

两体自旋轨道耦合力与 $f_{7/2}$ 壳层能谱¹⁾

陈小暑 张庆营

(湖南省地质局实验室) (湖南大学)

摘 要

本文采用中心力加两体自旋轨道耦合力作为剩余相互作用, 计算了 $f_{7/2}$ 壳层原子核的能谱, 交换参数可调, 径向波函数采用谐振子波函数, 计算值和实验值的符合程度令人满意, 因而表明在剩余相互作用中, 两体自旋轨道相互作用的影响不可忽视。

1. 在两体核子散射实验中, 表明了两核子相互作用中存在着两体自旋轨道耦合项, 因此我们采用两体中心力(交换参数可调)加上两体自旋轨道耦合力系统地计算了 $f_{7/2}$ 壳层 Ca^{48} 的同位素和同中子素核的能谱, 并采用谐振子波函数和 ij 耦合表象, 只考虑同组态激发, 并且假定同位旋是好量子数, 计算值和实验值符合程度令人满意。

2. 核力的形式及计算方法

我们采用的两核子剩余相互作用的形式为:

$$V_{ij} = (W + HP_H + MP_M + BP_B) \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} (-V_0) + \frac{V'_0 d}{\mu' r d(\mu' r)} \frac{e^{-\mu' r}}{\mu' r} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + \frac{c^2}{r}$$

上式第一部分为中心交换势, 第二部分为两体自旋轨道耦合势, 第三部分是库仑势, 仅存在于质子之间, 其中 $V_0 = 45.8 \text{ MeV}$, $V'_0 = 29.8 \text{ MeV}$, $\frac{1}{\mu} = 1.18 \text{ fm}$, $\frac{1}{\mu'} = 1.07 \text{ fm}^{(1)}$ 。

ij 耦合表象的波函数为: $|j^n v JM\rangle = \sum_{v_1 J_1} [j^{n-1}(v_1 J_1) j J] j^n v J |j^{n-1}(v_1 J_1) j(n); JM\rangle$,

轨道波函数为: $\phi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \frac{R_{nl}(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 。自洽场采用谐振子势阱 $V(r) =$

$\frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \frac{1}{2m} \hbar^2 v^2 r^2$, 因此径向波函数是谐振子波函数, 我们不用排斥心, 多个核子相

互作用矩阵元用派生系数方法化成两体相互作用矩阵元的组合, 只需计算前半壳层四个核的公式, 后半壳层四个核可用空穴和粒子的关系求出^[2]。对于两体中心力:

$$\langle j^2 J | V(r) | j^2 J \rangle = (2j + 1)^2 \sum_{LS} (2L + 1)(2S + 1) \begin{Bmatrix} l & S & j \\ l & S & j \\ L & S & J \end{Bmatrix} (-1)^L$$

本文1978年1月20日收到。

1) 张掌珠、文教佐、黄国淳同志参加了部分工作。

$$\times \sum_{k=0} \langle \langle l \| C^k \| l \rangle \rangle^2 W(l l l; L k) F^k(n, l),$$

其中 $F^k(n, l)$ 是 Slater 积分, 可化为 Talmi 积分表示^[3]. 对于两体自旋轨道耦合势, 可利用广义 Talmi 系数把两体矩阵元表示成如下形式^[3]:

$$\begin{aligned} & \langle (n_1 l_1)(n_2 l_2); ^{2T+1, 2S+1} L_J | V_{12} | (n'_1 l'_1)(n'_2 l'_2); ^{2T'+1, 2S'+1} L'_J \rangle \\ &= \sum_{N\lambda, nA, n'A', J_0} U(\lambda A J S; L S) U(\lambda A' J S; L' J_0) \left\langle \begin{matrix} n_1 l_1 \\ n_2 l_2 \end{matrix} \middle| T S L \middle| \begin{matrix} N\lambda \\ nA \end{matrix} \right\rangle \\ & \times \left\langle \begin{matrix} n'_1 l'_1 \\ n'_2 l'_2 \end{matrix} \middle| T S L' \middle| \begin{matrix} N\lambda \\ n'A' \end{matrix} \right\rangle \langle n A T S J_0 | V_{12} | n' A' T S J_0 \rangle, \end{aligned}$$

再利用 $9j$ 符号, 将 LS 表象变换到 jj 耦合表象. 库仑力的公式和中心 Wigner 力的公式相同, 只是径向积分不同. 总结合能最后化为两粒子相互作用矩阵元来表示, 然后用上面的剩余相互作用力进行计算.

3. 计算结果及讨论

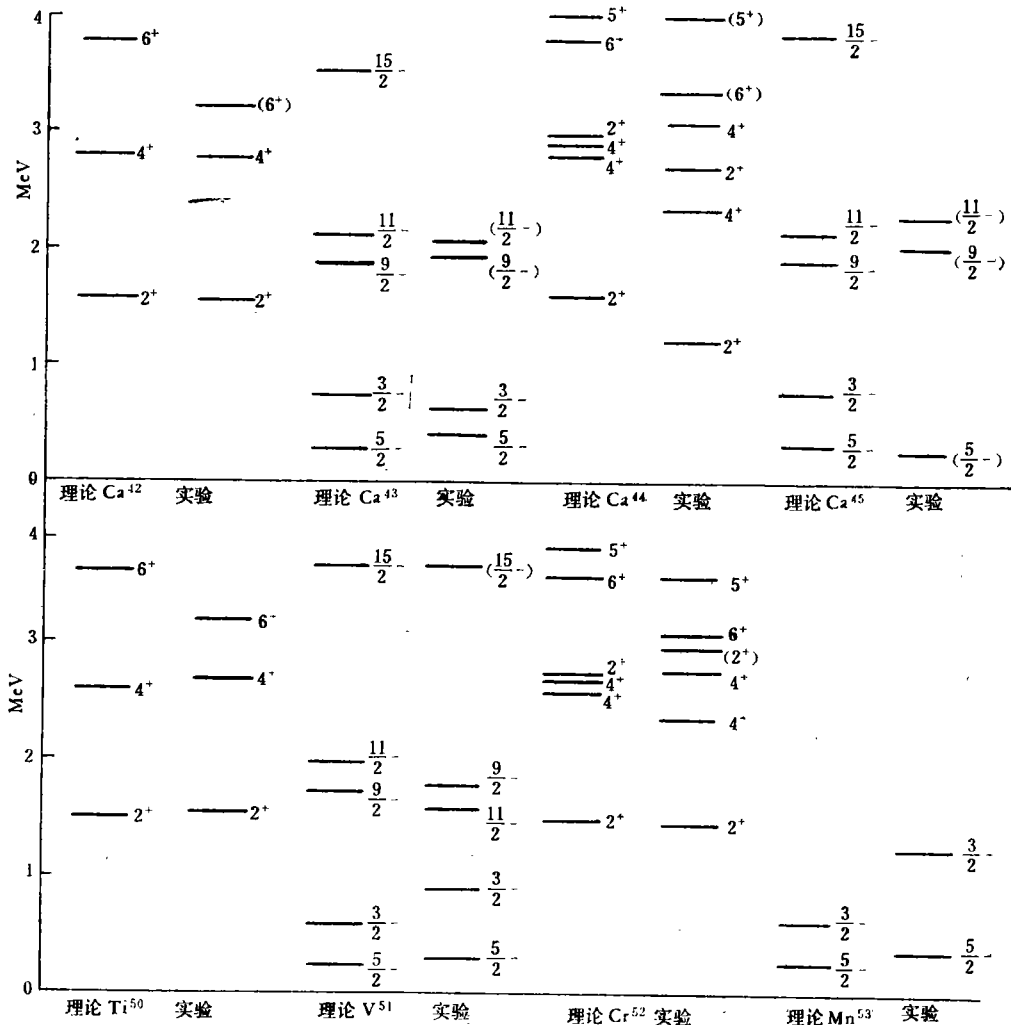


图 1 $f_{7/2}$ 壳层核计算能级与实验能级比较图

结合能理论值与实验值^[12]比较表(单位 MeV)参数: $a_p = 9.547$, $a_n = 8.490$, $\nu = 3.25 \cdot 10^{25} \text{cm}^{-2}$, $W - H = 0.168$, $M - B = 1.373$

核 J^π	理论值	误差 (理-实)	核 J^π	理论值	误差 (理-实)
Sc ⁴³ $\frac{7}{2}^-$	9.547	+0.08	Ca ⁴¹ $\frac{7}{2}^-$	8.490	+0.130
Ti ⁴⁸ $\left\{ \begin{array}{l} 0^+ \\ 2^+ \\ 4^+ \\ 6^+ \end{array} \right.$	21.587	-0.045	Ca ⁴² $\left\{ \begin{array}{l} 0^+ \\ 2^+ \\ 4^+ \\ (6^+) \end{array} \right.$	20.102	+0.272
	20.107	+0.045		18.530	+0.220
	18.962	+0.025		17.335	+0.250
	17.958	-0.403		16.322	(+0.399)
V ⁵¹ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{2}^- \\ \frac{5}{2}^- \\ \frac{3}{2}^- \\ \frac{11}{2}^- \\ \frac{9}{2}^- \\ \frac{15}{2}^- \end{array} \right.$	29.603	-0.074	Ca ⁴³ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{2}^- \\ \frac{5}{2}^- \\ \frac{3}{2}^- \\ \frac{9}{2}^- \\ \frac{11}{2}^- \\ \frac{15}{2}^- \end{array} \right.$	28.011	+0.249
	29.343	-0.015		27.761	+0.372
	28.981	+0.237		27.303	+0.134
	27.617	-0.451		26.153	+0.295
	27.855	-0.009		25.935	+0.221
	25.918	-0.038		24.491	-
Cr ⁵² $\left\{ \begin{array}{l} 0^+ \\ 2^+ \left\{ \begin{array}{l} \nu=2 \\ \nu=4 \end{array} \right. \\ 4^+ \left\{ \begin{array}{l} \nu=2 \\ \nu=4 \end{array} \right. \\ 5^+ \\ 6^+ \end{array} \right.$	40.113	-0.079	Ca ⁴⁴ $\left\{ \begin{array}{l} 0^+ \\ 2^+ \left\{ \begin{array}{l} \nu=2 \\ \nu=4 \end{array} \right. \\ 4^+ \left\{ \begin{array}{l} \nu=2 \\ \nu=4 \end{array} \right. \\ 6^+ \\ 5^+ \\ 8^+ \end{array} \right.$	39.042	+0.144
	38.653	-0.126		37.470	-0.272
	37.354	+0.127		36.089	-0.155
	37.488	+0.336		36.225	-0.393
	37.391	-0.034		36.177	+0.079
	36.322	-0.246		35.262	-0.354
36.484	-0.596	35.061	(+0.025)		
Mn ⁵³ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{2}^- \\ \frac{5}{2}^- \\ \frac{3}{2}^- \end{array} \right.$	46.593	-0.158	Ca ⁴⁵ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{2}^- \\ \frac{5}{2}^- \\ \frac{3}{2}^- \\ \frac{9}{2}^- \\ \frac{11}{2}^- \\ \frac{15}{2}^- \end{array} \right.$	46.369	+0.052
	46.334	-0.031		46.087	(-0.055)
	45.978	+0.513		45.646	-
Fe ⁵⁴ $\left\{ \begin{array}{l} 0^+ \\ 2^+ \\ 4^+ \\ 6^+ \end{array} \right.$	55.677	+0.076	Ca ⁴⁶ $\left\{ \begin{array}{l} 0^+ \\ 2^+ \\ 4^+ \\ 6^+ \end{array} \right.$	44.511	+0.164
	54.097	-0.095		44.293	+0.124
	52.952	-		42.547	-
	52.048	-		56.818	+0.100
Co ⁵⁵ $\frac{7}{2}^-$	60.531	-0.127	Ca ⁴⁷ $\frac{7}{2}^-$	63.564	-0.459
Ni ⁵⁶ 0^+	67.978	+0.022	Ca ⁴⁸ 0^+	73.433	-0.662

(有圆括号者表示实验数据不确定)

算得的各能级的总结合能,由五个参数表示:一个质子的结合能 a_p , 一个中子的结合能 a_n , 谐振子势阱强度参数 ν , $W-H$ 和 $M-B$ 为交换参数, 其中 ν 可由下式估算:

$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{2\nu} (2l + 3) = \frac{3}{5} (1.3 \times A^{1/3} \times 10^{-13})^2$. 当 A 取 50 时, 对于 $f_{7/2}$ 壳层 $l = 3$, $\nu \cong 0.325 \times 10^{26} \text{cm}^{-2}$, 其它四个参数, 用最小二乘法由实验定出, 再略作调整, 使低激发态的能级次序合理些. 由此确定的参数值及计算的 $f_{7/2}$ 壳层原子核能谱列于附表, 并和实验作了比较. 我们这里计入了两个质子的库仑能, 很多作者往往忽略了库仑能, 虽然对同一核的能级相对位置影响不大, 但对于多质子组态, 库仑能对总能量的贡献相当可观, 甚至可达若干 MeV, 不应忽略.

由附表可见, 待定参数只有四个, 实验数据多达五十多个, 理论和实验的符合程度令人满意. 误差小于 0.1 MeV 的, 基态有 8 个, 第一激发态有 5 个. 高激发态误差稍大, 但总的方均根误差只有 0.25 MeV. 因此可以说, 这个理论在解释 $f_{7/2}$ 壳层纯中子组态和纯质子组态是成功的. 只有少数高激发态偏差大些, 其中 V^{51} 的 $9/2^-$ 和 $11/2^-$ 两个能级次序颠倒了. Scholz 和 Malik^[4] 采用 Coriolis 耦合模型计算了 V^{51} 的能级, 这两个能级次序也是颠倒的. Lips^[5] 等指出, V^{51} 能级中第一个 $9/2^-$ 态仅占 40% $1f_{7/2}$, 组态相互作用较强, 考虑组态混合, 就可以解决这个问题. Pellegrini 等^[6] 用修正的同位旋波函数计算 Cr^{52} 核的能级, 高激发态符合也较差.

Балашов^[7] 和李友松等^[8] 用两体自旋轨道耦合力分别计算过 L_7 和 $1P$ 壳层核的能谱, 得到了比较好的结果. Hsieh 等^[9] 在研究 O^{16} 及其邻近同位素时指出, 两体自旋轨道耦合力在高能级起作用. 张量力的贡献较小, 而二次自旋轨道耦合力可以忽略. Komoda^[10] 用中心力计算过 Ca^{44} 和 V^{51} , Mitler^[11] 用中心力加上张量力计算了 Ca^{42} 和 Ca^{43} 的能级, 而且他们都用了组态混合, 总的误差都比本文为大. 在这里, 我们定出的交换参数 $M - B = 1.373$ 比一般常用的 Rosenfeld 混合相差较大, 原因在于一般只考虑中心力, 而我们加上了非中心力成分, 剩余相互作用的形式不同, 交换参数自然也会有所改变. 事实上, 我们采用单纯中心力计算过, 交换参数也可以接近于 Rosenfeld 混合, 但算出的能级误差较大. 由此可以看出, 由于两体自旋轨道耦合力对能级的劈裂效应较大, 对于改善能级次序的符合程度起了重要作用, 而总结合能数值的符合则主要是由于增大了单态强度的结果.

4. 由以上的讨论可得出两点结论:

(1) 在 $f_{7/2}$ 壳层中, 平均场的变化很缓慢, 纯组态能够满意地解释大量实验数据, 表明较低能态的组态相互作用一般是不强的, 壳层模型是好的近似.

(2) 剩余相互作用中, 两体自旋轨道耦合项是一个重要因素, 不能忽视.

参 考 文 献

- [1] P. S. Signell et al., *Phys. Rev.*, **109** (1958), 1229. I. Gajewski, *Nucl. Phys.*, **37** (1962), 679. L. I. B. Goldfarb and D. Feldman, *Phys. Rev.*, **88** (1952), 1099.
- [2] 北京大学物理系理论物理教研室原子核理论组, 北京大学学报(自然科学), **5:4** (1959), 337.
- [3] V. V. Balashov and V. A. Eltekov, *Nucl. Phys.*, **16** (1960), 423.
- [4] W. Scholz and F. B. Malik, *Phys. Rev.*, **147** (1966), 836.
- [5] K. Lips and M. T. Mellistrein, *Phys. Rev.*, **C1** (1970), 1009.
- [6] F. Pellegrini et al., *Phys. Rev.*, **C8** (1973), 1547.
- [7] B. B. Балашов, *ЖЭТФ.*, **36** (1959), 1123.
- [8] 李友松, 陈创天, 张广志, 孙洪洲等, 北京大学学报(自然科学), **8:2** (1962), 149.

- [9] S. T. Hsieh, T. Y. Lee and C. T. Chen-Tsai, *Phys. Rev.*, C4 (1971), 105.
[10] T. Komoda, *Nucl. Phys.*, 43 (1963), 156; 51 (1964), 234.
[11] E. Henri, Mitler, *Nucl. Phys.*, 23 (1961), 200.
[12] В. С. Джелелегов, Л. К. Пекер, Схемы Распада Радиоактивных Ядер (1958);
G. Coleman and R. A. Meyer, *Phys. Rev.*, C13 (1976), 847. R. P. Yaffe et al., *Phys. Rev.*, C16 (1977), 1581.

THE TWO-BODY SPIN-ORBIT COUPLING INTERACTION AND THE ENERGY SPECTRA OF $f_{7/2}$ SHELL NUCLEI

CHEN XIAO-SHU

(The Laboratory of Geologic Bureau of
Hunan Province)

ZHANG QING-YING

(Hunan University)

ABSTRACT

In this paper we use the central and two-body spin-orbit coupling forces as the residual interaction to calculate the energy spectra of $f_{7/2}$ shell nuclei, with the values of the exchanged parameters suitably regulated. The harmonic oscillator wave function is employed as the radial wave function. The consistency between the calculated energy levels of the nuclei and the experimental data is rather satisfactory. The results show that the effects of two-body spin-orbit coupling term in the residual interaction can not be neglected.