(\pi^+, d)$ 反应的扭曲波玻恩近似的截面公式,在平面波近似下,对 $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}$ 反应作了估计.认为,这一类反应对于研究 $\pi$ 吸收的过程和原子核的对结构都是值得重视的反应.

## 一、引 言

$\pi$ 介子被原子核吸收的现象已经进行了多年的研究,但是,到目前为止,人们对 $\pi$ 吸收机制的理解还很混乱<sup>[1]</sup>.到底 $\pi$ 吸收是一步发生的直接过程,还是多步过程,都没有明确的定论.由于原子核吸收 $\pi$ 后,使原子核状态发生很大的变化,这样一种变革原子核的手段,自然为认识原子核提供新的途径.由于能量、动量守恒,一个自由的核子不能吸收 $\pi$ 介子, $\pi$ 吸收至少要求两个以上的核子参加.所以 $\pi$ 吸收是真正的多粒子过程,如果 $\pi$ 吸收是在一对关联的核子上发生,这一对核子在吸收了静止的 $\pi$ 介子后,将沿着相对为 $180^\circ$ 的方向飞出原子核,测量飞出的一对核子的角关联将得到 $\pi$ 吸收的机制及核内核子对关联的知识.这种反应的实验及理论研究已经积累了很多的资料<sup>[2]</sup>.但是 $\pi$ 吸收的过程是很复杂的,现象也多样化,为了研究清楚 $\pi$ 吸收的机制,对其他可能的反应道的研究是必要且有兴趣的.我们认为, $\pi$ 被原子核吸收后,射出一个氘核,而剩余核处于某一确定的核能态的反应道,即 $(\pi^+, d)$ 反应,是很有意义的一种研究 $\pi$ 吸收的反应.因为,在这种反应中, $\pi$ 介子的能量主要用来激发一对核子的质心运动,因此,它直接探测一对核子质心运动的高动量成分.对于这类反应,实验及理论研究都极少.实验方面,目前仍未有一个完整的实验出现,只在 $^{12}\text{C}$ 核上有苗头表明吸收 $\pi$ 而放出 $d$ 的截面并不小<sup>[3]</sup>. $(\pi^+, d)$ 与 $(p, t)$ 反应,从反应能谱学角度看很相似,因此,若 $(\pi^+, d)$ 反应机制清楚了,也将对原子核的对结构提供新的信息,如它们高动量成分的几率等. Miller 等<sup>[4]</sup>,曾在没有实验的情况下,用平面波玻恩近似,把靶核看为一个硬心外有一对角动量为零的中子,计算了到达剩余核基态( $0^+$ )的 $(\pi^+, d)$ 角分布.在本文中,我们将在单核子 $\pi$ 吸收的模型假设下,讨论 $(\pi^+, d)$ 反应过程,我们导出到各个末态的扭曲波玻恩近似截面公式,并给出它与核结构的关系.低能双核子转移反应和核结构有很灵敏的关系<sup>[5]</sup>,在 $(\pi^+, d)$ 反应,也有相似的结果.最后,为了分析这类反应的特点,用平面波玻恩近似对于49.3 MeV的 $\pi^+$

在 $^{12}\text{C}$ 核上发生的 $(\pi^+, d)$ 反应,到达 $^{10}\text{C}$ 核的基态 $(0^+)$ 及 $2^+$ 激发态的微分截面作一点数值的估计.

在第二节,用单核子吸收机制导出扭曲波玻恩近似的截面公式,第三节给出平面波近似的数值结果,并进行讨论.

## 二、单核子吸收模型的 $(\pi^+, d)$ 反应理论

我们将讨论 $\pi^+$ 被靶核B吸收后射出氘核,剩余核C处于某一个核态 $J^\pi$ 的模型理论.考虑反应:

$$\pi^+ + B \rightarrow d + C, \quad (1)$$

其中靶核B有 $A+2$ 个核子,处于 $J_i^\pi$ 态,剩余核C比靶核少二个中子,有 $A$ 个核子,处于 $J_f^\pi$ 态. $J^\pi$ 为核总角动量, $\pi$ 为宇称,在质心系中的微分截面为:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E_\pi E_d}{(2\pi\hbar^2 C_{cc}^2)^2} \frac{k_d}{k_\pi} \bar{\Sigma} |\langle f | H | i \rangle|^2, \quad (2)$$

$\bar{\Sigma}$ 表示对初态求平均、末态求和,其中 $E_\pi$ ,  $k_\pi$ 为 $\pi$ 在质心系中的总能量和动量. $E_d$ ,  $k_d$ 对应于d核的总能量及动量. $|i\rangle$ 为靶核的 $A+2$ 个核子反对称波函数 $\Psi_{J_i M_i}(1, \dots, A+2)$ ,  $|f\rangle$ 为剩余核波函数 $\Psi_{J_f M_f}(1, \dots, A)$ 及出射d核波函数 $\Psi_{k_d}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ 的乘积,它也是反对称化的,可写为:

$$\langle f | = \sqrt{\frac{2}{(A+1)(A+2)}} \sum_P (-1)^P P \Psi_{k_d}^{*(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \Psi_{J_f M_f}^*(1, \dots, A), \quad (3)$$

$P$ 为剩余核中核子与d中核子各种可能的置换. $\Psi_{J_f M_f}(1, \dots, A)$ 为反对称归一化波函数,

$$\Psi_{k_d}^{*(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \langle \Psi_{k_d}^{(-)}(\mathbf{R}) | \langle \phi_d(\mathbf{r}) \chi_1; 1M_d | \langle T=0 |, \quad (4)$$

其中

$$\langle \Psi_{k_d}^{(-)}(\mathbf{R}) | = e^{-i\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{R}} e^{i\chi_-(\mathbf{R})}, \quad (5)$$

$$\chi_-(\mathbf{R}) = -\frac{1}{v_d} \int_z^{-\infty} U_d(\mathbf{R}') dz', \quad (5.1)$$

$\Psi_{k_d}^{*(-)}(\mathbf{R})$ 是氘核受B核的光学势 $U_d(\mathbf{R})$ 作用下的扭曲波, $\mathbf{R}$ 为氘核及B核的质心距离. $\phi_d(\mathbf{r})$ 为氘核内部波函数,它可以为S波和D波的混合. $\chi_1$ 为氘核的自旋态,它与内部态 $\phi_d(\mathbf{r})$ 耦合为 $1M_d$ 态. $|T=0\rangle$ 为氘核同位旋态,故 $\Psi_{k_d}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ 是反对称态.

首先,我们假定 $\pi$ 吸收发生在一个核子上,但这个核子与靶核中另一个核子结合在一起,保持着氘核的结构出射,若 $\pi^+$ 被靶核中第 $i$ 个核子吸收,它们的相互作用可写为:

$$H_i = G \cdot \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \nabla_x (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\phi}(\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_i)), \quad (6)$$

则

$$H = \sum_{i=1}^{A+2} H_i, \quad (7)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}_i$ ,  $\boldsymbol{\tau}_i$ 为第 $i$ 个核子的自旋,同位旋算符. $\mathbf{r}_i$ 为它的坐标. $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_i)$ 为 $\pi$ 介子场, $\nabla_x$ 只作用于 $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_i)$ 场上, $G$ 为包含 $\pi$ 介子-核子耦合常数的因子.由于是氘核出射,所以虽然 $\pi^+$ 吸收发生于一个中子上,并把它变为质子,但这个中子必定与另一个中子结成团,一旦 $\pi^+$ 被吸收后,它们仍不散开,而以氘核整体出射.所以 $(\pi^+, d)$ 的单核子吸收模型可以视为 $\pi^+$ 吸收发生在一对结合在一起的中子团上. $\pi^+$ 被其中的任

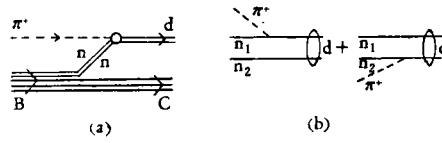


图 1 ( $\pi^+$ , d) 反应机制

一个中子都可以吸收, 它的图象如图 1. 用 (3), (4), (7) 及  $\Psi_{J_i M_i}(1, \dots, A+2)$  代入 (2) 中矩阵元, 由于  $|i\rangle, |f\rangle$  的反对称性及  $H$  的对称性, 可得:

$$I = \langle f|H|i\rangle = \sqrt{\frac{(A+1)(A+2)}{2}} \langle \Psi_{k_d}^{(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \Psi_{J_f M_f}(3, \dots, A+2) |H| \Psi_{J_i M_i}(1, \dots, A+2) \rangle. \quad (8)$$

在上述的单核子吸收模型下,  $H \approx H'$ ,

$$H' = H_1 + H_2. \quad (9)$$

(8) 式的矩阵元与 (p, t) 反应的矩阵元; 除了相互作用  $H'$  不同之外, 是很相似的. 若定义核谱振幅:

$$B(j_1 j_2 J) = \sqrt{\frac{(A+1)(A+2)}{2}} \langle (\Psi_{J_f}(3, \dots, A+2)) \Psi_{(j_1 j_2) J}^{(1, 2)} \rangle_{J_i M_i} | \Psi_{J_i M_i}(1, \dots, A+2) \rangle, \quad (10)$$

$$I = \sum_{j_1 j_2 J M} B(j_1 j_2 J) \langle \Psi_{k_d}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) | (H_1 + H_2) | \Psi_{(j_1 j_2) J M}^{(1, 2)} \rangle C_{J_i M_i}^{J M}, \quad (11)$$

$B(j_1 j_2 J)$  是与核结构有关的因子, 它描述变为 d 核的那对核子, 在核中处于  $i_1, i_2$  壳, 耦合为总角动量  $J$  的几率. (10) 式的核谱振幅的定义与双核子转移反应的完全一致, 在双核子转移反应中曾有很多的讨论<sup>[5]</sup>, 关于它的一些特点在资料 [5] 及有关文献中可以获得. (11) 式中  $\Psi_{(j_1 j_2) J M}(1, 2)$  是一对核子处于  $JM$  态的波函数, 为了研究矩阵元  $I$ , 我们先讨论  $H' = H_1 + H_2$  的具体形式, 作变换:

$$\begin{cases} \mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2), \\ \mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \end{cases} \quad (12)$$

可得:

$$H' = \frac{G}{2\sqrt{2}} \{ (\mathbf{S} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) (\eta(\mathbf{r}, \mathbf{R}) T_+ + \xi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \tau_+) + \left( 2\mathbf{S} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \right) (\eta(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \tau_+ + \xi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) T_+) \}, \quad (13)$$

其中  $\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)$ ,  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_2$ ;  $T_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_{1+} + \tau_{2+})$ ,  $\tau_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_{1+} - \tau_{2+})$  为自旋, 同位旋算符.

$$\begin{aligned} \eta(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \phi(\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_1) + \phi(\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_2), \\ \xi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \phi(\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_1) - \phi(\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_2). \end{aligned} \quad (14)$$

对于  $\pi$  介子场  $\phi(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ , 由于我们研究的是  $\pi$  与靶核作用, 因此, 它应是一被靶核光学势扭曲的波函数, 可写为:

$$\phi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + i\chi_+(\mathbf{r})}; \quad \chi_+(\mathbf{r}) = -v\pi^{-1} \int_{-\infty}^{\mathbf{r}} U_{\pi}(\mathbf{r}') dz', \quad (15)$$

$U_{\pi}(\mathbf{r})$  便是  $\pi$ -核光学势. 在  $(\pi^+, d)$  反应中, 由于中子对保持着  $d$  核的结构出射, 因此,  $\pi$  扭曲场的相移函数  $\chi_+(\mathbf{r})$  可以近似地看为  $\pi$  被吸收的平均位置与靶心的距离  $R'$  的函数. 即

$$\chi_+(\mathbf{r}_1) = \chi_+(\mathbf{r}_2) \simeq \chi_+(\mathbf{R}'); \quad \mathbf{R}' = \frac{M_B}{M_C} \mathbf{R}.$$

这样,

$$\begin{cases} \eta(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 2 \cos\left(\frac{\mathbf{k}_{\pi} \cdot \mathbf{r}}{2}\right) e^{i(\mathbf{k}_{\pi} \cdot \mathbf{R}' + \chi_+(\mathbf{R}'))}, \\ \xi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 2i \sin\left(\frac{\mathbf{k}_{\pi} \cdot \mathbf{r}}{2}\right) e^{i(\mathbf{k}_{\pi} \cdot \mathbf{R}' + \chi_+(\mathbf{R}'))}. \end{cases} \quad (16)$$

由于  $d$  核的同位旋  $T = 0$ . (13) 式中  $T_+$  是一对核子同位旋  $T = 1$  态的投影算符,  $\tau_+$  则是到同位旋  $T = 0$  态的投影算符. 因此  $T_+$  项对  $(\pi^+, d)$  反应没有贡献. 把(16)式代入(13), 且不计及  $T_+$  项, 整理后得:

$$\begin{aligned} H' = & \frac{1}{2\sqrt{2}} G \left\{ \sin\left(\frac{\mathbf{k}_{\pi} \cdot \mathbf{r}}{2}\right) [-4 \mathbf{S} \cdot \mathbf{k}_{\pi} + 2\mathbf{S} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \chi_+(\mathbf{R}')] \right. \\ & \left. + \cos\left(\frac{\mathbf{k}_{\pi} \cdot \mathbf{r}}{2}\right) [2i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}_{\pi} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \chi_+(\mathbf{R}')] \right\} e^{i(\mathbf{k}_{\pi} \cdot \mathbf{R}' + \chi_+(\mathbf{R}'))} \tau_+. \end{aligned} \quad (17)$$

(17) 式便是单核子吸收  $(\pi^+, d)$  反应的相互作用. 这样, 我们便能进一步的处理反应矩阵元  $I$ . 由于  $\Psi_{kd}^{(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ ,  $H'$  都是  $\mathbf{r}, \mathbf{R}$  的函数, 自旋算符  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\mathbf{S}$  只作用于  $\chi_{SM}(1, 2)$ , 所以二核子波函数应作如下展开和变换:

$$\phi_{JM}(j_1 j_2) = \sum_{L, S} \hat{L} \hat{S} \hat{j}_1 \hat{j}_2 U \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S & J \end{pmatrix} (\phi_L(l_1 l_2) \chi_S(1, 2))_{JM}, \quad (18)$$

$$\phi_{LM}(l_1 l_2) = \sum_{n\lambda Nl} \langle n\lambda Nl; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle (\phi_{n\lambda}(\mathbf{r}) \phi_{Nl}(\mathbf{R}))_{LM}, \quad (19)$$

其中  $U \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  是  $9j$  系数,  $\hat{L} \equiv \sqrt{2L+1}$ ;  $\langle n\lambda Nl; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle$  是泰米变换系数. 把(17)–(19)和(4)的结果代入(11)整理后得:

$$\begin{aligned} I = & \sum_{\substack{j_1 j_2 L S J M \\ n\lambda Nl}} B(j_1 j_2 J) \hat{L} \hat{S} \hat{j}_1 \hat{j}_2 U \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S & J \end{pmatrix} \langle n\lambda Nl; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle \\ & \cdot C_{j_1 M_1 j_2 M_2}^{J M} \cdot \frac{G}{2\sqrt{2}} \cdot \int e^{-i\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{R} + i\chi_-(\mathbf{R})} (\phi_d^*(\mathbf{r}) \chi_1^+(1, 2))_{IM_d} \end{aligned}$$

$$\cdot \left\{ \sin \left( \frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2} \right) (-4\mathbf{S} \cdot \mathbf{k}_\pi + 2\mathbf{S} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \chi_+(R')) + \cos \left( \frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2} \right) (2i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}_\pi + \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \cdot \chi_+(R')) \right\} e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}' + i\chi_+(R')} [(\phi_{n\lambda}(\mathbf{r})\phi_{nl}(\mathbf{R}))_L \chi_S(1, 2)]_{JM} d\mathbf{r}d\mathbf{R}. \quad (20)$$

(20) 中  $\mathbf{r}$ , 及  $\mathbf{R}$  变量已分开, 同时对于自旋算符, 二体自旋算符  $\mathbf{S}$  只对  $S = 1$  态有贡献.  $\boldsymbol{\sigma}$  则把  $S_i = 0$  的态变到  $S_f = 1$  的终态, 故(20)式中二项分别作用于二中子的不同自旋态上, 他们作用在自旋态上有如下结果:

$$\langle 1\mu_d | \boldsymbol{\sigma} | 00 \rangle = \boldsymbol{\sigma}_{\mu_d}, \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mu_d} = \{ \sigma_{\mu_d}^x, \sigma_{\mu_d}^y, \sigma_{\mu_d}^z \},$$

$$\begin{cases} \sigma_{\mu_d}^x = (-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}), \\ \sigma_{\mu_d}^y = (i\sqrt{2}, 0, i\sqrt{2}), \\ \sigma_{\mu_d}^z = (0, 2, 0), \end{cases} \quad (22)$$

$$\langle 1\mu_d | \mathbf{S} | 1\mu \rangle = \mathbf{S}_{\mu_d, \mu}, \quad \mathbf{S}_{\mu_d, \mu} = \{ S_{\mu_d, \mu}^x, S_{\mu_d, \mu}^y, S_{\mu_d, \mu}^z \}. \quad (23)$$

$$S_{\mu_d, \mu}^x = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}; \quad S_{\mu_d, \mu}^y = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix};$$

$$S_{\mu_d, \mu}^z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

(22), (24) 的矩阵按  $\mu_d, \mu$  为  $-1, 0, 1$  的顺序. 同时, 若取  $\mathbf{k}_\pi$  为  $z$  轴, 则

$$\begin{cases} \sin \left( \frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2} \right) = \sum_{l(\text{奇})} (i)^{l+1} \sqrt{4\pi} \hat{l}_l \left( \frac{k_\pi r}{2} \right) Y_{l,0}(\hat{r}), \\ \cos \left( \frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2} \right) = \sum_{l(\text{偶})} i^l \sqrt{4\pi} \hat{l}_l \left( \frac{k_\pi r}{2} \right) Y_{l,0}(\hat{r}). \end{cases} \quad (25)$$

则  $\langle \phi_d(\mathbf{r}) | \sin \frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2} | \phi_{n\lambda\mu}(\mathbf{r}) \rangle = i^{\lambda-1} \sqrt{4\pi} \hat{\lambda} \mathcal{M}_{n\lambda}(k_\pi) \delta_{\mu,0}, \quad (\lambda: \text{奇}) \quad (26)$

$$\langle \phi_d(\mathbf{r}) | \cos \frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2} | \phi_{n\lambda\mu}(\mathbf{r}) \rangle = i^\lambda \sqrt{4\pi} \hat{\lambda} \mathcal{M}_{n\lambda}(k_\pi) \delta_{\mu,0}, \quad (\lambda: \text{偶}) \quad (27)$$

其中,  $\mathcal{M}_{n\lambda}(k_\pi) = \int \phi_d(\mathbf{r}) \hat{l}_\lambda \left( \frac{k_\pi r}{2} \right) \phi_{n\lambda}(\mathbf{r}) r^2 d\mathbf{r}. \quad (28)$

把(21), (23), (26), (27)的结果代入(20), 便得到  $I$  的化简式子, 最后对初态求和, 末态求平均后得出  $(\pi^+, d)$  反应的微分截面如下:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E_\pi E_d}{(2\pi\hbar^2 c^2)^2} \cdot \frac{k_d}{k_\pi} \cdot \sum_{JMM_d} |I_1 + I_2|^2, \quad (29)$$

1) (26)–(28)  $\phi_d$  只取  $S$  波. 如  $\phi_d(\mathbf{r})$  混有  $D$  波, 还要增加相应的项.

$$\text{其中 } I_1 = \frac{G}{2\sqrt{2}} \sum_{\substack{n\lambda(\pi) \\ Nl; j_1 j_2}} B(j_1 j_2 J) \sqrt{2\pi} \frac{\hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{\lambda}}{j} (i)^\lambda (-1)^{L+\frac{1}{2}-l_1-l_2} \cdot W\left(l_1 j_1 l_2 j_2; \frac{1}{2} J\right) \\ \cdot \langle n\lambda Nl; J | n_1 l_1 n_2 l_2 J \rangle \cdot C_{\lambda 0 l_1 M}^{JM} \cdot \mathcal{M}_{n\lambda}(k_\pi) N_{M_d}^{NlM}(\mathbf{q}), \quad (30)$$

$$I_2 = \frac{G}{2\sqrt{2}} \sum_{\substack{n\lambda(\pi)Nl \\ m; j_1 j_2}} B(j_1 j_2 J) \sqrt{4\pi} \frac{\hat{\lambda} \hat{L} \hat{j}_1 \hat{j}_2}{j} (i)^{\lambda-1} \\ U \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S & J \end{pmatrix} \langle n\lambda Nl; L | n_1 l_1 n_2 l_2 L \rangle C_{\lambda 0 l_1 M}^{Lm} C_{L m_1 \mu}^{JM} \cdot \mathcal{M}_{n\lambda}(k_\pi) B_{M_d \mu}^{Nl m}(\mathbf{q}), \quad (31)$$

$$N_{M_d}^{NlM}(\mathbf{q}) = \int e^{-i(\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{R} - \chi_-(\mathbf{R}))} [2i\sigma_{M_d}^z \cdot \mathbf{k}_\pi + \sigma_{M_d} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \chi_+(\mathbf{R}')] \\ \cdot \phi_{NlM}(\mathbf{R}) e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}' + \chi_+(\mathbf{R}')} d\mathbf{R}, \quad (32a)$$

$$B_{M_d \mu}^{Nl m}(\mathbf{q}) = \int e^{-i(\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{R} - \chi_-(\mathbf{R}))} [-4M_d k_\pi \delta_{M_d, \mu} + 2\mathbf{S}_{M_d, \mu} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \chi_+(\mathbf{R}')] \\ \phi_{Nl m}(\mathbf{R}) e^{i(\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}' + \chi_+(\mathbf{R}'))} d\mathbf{R}, \quad (32b)$$

$$\mathbf{q} = \frac{M_B}{M_C} \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_\pi.$$

(29)式便是单核子吸收模型下( $\pi^+$ , d)反应的扭曲波玻恩近似的结果. 其中  $I_1$  是由中子对  $S=0$  态的贡献,  $I_2$  是中子对  $S=1$  态的贡献. 从  $\lambda$  的奇、偶性,  $I_1$  的中子对空间波函数是对称结构,  $I_2$  的是反对称结构. 这些特点对我们分析核结构特点是很重要的. 偶-偶核的低激发态的对结构空间部分主要是对称性的, 因此, 对于这类能级  $I_1$  的贡献应是主要项.  $I_1, I_2$  可能会出现很不相同的微分截面花纹, 因此, 它对区分中子对结构的特性也定会有作用.

如果我们忽略去光学势的扭曲, 便得到平面波近似的结果. 顺便指出, 在平面波近似下, 由于  $\chi_+(\mathbf{R}'), \chi_-(\mathbf{R})$  为零.  $N_{M_d}^{Nl m}(\mathbf{q})$  及  $B_{M_d \mu}^{Nl m}(\mathbf{q})$  可以积分得出解析的式子, 它们为:

$$N_{M_d}^{Nl m}(\mathbf{q}) = i4k(2\pi)^{\frac{3}{2}} \phi_{Nl m}(\mathbf{q}) \delta_{M_d, 0}, \quad (33a)$$

$$B_{M_d \mu}^{Nl m}(\mathbf{q}) = -4M_d k(2\pi)^{\frac{3}{2}} \phi_{Nl m}(\mathbf{q}) \delta_{M_d, \mu}, \quad (33b)$$

其中  $\phi_{Nl m}(\mathbf{q})$  为简谐振子波函数在动量空间的表示. 在下一节, 将用平面波近似作一点估算.

### 三、PWBA 的计算及讨论

在平面波玻恩近似下, 由(33)和(30), (31)的结果, (29)式很易对  $M_d$  求和, 且得到振幅  $I_1, I_2$  不相干的结果:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E_n E_d}{(2\pi \hbar^2 c^2)^2} \cdot \frac{k_d}{k_\pi} \sum_{JM} [ |I_1'|^2 + |I_2'|^2 ], \quad (34)$$

其中

$$\begin{aligned}
 I'_1 &= \frac{G}{2\sqrt{2}} \sum_{\substack{n\lambda(\pi) \\ Nl_i j_i}} B(j_1 j_2 J) (2\pi)^2 \frac{\hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{j}}{j} (i)^{\lambda+1} \\
 &\quad \cdot (-1)^{L+\frac{1}{2}-l_1-j_1} W\left(l_1 j_1 l_2 j_2; \frac{1}{2} J\right) \langle n\lambda Nl; J | n_1 l_1 n_2 l_2; J \rangle \\
 &\quad \cdot C_{\lambda 0 l M}^{JM} \cdot 4k_\pi \mathcal{M}_{n\lambda}(k_\pi) \phi_{NlM}(\mathbf{q}), \\
 I'_2 &= G \sum_{\substack{n\lambda(\pi) \\ Nl m j_i}} B(j_1 j_2 J) (2\pi)^2 \frac{\hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{j}}{j} (i)^{\lambda-1} \\
 &\quad \cdot U \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & 1 & J \end{pmatrix} \langle n\lambda Nl; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle C_{\lambda 0 l m}^{Lm} C_{LM 10}^{JM} \\
 &\quad \cdot 2k \mathcal{M}_{n\lambda}(k_\pi) \phi_{Nlm}(\mathbf{q}),
 \end{aligned} \tag{35}$$

$$\tag{36}$$

其中  $G$  取  $\frac{f}{m_\pi} \cdot (2E_\pi)^{-1/2}$ ,  $f$  为  $\pi$ -核子耦合常数,  $m_\pi$  是  $\pi$  介子的质量.  $f^2 = 0.088$ .

为了定性地分析这类反应,用(34)式估算  $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}$  反应的截面. 这个反应最近在  $E_\pi = 49.3 \text{ MeV}$  入射能量下在  $30^\circ$  处测得一个数值<sup>[3]</sup>. 为此,我们分别计算到达  $^{10}\text{C}$  的  $0^+$  (基态)和  $2^+$  (3.35MeV激发态)的微分截面. 取  $^{12}\text{C}$  的波函数为:

$$|\psi^{12\text{C}}\rangle = |(0S_{1/2})_0^2 (1P_{3/2})_0^4\rangle. \tag{37}$$

剩余核的波函数取为:

$$|\psi^{10\text{C}}\rangle = |(0S_{1/2})_0^2 (1P_{3/2})_2^2 j_M j_f\rangle. \tag{38}$$

(37),(38)只是中子的组态,质子部分填满  $(0S_{1/2}) (1P_{3/2})$  态. 我们在这里取了一个极简单的纯组态的结果. 即认为  $\pi$  吸收发生在  $(1P_{3/2})^2$  中子对上,很易计算出核谱振幅为:

$$\begin{aligned}
 B\left(\frac{3}{2} \frac{3}{2}, 0\right) &= 1, \\
 B\left(\frac{3}{2} \frac{3}{2}, 2\right) &= \sqrt{5}.
 \end{aligned}$$

氘核的内部波函数,我们取 Hulthen 型:

$$\psi_d(r) = \frac{N}{r} (e^{-\alpha_1 r} - e^{-\beta_1 r}) Y_{00}(f), \tag{39}$$

其中  $\alpha_1 = 0.232 f^{-1}$ ,  $\beta_1 = 1.612 f^{-1}$ ,  $N$  为归一化常数,在计算中谐振子参数取  $\alpha = 0.6 f^{-1}$ . 计算的微分截面分别画在图 2 和图 3 中.

从这一计算结果,我们可以看到:

1. 在平面波近似下,这种反应截面不小. 在小角度可以达到几个到几十  $\mu\text{b}/\text{sr}$ . 这与实验观察到的截面量级定性的相同. 实验在  $\theta_L = 30^\circ$  处到达  $^{10}\text{C}$  的  $0^+$  与  $2^+$  态截面之和约为  $650 \text{ nb}/\text{sr}$ , 这种截面的大小与  $(\pi^+, p)$  反应差不多,所以,实验上进行这类反应的研究,在目前的  $\pi$  介子束流的情况下,是可能的.

2. 计算表明,  $I'_1$  比  $I'_2$  对微分截面的贡献大得多. 即对  $(\pi^+, d)$  反应中子对空间是

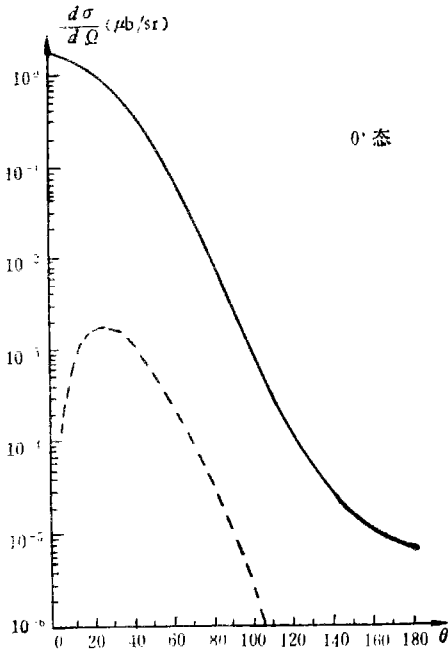


图2  $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}_{8,8}$  反应角分布  
虚线为中子对自旋  $s=1$  项的贡献

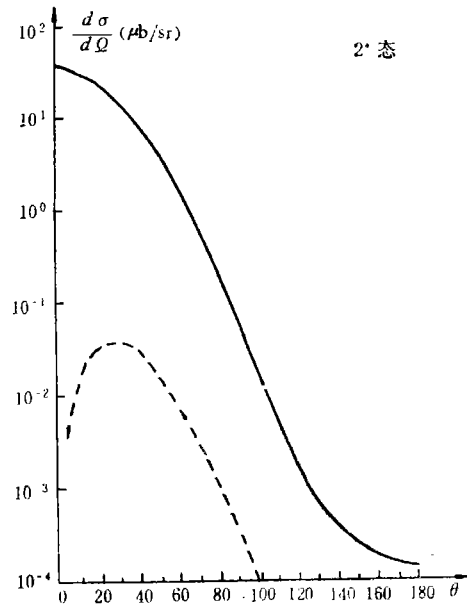


图3  $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}_{2+}$  反应角分布  
虚线为中子对自旋  $s=1$  项的贡献

对称的状态比空间反对称的状态重要得多。这是因为氦核  $\phi_a(r)$  是空间对称的状态。当中子对是空间对称态结构时更接近于氦的内部结构，它保持着氦的结构不散开的几率大得多。

3. 两个中子的空间波函数，经过泰米变换后，可以有不同的内部运动的主量子数  $n$ ，及轨道量子数  $\lambda$  的分量，从我们的计算， $0s$  分量贡献最大，这一点与低能双核子转移反应很相类似。因此， $0s$  近似可能是一个好近似。至少对于轻核是如此。

$(\pi^+, d)$  反应与低能  $(p, t)$  反应非常相似，它对两个中子的波函数的结构的关系很密切，但  $(\pi^+, d)$  反应又由于大的能、动量转移这一特点，又有  $(p, t)$  反应所不能具备的特色，即它主要反映两核子波函数高动量分布成分的几率。在上面计算的例子，在质心系从  $0^\circ$  到  $180^\circ$ ，转移给两中子的动量从  $3.7 f^{-1}$  到  $5 f^{-1}$ ，而对应  $50 \text{ MeV}$  质子在  $^{12}\text{C}$  上引起的  $(p, t)$  反应，它转移给两中子的动量从  $1.3 f^{-1}$  到  $4.2 f^{-1}$ 。可见  $(\pi^+, d)$  反应主要是探测核中两中子团动量分布的高动量成分。

4. 我们所用的吸收算符没有考虑加里略不变性，而且认为反应是一步发生的直接过程，这个单核子吸收模型是否正确，有待于实验的检验，目前只有一个实验点，还不能对此模型有什么肯定及修正的结论。用扭曲波来进行计算也是可行的，我们将进一步研究用扭曲波进行计算。

5. 双核子转移反应能谱学，在六十年代对核结构曾有很大的贡献。从实验上证实低激发态对结构的存在。 $(\pi^+, d)$  反应也是一类双核子转移反应，它的微分截面不单与反应机制有密切的关系，也和对结构有密切的关系；二者是分割不开的。本文从提出的单核子吸收模型出发，连系核谱振幅  $B(j_1 j_2 J)$ 。关于  $(\pi^+, d)$  反应能谱学问题，在有更多的实验数



据时,一定会对核结构有新的启发.

总之,原子核吸收  $\pi$  介子而放出核子团,剩余核处于确定的状态这类反应,对于了解核内的多粒子关联,多粒子团在核内的状态是很有意义的,实验的研究也是可能的.

### 参 考 文 献

- [1] J. Hüfner, *Phys. Reports*, **21C** (1975), 1.
- [2] T. I. Kopaleishvili, *Particles and Nuclei*, **2** (1973), 87.
- [3] J. E. Amann et al., *Phys. Rev. Lett.*, **40** (1978), 758.
- [4] R. A. Eisenstein and G. A. Miller, *Phys. Rev.*, **C11** (1973), 2001.
- [5] 李扬国、陈生忠, *物理学报*, **21** (1965), 961.

## THEORY OF $(\pi^+, d)$ REACTION

LI YANG-GUO      JIANG HUAN-QING

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

In this paper the DWBA cross section formula for the  $(\pi^+, d)$  reaction is derived in the model of one-nucleon absorption of pion, and the differential cross sections for  $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}_{g.s.2^+}$  reactions are estimated in PWBA. This kind of reaction is regarded as a worthnoting one for the studies of  $\pi$  absorption processes and the nuclear pair structure.