

KNO Scaling 和 Wroblewski 规则的可能的起源

王政之
(山东大学)

在高能多粒子产生实验中发现了两个经验规律.

一个是 Wroblewski 规则^[1]

$$D = A\langle n \rangle - B \underset{s \rightarrow \infty}{\approx} A\langle n \rangle \quad (1)$$

式中 $D = \sqrt{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}$, $\langle n \rangle$ 是粒子平均多重数, A 和 B 是常数. 实验上 $A \approx B$, 对于 pp 碰撞 $A = 0.585$.

另一个是 KNO Scaling^[2]

$$\sigma_n / \sigma = p_n = \frac{1}{\langle n \rangle} \phi(n / \langle n \rangle) \quad (2)$$

这儿 σ_n 是产生 n 个粒子的截面, σ 是总截面, p_n 是产生 n 个粒子的几率. (2) 式表示 $\langle n \rangle p_n$ 只是 $n / \langle n \rangle$ 的函数. 对于 ϕ 的具体形式, 有大量的工作. 1976 年 W. Ernst 等人^[3] 从重正化群方程和 Wroblewski 规则出发, 得到 ϕ 的形式为

$$\phi(t) = \left(\frac{1}{A^2}\right)^{1/A^2} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{A^2}\right)} t^{\left(\frac{1}{A^2}\right)^{-1}} \exp\left[-\frac{t}{A^2}\right] \quad t = \frac{n}{\langle n \rangle} \quad (3)$$

B. Carazza 等人^[4] 从信息论的角度出发, 导出 Polya 分布, 然后也是加上 Wroblewski 规则, 求出 ϕ 的具体形式, 结果与 (3) 式完全相同. (3) 式这种形式的 ϕ 同实验符合也比较好.

二

为了统一地解释上面两个经验规律, 我们提出以下模型.

假设 (A) 两粒子碰撞后产生 ν 个火球, 每个火球独立地衰变为末态粒子.

(B) 每个火球中粒子数的分布服从指数分布

$$g(k_i) = a e^{-ak_i} \quad i = 1, 2, \dots, \nu \quad (4)$$

其中 a^{-1} 是火球的平均粒子数, k_i 是第 i 个火球中的粒子数, 它是随机变量.

进一步引入 ν 个独立的随机变量之和 n

$$n = k_1 + k_2 + \cdots + k_\nu$$

由概率论我们知道它一定服从 Γ 分布^[5]

$$p(n) = \frac{a^\nu}{\Gamma(\nu)} n^{\nu-1} e^{-an} \quad (5)$$

因为 $\langle n \rangle = \nu/a$, 将 $a = \nu/\langle n \rangle$ 代入 (5) 式, 化简后得

$$\langle n \rangle p(n) = \frac{\nu^\nu}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{n}{\langle n \rangle} \right)^{\nu-1} e^{-\nu \frac{n}{\langle n \rangle}} \quad (6)$$

从 (6) 式可以看出, $\langle n \rangle p(n)$ 确实只是 $n/\langle n \rangle$ 的函数. 如果令 $\nu = 1/A^2$, $n/\langle n \rangle = t$, 则由 (6) 可直接得到 (3) 式.

由 Γ 分布我们知道

$$D^2 = \frac{\nu}{a^2} = \frac{1}{\nu} \langle n \rangle^2$$

所以

$$D = A \langle n \rangle \quad (7)$$

这正是高能时的 Wroblewski 规则.

三

由于 $\nu = 1/A^2 \approx 3$, 从物理图象上看, 好象两个粒子碰撞后独立地产生了三个火球, 每个火球按照 $g(k) = a e^{-ak}$ 的分布放出粒子. 我们可以想像其中一个是中心火球, 同 π 化相对应; 另外两个以相反的方向相等的速度相对于中心火球运动, 当它们沿着碰撞轴运动时便对应于通常的带头火球, 而当它们的运动方向相对碰撞轴有一定的夹角时便产生喷注 (*jet*).

在多粒子产生的关联实验中, 还发现存在一些平均带电粒子数为 2—3 的小集团. 因而看起来高能多粒子产生的过程也是分为几个层次的: 大火球——小集团——粒子.

参 考 资 料

- [1] Wroblewski, *Acta. Phys. Polon.*, **B4** (1972), 859.
- [2] Z. Koba, H. B. Nielson, P. Oleson, *Nucl. Phys.*, **B40** (1972), 317.
- [3] W. Ernst and I. Schmitt, *Nuo. Cim.*, **31A** (1976), 109.
- [4] B. Carazza and A. Gaidolfi, *Lett. Nuo. Cim.*, **15** (1976), 553.
- [5] 费史, 概率论与数理统计, 上海科学技术出版社.

A POSSIBLE SOURCE OF KNO SCALING AND WROBLEWSKI RULE

WANG CHENG-CHIH
(Shantung University)